เฉลยแบบฝึกหัด

หนังสือสถิติศาสตร์

โดย รศ. ศิริลักษณ์ สุวรรณวงศ์

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 1

1. 1.1 ใช้ตัวเลขที่กำหนดซ้ำกันไม่ได้

ตำแหน่งหลักพันมีตัวเลข 4 ตัวที่ใช้ได้ (เลข 0 ใช้ไม่ได้) ดังนั้นตำแหน่งหลักพันจึงมีวิธีการเลือกได้ 4 วิธี

ตำแหน่งหลักร้อยมีตัวเลข 4 ตัวที่ใช้ได้ (เพราะเลือกเป็นเลขหลักพัน 1 ตัว จึงเหลือตัวเลขอีกเพียง 4 ตัว) ดังนั้นตำแหน่งหลักร้อยจึงมีวิธีการเลือกได้ 4 วิธี

ตำแหน่งหลักสิบมีตัวเลข 3 ตัวที่ใช้ได้ (เพราะเลือกเป็นเลขหลักพัน และเลขหลักร้อย อย่างละ1 ตัว จึงเหลือตัวเลขอีกเพียง 3 ตัว) ดังนั้นตำแหน่งหลักสิบจึงมีวิธีการเลือกได้ 3 วิธี

ตำแหน่งหลักหน่วยมีตัวเลข 2 ตัวที่ใช้ได้ (เพราะเลือกเป็นเลขหลักพัน เลขหลักร้อย และเลขหลักสิบ อย่างละ 1 ตัว จึงเหลือตัวเลขอีกเพียง 2 ตัว) ดังนั้นตำแหน่งหลักหน่วยมีวิธีการเลือก 2 วิธี

งานที่ทำคือ การสร้างเลข 4 หลักเท่ากับ $4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ วิธี

1.2 ใช้ตัวเลขที่กำหนดซ้ำกันได้

ตำแหน่งหลักพันมีตัวเลข 4 ตัวที่ใช้ได้ (เลข 0 ใช้ไม่ได้) ดังนั้นตำแหน่งหลักพันจึงมีวิธีการเลือกได้ 4 วิธี

ตำแหน่งหลักร้อยมีตัวเลข 5 ตัวที่ใช้ได้ (เพราะใช้ตัวเลขที่กำหนดซ้ำกันได้) ดังนั้นตำแหน่งหลักร้อยจึงมีวิธีการเลือกได้ 5 วิธี

ตำแหน่งหลักสิบมีตัวเลข 3 ตัวที่ใช้ได้ (เพราะใช้ตัวเลขที่กำหนดซ้ำกันได้) ดังนั้น ตำแหน่งหลักสิบจึงมีวิธีการเลือกได้ 5 วิธี

ตำแหน่งหลักหน่วยมีตัวเลข 2 ตัวที่ใช้ได้ (เพราะใช้ตัวเลขที่กำหนดซ้ำกันได้) ดังนั้นตำแหน่งหลักหน่วยมีวิธีการเลือก 5 วิธี

งานที่ทำคือ การสร้างเลข 4 หลักเท่ากับ $4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$ วิธี

2. ไม่สามารถนำมาใช้ได้ เพราะค่าความน่าจะเป็นที่นักวิเคราะห์พยากรณ์ผิด คุณสมบัติความน่าจะเป็นที่ว่า $\sum_{i=1}^{n} P(E_i) = 1$ ซึ่งจากข้อมูลได้ว่า $\sum_{i=1}^{3} P(E_i) = 0.9 < 1$

3. กำหนดให้ S แทนปริภูมิตัวอย่าง

X แทนจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัว

$n(S) = 2^4 = 16$

$$P(A) = P(X = 3 \text{ หรือ } X = 4) = \frac{{}^4C_3 + {}^4C_4}{16} = \frac{5}{16}$$

$$P(B) = P(X = 2 \text{ หรือ } X = 3 \text{ หรือ } X = 4) = \frac{{}^4C_2 + {}^4C_3 + {}^4C_4}{16} = \frac{11}{16}$$

$$P(C) = P(X = 1) = \frac{{}^4C_1}{16} = \frac{4}{16}$$

$$P(D) = P(X = 3) = \frac{{}^4C_3}{16} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{5}{16}$$

$$P(B \cap C) = P(\phi) = 0$$

$$P(A \cap D) = P(D) = \frac{1}{4}$$

4. $P(A) = \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 0.9990$

$P(B) = \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{2}\right)^{20} = 0.9999$

$P(C) = \left(\frac{1}{2}\right)^{11} + \left(\frac{1}{2}\right)^{12} + \ldots + \left(\frac{1}{2}\right)^{20} = 0.0009$

$P(A \cup B) = P(B)$ เพราะ $A \cup B \subseteq C$

$P(B') = 1 - P(B)$

5. ในกล่องมีสลาก n ใบ สุ่มสลาก 2 ใบ ไม่แทนที่ ลักษณะผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ เช่น (1, 2), (2, 3), ..., ((n – 1) ,n)

S แทนปริภูมิตัวอย่างในการสุ่มสลาก 2 ใบ แบบไม่แทนที่

$n(S) = {}^nC_2$

A แทน การสุ่มได้สลากที่มีหมายเลขเรียงกัน

$n(A) = n - 1$

$P(A) = \frac{n-1}{{}^nC_2} = \frac{2}{n}$

6. $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0 - \frac{1}{8} - 0 + 0$

$= \frac{5}{8}$

7. S แทนผู้ป่วยโรคภูมิแพ้ที่ได้รับการรักษาด้วยยาชนิดหนึ่ง

A แทนเหตุการณ์อาการคันตา

B แทนเหตุการณ์อาการผื่นขึ้น

$n(S) = 250 \quad n(A) = 90 \quad n(B) = 135 \quad n(A \cap B) = 45$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{90}{250} + \frac{135}{250} - \frac{45}{250}$$

$$= \frac{180}{250}$$

8. A แทนเหตุการณ์ผู้ป่วยถูกถอนฟัน

B แทนเหตุการณ์ผู้ป่วยถูกอุดฟัน

$P(A) = 0.06 \quad P(B) = 0.20 \quad P(A \cap B) = 0.03$

$$P[(A \cap B') \cup (A' \cap B)] = P(A \cap B') + P(A' \cap B)$$

$$= (0.06 - 0.03) + (0.2 - 0.03)$$

$$= 0.02$$

9. A : เหตุการณ์ที่ A จะมีอายุยืนยาวไปได้ถึง 70 ปี

B : เหตุการณ์ที่ B จะมีอายุยืนยาวไปได้ถึง 70 ปี

$P(A) = 0.7 \qquad P(B) = 0.7$

9.1 $P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$ [คนแต่ละคนจะมีอายุยืนเท่าใด ย่อมเป็นอิสระกัน]

$$= 0.7 \times 0.7$$

$$= 0.49$$

9.2 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= 0.7 + 0.7 - 0.49$$

$$= 0.91$$

9.3 $P(A \cap B') + P(A' \cap B) = [P(A) - P(A \cap B)] + [P(B) - P(A \cap B)]$

$= (0.7 - 0.49) + (0.7 - 0.49)$

$= 0.42$

10. จาก $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0.0788 = P(A) + P(B) - 0.0012$ ..... สมการที่ 1

$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$

$0.0012 = P(A) \bullet P(B)$

$P(A) = \dfrac{0.0012}{P(B)}$ ..... สมการที่ 2

จากสมการที่ 1

$$0.0788 = \frac{0.0012}{P(B)} + P(B) - 0.0012$$

$$P(B)^2 - 0.08P(B) + 0.0012 = 0$$

$$(P(B) - 0.06)(P(B) - 0.02) = 0$$

เมื่อ $P(B) = 0.06$ แล้ว $P(A) = 0.02$

เมื่อ $P(B) = 0.02$ แล้ว $P(A) = 0.06$

แต่กำหนดให้ $P(A) > P(B)$ ดังนั้น $P(A) = 0.06$ และ $P(B) = 0.02$

11. พิจารณาจากตาราง กำหนดให้

A : ความสามารถทางคณิตศาสตร์

B : ความสนใจทางสถิติ

1 : ระดับต่ำ

2 : ระดับปานกลาง

3 : ระดับสูง

11.1 $P(A_1 \cap B_1) = \frac{40}{151}$

11.2 $P(B_1 \mid A_3) = \frac{6}{41}$

11.3 $P(A_3 \mid B_2) = \frac{10}{35}$

12. กำหนดให้

A_1 แทนวิธีการรักษาโดยปล่อยให้หายเอง

A_2 แทนวิธีการรักษาโดยซื้อยากินเอง

A_3 แทนวิธีการรักษาโดยไปพบแพทย์

B แทนการหายป่วยภายใน 1 สัปดาห์

$P(A_1) = 0.3$ $P(A_2) = 0.6$ $P(A_3) = 0.1$

$P(B \mid A_1) = 0.2$ $P(B \mid A_2) = 0.5$ $P(B \mid A_3) = 0.8$

12.1
$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1) \bullet P(B \mid A_1) + P(A_2) \bullet P(B \mid A_2) + P(A_3) \bullet P(B \mid A_3) \\ &= 0.3(0.2) + 0.6(0.5) + 0.1(0.8) \\ &= 0.06 + 0.30 + 0.08 \\ &= 0.44 \end{aligned}$$

12.2 $$P(A_2 \mid B) = \frac{P(A_2) \cdot P(B \mid A_2)}{P(B)}$$

$$= \frac{0.30}{0.46}$$

$$= \frac{15}{23}$$

13. $P(A) = 0.6 \quad P(B) = 0.45 \quad P(A \cap B) = 0.30$

พิจารณา $P(A) \cdot P(B) \neq P(A \cap B)$

ดังนั้น A, B ไม่เป็นอิสระกัน

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.6 + 0.45 - 0.30$$

$$= 0.75$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.30}{0.45} = \frac{2}{3}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.30}{0.60} = \frac{1}{2}$$

14. กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

นั่นแสดงว่า $P(A \cap B) = 0$

$P(A) = 0.3 \quad P(B) = 0.4$

14.1 $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0$$

14.2 เหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน นั่นแสดงว่า $P(A \cap B) = 0$ ถ้าเหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน $P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$ นั่นแสดงว่า ถ้าเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน จะเป็นเหตุการณ์ที่อิสระกันก็ต่อเมื่อ $P(A) = 0$ หรือ $P(B) = 0$

15.

$$P(\text{Box I} \mid W) = \frac{P(\text{Box I})\ P(W \mid \text{Box I})}{P(\text{Box I})P(W \mid \text{Box I}) + P(\text{Box II})\ P(W \mid \text{Box II})}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)}{\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{4}{5}\right)}$$

$$= \frac{1}{3}$$

16. A แทนเหตุการณ์ที่ผู้ขับขี่มีอายุตั้งแต่ 30 ปีขึ้นไป

B แทนเหตุการณ์ที่ผู้ขับขี่ประสบอุบัติเหตุที่รุนแรงในรอบ 1 ปี

จากโจทย์กำหนดให้ $P(A) = 0.6$

$P(B \mid A) = 0.04$ และ $P(B \mid A') = 0.10$

ต้องการหาค่า $P(A' \mid B)$

$$P(A' \mid B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(B \mid A')P(A')}{P(B \mid A')P(A') + P(B \mid A)P(A')} \quad \text{(จาก Bayes' Theorem)}$$

$$= \frac{0.1(0.4)}{0.1(0.4) + 0.04(0.6)}$$

$$= 0.625$$

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 2

1. 1.1 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง $S = \{0,1,2,3\}$

1.2 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง $S = \{0, 1, 2, ...\}$

1.3 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง $S = \{x \mid x > 0\}$

1.4 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง $S = \{0, 1, 2, ...\}$

1.5 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง $S = \{x \mid x > 0\}$

1.6 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง $S = \{0, 1, 2, ..., 20\}$

1.7 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง $S = \{0, 1, 2, ...\}$

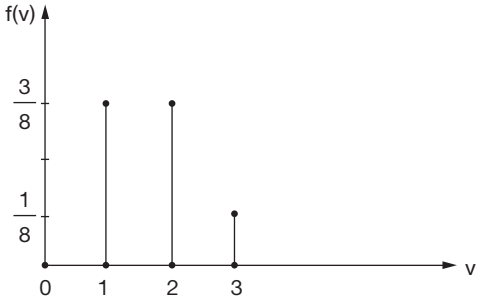
1.8 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง $S = \{x \mid x > 0\}$

1.9 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง $S = \{x \mid x > 0\}$

1.10 เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง $S = \{x \mid x > 50\}$

2. $V = \{0,1,2,3\}$

$$P(V = v) = \begin{cases} \frac{1}{8} & v = 0, 3 \\ \frac{3}{8} & v = 1, 2 \end{cases}$$

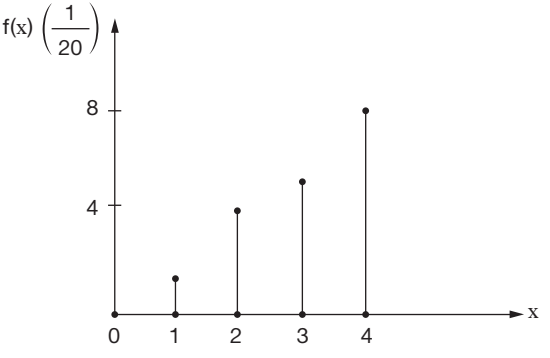


กราฟฟังก์ชันความน่าจะเป็นตัวแปรสุ่ม V

3. X แทนจำนวนห้องผ่าตัดที่ถูกใช้

$P(X = 1) = \frac{3}{20}$ $\quad$ $P(X = 2) = \frac{5}{20}$

$P(X = 3) = \frac{8}{20}$ $\quad$ $P(X = 4) = \frac{4}{20}$



4. 4.1 $f(x) = \frac{x}{c}$ $\quad x = 1, 2, 3, 4$

จาก $\sum_{x=1}^{4} f(x) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 1$

$$= \frac{1}{c} + \frac{2}{c} + \frac{3}{c} + \frac{4}{c} = 1$$

$$c = 10$$

4.2 $f(x) = cx \quad x = 1, 2, ..., 10$

จาก $\sum_{x=1}^{10} f(x) = 1c + 2c + ... + 10c = 1$

$= 55c = 1$

$c = \frac{1}{55}$

4.3 $f(x) = c\left(\frac{1}{3}\right)^x \quad x = 1, 2, ...$

จาก $\sum_{x=1}^{\infty} f(x) = 1$ จะได้ว่า

$c \lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + ... + \frac{1}{3^x}\right) = 1$ ..... สมการที่ 1

$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + ... + \frac{1}{3^x}\right) = \lim_{x\to\infty} S_n$

S_n เป็นอนุกรมเรขาคณิต โดยที่ $S_n = \frac{a1}{1 - r} = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + ... + \frac{1}{3^x}\right) = \frac{1}{2}$

จากสมการที่ 1 ได้ว่า $c\left(\frac{1}{2}\right) = 1$

$c = 2$

4.4 $f(x) = c(x + 1)^2 \quad x = 0, 1, 2, 3$

จาก $\sum_{x=0}^{3} f(x) = c(0 + 1)^2 + c(1 + 1)^2 + c(2 + 1)^2 + c(3 + 1)^2$

$= 1$

$c = \frac{1}{30}$

5. จากข้อ 4.1 $P(X = 1 \text{ หรือ } X = 2) = \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$

$P(X = 3.5) = 0$

$P(X \leq 2) = f(1) + f(2) = \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$

$P(0.5 \leq X \leq 2.5) = P(1 \leq X \leq 2) = \frac{3}{10}$

จากข้อ 4.2 $P(X = 1 \text{ หรือ } X = 20) = \frac{1}{55} + \frac{2}{55} = \frac{3}{55}$

$P(X = 3.5) = 0$

$P(X \leq 2) = f(1) + f(2) = \frac{1}{55} + \frac{2}{55} = \frac{3}{55}$

$P(0.5 \leq X \leq 2.5) = P(1 \leq X \leq 2) = \frac{3}{55}$

จากข้อ 4.3 $P(X = 1 \text{ หรือ } X = 2) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{18}$

$P(X = 3.5) = 0$

$P(X \leq 2) = f(1) + f(2) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{18}$

$P(0.5 \leq X \leq 2.5) = P(1 \leq X \leq 2) = \frac{4}{18}$

จากข้อ 4.4 $P(X = 1 \text{ หรือ } X = 2) = \frac{4}{30} + \frac{9}{30} = \frac{13}{30}$

$P(X = 3.5) = 0$

$P(X \leq 2) = f(0) + f(1) + f(2) = \frac{1}{30} + \frac{4}{30} + \frac{9}{30} = \frac{14}{30}$

$P(0.5 \leq X \leq 2.5) = P(1 \leq X \leq 2) = \frac{13}{30}$

6. 6.1 จากกำหนดให้ f(x) เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนั้น

$$\sum_{\forall x} f(x) = 1$$

$$f(-3) + f(-2) + \ldots + f(3) = 1$$

$$\frac{k}{(-3)^2} + \frac{k}{(-2)^2} + \ldots + \frac{k}{3^2} = 1$$

$$k\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{4} + 1 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9}\right) = 1$$

$$k\left(\frac{4 + 9 + 36 + 36 + 9 + 4}{36}\right) = 1$$

$$k = \frac{36}{98} = \frac{18}{49}$$

6.2 $P(-3 < X < 1) = P(X = -2) + P(X = -1) = P(X = -2) + P(X = -1)$

$$= \frac{18}{49}\left(\frac{1}{4} + 1\right) = \frac{45}{98}$$

7. 7.1 ต้องการแสดงว่า

1. $f(x) \geq 0$ ทุกค่าของ x

2. $\sum_{\forall x} f(x) = 1$

1. จาก $f(x) = \frac{x}{6}$ $x = 1,2,3$

ดังนั้น $f(x) > 0$ ทุกค่าของ x

2. $\sum_{x=1}^{3} f(x) = f(1) + f(2) + f(3)$

$$= \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = 1 \quad \text{จริง}$$

ดังนั้น f(x) เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X จริง

7.2 $P(X = 2) = f(2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

7.3 $P(X \geq 2) = f(2) + f(3)$

$$= \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

8. 8.1 ให้ $f(x) = 4x^3 \quad 0 < x < 1$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น

พิจารณาเมื่อ $x \leq 0$ $\qquad F(x) = 0$

$0 < x < 1$ $\qquad F(x) = \int_0^x f(x)dx$

$F(x) = x^4$

$x \geq 1$ $\qquad F(x) = \int_1^\infty f(x)\ dx$

$= 1$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^4 & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

8.2 ให้ $f(x) = e^{-x} \quad x > 0$

เมื่อ $x \leq 0$ $\qquad F(x) = 0$

$x > 0$ $\qquad F(x) = \int_0^x e^{-x}\ dx$

$= e^{-x}\Big|_0^x$

$= 1 - e^{-x}$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-x} & x > 0 \end{cases}$$

8.3 ให้ $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)x^2 \quad -1 < x < 1$

เมื่อ $x \leq -1$ $\quad F(x) = 0$

$-1 < x < 1$

$$F(x) = \int_{-1}^{x} \left(\frac{3}{2}\right)x^2 \, dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{2}\right)\Big|_{-1}^{x}$$

$$= \frac{x^3}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{x^3}{2} + \frac{1}{2}$$

$x \geq 1$

$$F(x) = \int_{1}^{\infty} f(x) \, dx$$

$$= 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{x^3}{2} + \frac{1}{2} & -1 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

8.4 ให้ $f(x) = \frac{1}{2} \quad -1 < x < 1$

เมื่อ $x < -1$ $\quad F(x) = 0$

$-1 \leq x < 1$

$$F(x) = \int_{-1}^{x} \frac{1}{2} \, dx$$

$$= \frac{1}{2}(x + 1)$$

$x \geq 1$ $\quad F(x) = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{1}{2}(x+1) & -1 \le x < 1 \\ 1 & x \ge 1 \end{cases}$$

8.5 ให้ $f(x) = \begin{cases} x + 1 & -1 < x < 0 \\ 1 - x & 0 \le x < 1 \end{cases}$

เมื่อ $x \le -1$ $\quad F(x) = 0$

$-1 < x < 0$ $\quad F(x) = \int_{-1}^{x} (x+1)dx$

$$= \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2}$$

$0 \le x < 1$ $\quad F(x) = \int_{-1}^{0} (x+1)\,dx + \int_{0}^{x} (1-x)dx$

$$= \frac{-x^2}{2} + x + \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \le -1 \\ \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} & -1 < x < 0 \\ \frac{-x^2}{2} + x + \frac{1}{2} & 0 \le x < 1 \end{cases}$$

9. จากกำหนดให้ $f(u) = \frac{1}{\sqrt{u}}$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น จึงได้ว่า

$$\int_0^a f(u)du = 1$$

$$\int_0^a u^{\frac{-1}{2}} du = 1$$

$$2\sqrt{u}\,\Big|_0^a = 1$$

$$a = \frac{1}{4}$$

10. จากกำหนดให้ f(r) เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น

ฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม

$$F(r) = \int_{-\infty}^{r} f(r)\,dr$$

$$= \int_{-\infty}^{r} 2e^{-2r}\,dr$$

$$= 1 - e^{-2r} \qquad r > 0$$

11. 11.1 ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X คือ f(x)

$$\frac{d\,F(x)}{dx} = f(x)$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2} & 0 \le x < 1 \\ \dfrac{1}{4} & 1 \le x < 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

11.2

$$P\left(\frac{1}{4} < X < 1\right) = F(1) - F\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{31}{64}$$

$$P(X = 1) = 0$$

$$P\left(X = \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$P\left(\frac{1}{2} < X < 2\right) = F(2) - F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{16}$$

12. ถ้า f(x) เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ดังนั้น $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ และ $f(x) = ke^{-|x-\mu|}$

$$\int_{-\infty}^{\mu} ke^{(x-\mu)}dx + \int_{\mu}^{\infty} ke^{-(x-\mu)}dx = 1$$

$$ke^{x-\mu}\Big|_{-\infty}^{\mu} + \left(-ke^{-(x-\mu)}\Big|_{\mu}^{\infty}\right) = 1$$

$$k = \frac{1}{2}$$

13. กำหนดให้ f(x) เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนั้นได้ว่า

$$\int_{0}^{1} (A - Bx)dx = 1$$

$$Ax - \frac{Bx^2}{2}\Big|_{0}^{1} = 1$$

$$2A - B = 2 \qquad \text{..... สมการที่ 1}$$

และจากกำหนดว่า เป้าจะถูกทำลายเมื่อมีจรวดอย่างน้อย 1 ลูกตกระเบิดห่างจากเป้าน้อยกว่า 0.5 ไมล์ และความน่าจะเป็นที่เป้าจะถูกทำลายด้วยจรวดแต่ละลูกเป็น $\frac{3}{4}$ ดังนั้นได้ว่า

$$\int_{0}^{0.5} (A - Bx)dx = \frac{3}{4}$$

$$Ax - \frac{Bx^2}{2}\Big|_{0}^{0.5} = \frac{3}{4}$$

$$4A - B = 6 \qquad \text{..... สมการที่ 2}$$

$$A = 2 \quad B = 2$$

14. 14.1 E(x) = 200(0.04) + 500(0.03) + 1000(0.01) + 2000(0.01) + 3000(0.01) = 83

ดังนั้นยอดการชดเชยเฉลี่ยเท่ากับ 8,300 บาทต่อราย

14.2 บริษัทประกันคิดค่าเบี้ยประกัน 13,000 บาท/ราย และคาดว่าจะมียอดการชดเชยเฉลี่ย 83,000 บาท/ราย ดังนั้น บริษัทประกันภัยมีกำไร

15.

$$E(x) = \int_1^2 x\, 2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)dx$$

$$= 2\left(\frac{x^2}{2} - \ln(x)\Big|_1^2\right)$$

$$= 1.6137$$

$$E(x^2) = \int_1^2 x^2\, 2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)dx$$

$$= 2\left(\frac{x^3}{3} - x\Big|_1^2\right)$$

$$= 2\left[\left(\frac{8}{3} - 2\right) - \left(\frac{1}{3} - 1\right)\right]$$

$$= \frac{8}{3}$$

$$Var(X) = \frac{8}{3} - (1.6137)^2 = 0.0626$$

16. การเล่นเกม A

X แทนเงินที่ได้รับจากการเล่นเกม A

แต้มลูกเต๋า	1	2	3	4	5	6
ความน่าจะเป็น	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
เงินที่ได้รับ	10	20	30	40	50	60

$$E(X) = \sum_{\forall x} xf(x) = \frac{1}{6}(10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60) = \frac{210}{6}$$

เสียค่าเล่นเกม 30 บาท/เกม

ดังนั้น ค่าคาดหวังที่จะได้รับเงินจากการเล่นเกม A $= \frac{210}{6} - 30 = 5$

การเล่นเกม B

Y แทนเงินที่ได้รับจากการเล่นเกม B

แต้มสูงสุดที่เกิด	1	2	3	4	5	6
ความน่าจะเป็น	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$
เงินที่ได้รับ	10	20	30	40	50	60

$$E(X) = \sum_{\forall x} xf(x) = \frac{1}{36}(10 + 3(20) + 5(30) + 7(40) + 9(50) + 11(60))$$

$$= \frac{1,610}{36}$$

เสียค่าเล่นเกม 35 บาท/เกม

ดังนั้น ค่าคาดหวังที่จะได้รับเงินจากการเล่นเกม B $= \frac{1,610}{36} - 35 = \frac{350}{36}$

เลือกเล่นเกม B เพราะค่าคาดหวังเงินที่จะได้รับมากกว่าการเล่นเกม A

17. $E[X(11 - X)] = E(11X) - E(X^2)$

$= 11E(X) - E(X^2)$ ..... สมการที่ 1

$$E(X) = \sum_{\forall x} xf(x)$$

$$= \frac{1}{10} \sum_{\forall x} x$$

$$= \frac{55}{10}$$

$$E(X^2) = \sum_{\forall x} x^2 f(x)$$

$$= \frac{1}{10} \sum_{\forall x} x^2$$

$$= \frac{385}{10}$$

จากสมการที่ 1 $E[X(11 - X)] = 11\left(\frac{55}{10}\right) - \frac{385}{10}$

$= 22$

18. กำหนดให้ $F(x)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนั้นจะได้ว่า

$$\int_0^6 f(x)dx = \int_0^6 (Ax + B)dx = 1$$

$$A\frac{x^2}{2} - Bx\Big|_0^{0.5} = 1$$

$$18A + 6B = 1 \qquad \text{..... สมการที่ 1}$$

และจากกำหนดให้ $E(X) = 4$ ดังนั้นได้ว่า

$$E(X) = \int_0^6 x(Ax + B)dx = 4$$

$$A\frac{x^3}{3} - B\frac{x^2}{2}\Big|_0^6 = 4$$

$$72A + 18B = 4 \qquad \text{..... สมการที่ 2}$$

จากสมการที่ 1 และสมการที่ 2 จะได้ว่า

$$A = \frac{1}{18} \text{ และ } B = 0$$

19. กำหนดให้ $f(x) = \frac{1}{7} \quad x = 1, 2, 3, 5, 15, 25, 50$

19.1 $E(|X - c|) = \sum_{\forall x} |x - c| f(x)$

ซึ่ง $\frac{1}{7}\sum_{\forall x} |x - c|$ จะมีค่าน้อยสุดเมื่อ c = ค่ามัธยฐานของค่าตัวแปรสุ่ม X

ค่ามัธยฐานของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ 5 เนื่องจากค่าความน่าจะเป็นของค่าตัวแปรสุ่มเท่ากัน

ดังนั้น $c = 5$

19.2 $E[(X - b)^2] = \sum_{\forall x} (x - b)^2 f(x)$

$$= \frac{1}{7} \sum_{\forall x} (x - b)^2$$

ซึ่ง $= \frac{1}{7} \sum_{\forall x} (x - b)^2$ จะมีค่าน้อยสุดเมื่อ b = ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวแปรสุ่ม ซึ่งหมายถึง ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่ม ดังนั้น b = E(X)

จาก $E(X) = \sum_{\forall x} xf(x)$

$$= \frac{1}{7} \sum_{\forall x} x$$

$$= \frac{1}{7}(1 + 2 + 3 + 5 + 15 + 25 + 50) = \frac{101}{7}$$

ดังนั้น $b = \frac{101}{7}$

20. $E(S) = E(5 + 6T^2)$

$$= 5 + 6E(T^2) = 23$$

$$Var(S) = E(S^2) - (E(S))^2$$

$$E(S^2) = E[(5 + 6T^2)^2]$$

$$= E(25 + 60T^2 + 36T^4) = 529$$

$$Var(S) = 529 - 23^2 = 0$$

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 3

1. ตัวแปรสุ่ม X มีค่าที่เป็นไปได้ 2 ค่าแต่ละค่ามีโอกาสเกิดเท่ากัน ดังนั้นตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงสม่ำเสมอ

2. $X \sim b(7,0.9)$ $\quad P(X > 5) = 0.8503$

3. $X \sim b(10, 0.1)$

3.1 $P(X > 6) = 0.0005$

3.2 $P(3 \leq X \leq 7) = 0.2301$

4. $X \sim b(15, 0.05)$

4.1 $P(X = 0) = 0.4633$

4.2 $P(X > 3) = 0.0055$

5. 5.1 $X \sim b(15, 0.2)$ $P(3 \leq X \leq 6) = 0.5839$

5.2 $X \sim b(11, 0.2)$ $P(X \geq 4) = 0.1611$

6. $3P(X = 1) = P(X = 2)$

$$3\left(\frac{e^{-\mu}\,\mu^{1}}{1!}\right) = \left(\frac{e^{-\mu}\,\mu^{2}}{2!}\right)$$

$$\mu = 6$$

$X \sim p(6)$ $\quad P(X = 2) = 0.0446$

7. $X \sim p(1.5)$ $P(X > 1) = 0.4422$

8. $X \sim p(0.5)$

8.1 $P(X < 2) = 0.9098$

8.2 $P(X > 5) \approx 0$

9. $X \sim p(3)$ $P(X > 1) = 0.8009$

10. 10.1 $X \sim b^*(3, 0.6)$ $P(X = 6) = 0.1382$

10.2 $X \sim b(15, 0.6)$ $P(X \leq 12) = 0.9729$

10.3 $X \sim p(3)$ $P(X > 2) = 0.5768$

11. $X \sim h(27, 7, 13)$ $P(X = 0) = 0.0039$

12. $X \sim h(18, 7, 10)$ $P(X = 4) = 0.3695$

13. 13.1 เนื่องจากตัวแปรสุ่ม X แทนจำนวนครั้งของความสำเร็จ (เกิดลูกบอลสีแดง) ที่เกิดจากการทดลองสุ่มอิสระจำนวน 8 ครั้ง แต่ละครั้งมีความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จเท่ากับ 0.4 ดังนั้น $X \sim b(8, 0.4)$ และ $P(X = 2) = 0.2090$

13.2 เนื่องจากตัวแปรสุ่ม X แทนจำนวนครั้งของพวกที่สนใจ หรือความสำเร็จ (ได้ลูกบอลสีแดง) ที่ได้จากการสุ่มจากประชากรจำนวน N(= 25) ลูก ซึ่งแบ่งเป็น 2 พวกโดยพวกหนึ่งเรียกว่าพวกที่สนใจ (ลูกบอลสีแดง) มีจำนวน 10 ลูก อีกพวกเป็นพวกที่ไม่สนใจ (ลูกบอลสีขาว) มีจำนวน 15 ลูก ดังนั้น $X \sim h(25, 8, 10)$ และ $P(X \leq 2) = 0.2737$

14. กำหนดให้ Y แทนค่าใช้จ่าย

X แทนจำนวนครั้งที่ขุดบ่อน้ำบาดาลจนพบบ่อที่มีน้ำเพียงพอ

ดังนั้น $X \sim b^*(x, k, p)$ และ $Y = 10{,}000X + 20{,}000(X - 1)$

$$E(Y) = E(10{,}000X + 20{,}000(X - 1))$$

$$= 100{,}000E(X) + 20{,}000E(X - 1)$$

$$= 100{,}000E(X) + 20{,}000E(X) - 20{,}000$$

$$= 120{,}000\left(\frac{1}{0.3}\right) - 20{,}000 = 99{,}997$$

15. $X \sim N(\mu, 15^2)$ และ $P(X \leq 50) = 0.9904 = P(Z \leq 2.3416)$ ได้ว่า $\mu = 14.876$

16. $X \sim N(\mu, 15^2)$ และ $P(100 \leq X \leq k) = 0.4478$ ได้ว่า $k = 130.1544$

17. $X \sim N(100, 225)$ และ $P(|X| \leq k) = 0.9660$ ได้ว่า $k = 131.8011$

18. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ และ $P(\mu - k\sigma \leq X \leq \mu + k\sigma) = 0.754$

19. $X \sim N(115, 144)$

19.1 $P(X \leq 95) = P\left(Z \leq \frac{95 - 115}{12}\right) = 0.0478$

จำนวนนักศึกษาที่ไม่ได้รับการพิจารณา 29 คน

19.2 $P_{36} = P(Z < z) = 0.36$ และ $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ ได้ว่า

$$-0.3585 = \frac{X - 115}{12}$$

และ $X = 110.6985$

$D_4 = P(Z < z) = 0.4$ และ $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ ได้ว่า $-0.2534 = \frac{X - 115}{12}$

และ $X = 111.9598$

$Q_3 = P(Z < z) = 0.75$ และ $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ ได้ว่า $0.6745 = \frac{X - 115}{12}$

และ $X = 123.0939$

20. $t_{0.05,\ 16} = -1.7459$

21. $P(T \leq 3.365) = 0.98$

22. $P(-2.306 < T < 2.365) = 0.9544$

23. $P(|T| \geq 3.435) = 0.002$

24. $P(|T| \leq a) = 0.98 \quad a = 2.5524$

25. $\chi^2_{0.95,\ 10} = 18.3070$

26. $P(\chi^2 < 14.611$ หรือ $\chi^2 > 37.652) = 0.05$

27. $a = 31.999$

28. $a = 5.2260$, $b = 21.0261$

29. $a = 11.5913$

30. 30.1 $f_{0.05,\ (5,8)} = 3.6875$

30.2 $f_{0.05,\ (8,5)} = 4.8183$

30.3 $f_{0.95,\ (5,8)} = 0.2075$

30.4 $f_{0.95,\ (8,5)} = 0.2712$

31. $f_{0.99,\ (10,\ 12)} = 4.2961$

32. $P(F \leq 6.16) = 0.95$

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 4

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 43.1

มัธยฐานเท่ากับ 45.5

ฐานนิยมเท่ากับ 57

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 11.9883

สัมประสิทธิ์ความเบ้ – 0.3043

สัมประสิทธ์ความโด่ง –1.3733

กราฟการกระจายข้อมูลมีลักษณะเบ้ซ้าย และมีค่าความโด่งต่ำ

แผนภูมิลำต้น–ใบไม้

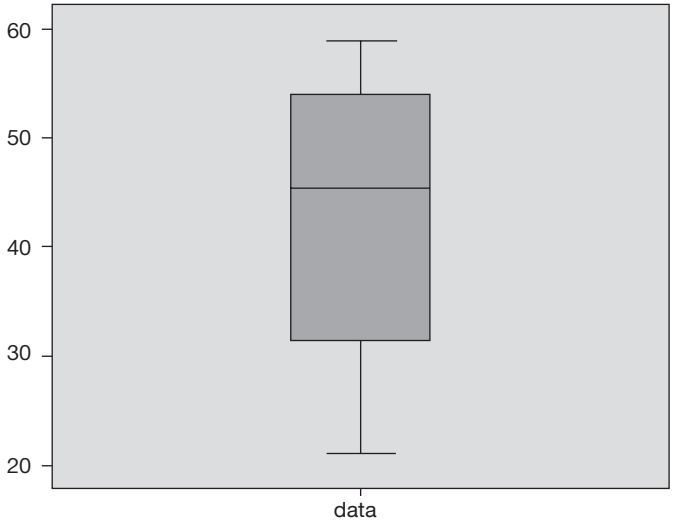
Data Stem–and–Leaf Plot

Frequency	Stem	&	Leaf
5.00	2	.	12444
6.00	2	.	678899
9.00	3	.	001122244
3.00	3	.	579
5.00	4	.	02223
8.00	4	.	55667899
11.00	5	.	02233334444
13.00	5	.	5566677778999

Stem Width : 10

Each Leaf : 1 Case (s)

แผนภูมิกล่อง



2. โรงพยาบาลที่ 1

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 215.68

มัธยฐานเท่ากับ 214

ฐานนิยมเท่ากับ 214

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 19.9473

สัมประสิทธิ์ความเบ้ –0.1525

สัมประสิทธ์ความโด่ง –0.2274

กราฟการกระจายข้อมูลมีลักษณะเบ้ซ้าย และมีค่าความโด่งต่ำ

โรงพยาบาลที่ 2

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 171.56

มัธยฐานเท่ากับ 168

ฐานนิยมเท่ากับ 154

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 24.0608

สัมประสิทธิ์ความเบ้ 0.0086

สัมประสิทธ์ความโด่ง –0.7977

กราฟการกระจายข้อมูลมีลักษณะเบ้ขวา และมีค่าความโด่งต่ำ

แผนภูมิลำต้น–ใบไม้ของโรงพยาบาลที่ 1

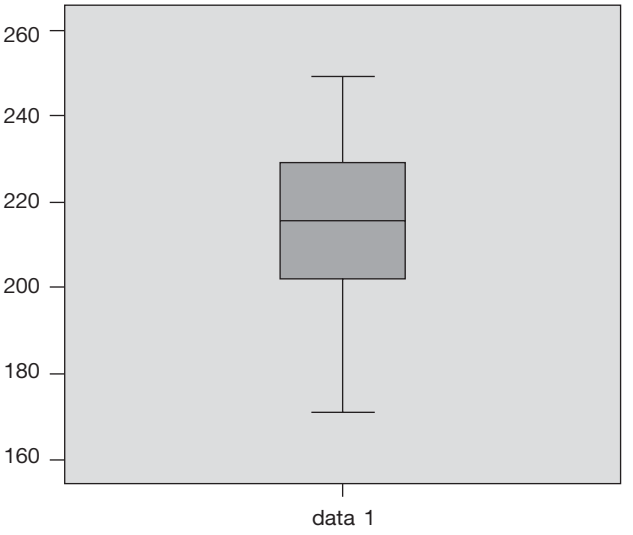
Stem–and–Leaf Plot

Frequency	Stem & Leaf
1.00	17 . 1
1.00	18 . 4
2.00	19 . 15
5.00	20 . 11259
6.00	21 . 233447
4.00	22 . 2259
3.00	23 . 389
3.00	24 . 589

Stem width : 10

Each leaf : 1 Case(s)

แผนภูมิกล่องของโรงพยาบาลที่ 1



แผนภูมิลำต้น–ใบไม้ของโรงพยาบาลที่ 2

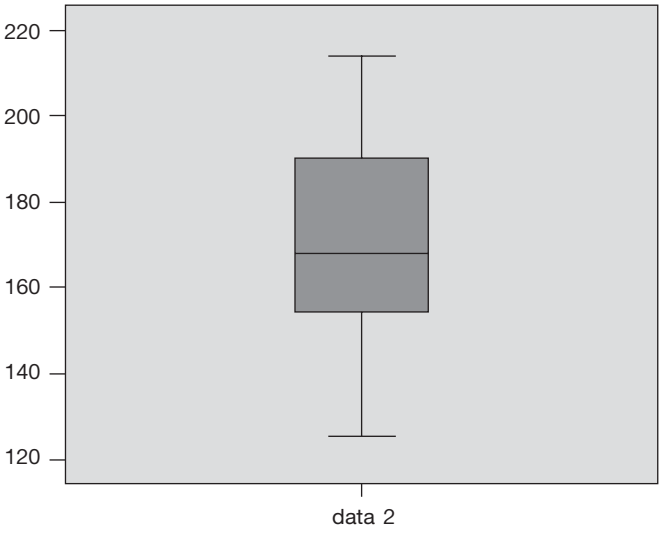
Stem–and–Leaf Plot

Frequency	Stem	&	Leaf
1.00	12	.	5
1.00	13	.	5
2.00	14	.	35
5.00	15	.	02445
4.00	16	.	5678
2.00	17	.	38
3.00	18	.	466
4.00	19	.	0059
1.00	20	.	3
2.00	21	.	24

Stem width : 10

Each leaf : 1 Case(s)

แผนภูมิกล่องของโรงพยาบาลที่ 2



เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 5

1.

ตัวอย่างชุดที่	ตัวอย่างที่สุ่มได้	ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง
1	0 , 0	0
2	0 , 3	1.5
3	0 , 9	4.5
4	3 , 0	1.5
5	3 , 3	3
6	3 , 9	6
7	9 , 0	4.5
8	9 , 3	6
9	9 , 9	9

$$E(\overline{X}) = \frac{0 + 1.5 + 4.5 + 1.5 + 3 + 6 + 4.5 + 6 + 9}{9} = 4$$

$$\mu = \frac{0+3+9}{3} = 4$$

ดังนั้น $E(\overline{X}) = \mu$

2.

ตัวอย่างชุดที่	ตัวอย่างที่เป็นไปได้	ค่ามัธยฐาน	ตัวอย่างชุดที่	ตัวอย่างที่เป็นไปได้	ค่ามัธยฐาน
1	2 , 2	2	9	4 , 2	3
2	2 , 2	2	10	4 , 2	3
3	2 , 2	2	11	4 , 4	4
4	2 , 2	2	12	4 , 8	6
5	2 , 4	3	13	8 , 2	5
6	2 , 4	3	14	8 , 2	5
7	2 , 8	5	15	8 , 4	6
8	2 , 8	5	16	8 , 8	8

2.1 $\tilde{x}$ แทนมัธยฐานตัวอย่าง

$$f(\tilde{x}) = \begin{cases} \dfrac{4}{16} & \tilde{x} = 2, 3, 5 \\ \dfrac{1}{16} & \tilde{x} = 4, 8 \\ \dfrac{2}{16} & \tilde{x} = 6 \end{cases}$$

2.2 $E(\tilde{x}) = \sum_{\forall \tilde{x}} \tilde{x} f(\tilde{x})$

$$= 2\left(\frac{4}{16}\right) + 3\left(\frac{4}{16}\right) + 4\left(\frac{1}{16}\right) + 5\left(\frac{4}{16}\right) + 6\left(\frac{2}{16}\right) + 8\left(\frac{1}{16}\right)$$

$$= \frac{64}{16} = 4$$

มัธยฐานประชากร (Med) $= \dfrac{2+4}{2} = 3$

จะได้ว่า $E(\tilde{x}) \neq \text{Med}$

นั่นแสดงว่ามัธยฐานตัวอย่างเป็นตัวประมาณที่เอนเอียงของมัธยฐานประชากร

2.3 ค่าเฉลี่ยประชากร (μ) $= \dfrac{2 + 2 + 4 + 8}{4} = 4$

จะได้ว่า $E(\tilde{x}) = \mu$

นั่นแสดงว่ามัธยฐานตัวอย่างเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากร

3. $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10}$

$= \dfrac{65.3 + 68.7 + ... + 70.8}{10}$

$= 65.72$

4. $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{12} X_i}{12}$

$= \dfrac{76.93 + 76.88 + ... + 76.42}{12}$

$= 76.8183$

5. $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10}$

$= \dfrac{103 + 156 + ... + 99}{10}$

$= 120.6$

6. $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10}$

$= \dfrac{22 + 27 + ... + 26}{10}$

$= 25.5$

$S = 3.2404$

n = 10 < 30 ขนาดตัวอย่างเล็กไม่ทราบค่าความแปรปรวนประชากร ดังนั้นช่วงการประมาณค่าเฉลี่ยประชากรคือ $\overline{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

$CI_{90\%}$ ของ $\mu = 25.5 \pm t_{0.05,\ 9} \dfrac{(3.2404)}{\sqrt{10}}$

$= 25.5 \pm 1.833 \dfrac{(3.2404)}{\sqrt{10}}$

$= (23.6217,\ 27.3783)$

7. $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{16} X_i}{16}$

$= \dfrac{1009 + 1280 + ... + 1621}{16}$

$= 1747.625$

$S = 604.65$

n = 16 < 30 ขนาดตัวอย่างเล็ก ไม่ทราบค่าความแปรปรวนประชากร ดังนั้นช่วงการประมาณค่าเฉลี่ยประชากรคือ $\overline{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

$CI_{95\%}$ ของ $\mu = 1747.625 \pm t_{0.025,\ 15} \dfrac{(604.65)}{\sqrt{16}}$

$= 1747.625 \pm 2.131 \dfrac{(604.65)}{\sqrt{16}}$

$= (1425.4977\ ,\ 2069.7523)$

8. 8.1

$$P\left[-Z_{\alpha_1} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < Z_{\alpha_2}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[-Z_{\alpha_1}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < Z_{\alpha_2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - a$$

$$P\left[\bar{X} - Z_{\alpha_1}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha_2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - a$$

$CI_{(1-\alpha)100\%}$ ของ μ คือ $\left[\bar{X} - Z_{\alpha_1}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha_2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

8.2 จากกำหนดให้ $\alpha = 0.05$ $\quad \alpha_1 = \frac{\alpha}{4}$ $\quad \alpha_2 = \frac{3\alpha}{4}$ ดังนั้น

$$P\left[-Z_{\alpha_1} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < Z_{\alpha_2}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[\bar{X} - Z_{0.0125}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{0.0375}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - a$$

จึงได้ว่า $L_1 = \bar{X} - Z_{0.0125}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ และ $U_1 = \bar{X} + Z_{0.0375}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$L_1 = \bar{X} - 2.24\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ และ $U_1 = \bar{X} + 1.78\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

พิจารณา $P\left[-Z_{\alpha_1} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < Z_{\alpha_2}\right] = 1 - \alpha$

$$P\left[\bar{X} - Z_{0.025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{0.025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha$$

จะได้ว่า $L_2 = \bar{X} - Z_{0.025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ และ $U_2 = \bar{X} + Z_{0.025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$L_2 = \bar{X} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ และ $U_2 = \bar{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

9. จากโจทย์ที่กำหนดให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากรเท่ากับ 3 ดังนั้นสูตรที่ใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงของค่าเฉลี่ยประชากรคือ $\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

9.1 $38.3 \pm 1.96 \frac{(3)}{\sqrt{100}} = (57.712, 58.888)$

9.2 $58.3 \pm 2.576 \frac{(3)}{\sqrt{100}} = (57.5272, 59.0728)$

9.3 $58.3 \pm 1.34 \frac{(3)}{\sqrt{100}} = (57.898, 58.702)$

10. จากข้อมูลที่นักกายภาพได้คือ $\bar{X} = 84.3$ $S^2 = 144$ เนื่องจาก $n = 15$ ขนาดตัวอย่างเล็ก

$CI_{90\%}$ ของ μ คือ $\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$

$$\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} = 84.3 \pm t_{0.005,\ 14} \frac{12}{\sqrt{15}}$$

$$= 84.3 \pm 2.977 \frac{12}{\sqrt{15}}$$

$$= (75.0761, 93.5239)$$

11. กำหนดให้ $n = 35$ (ขนาดตัวอย่างใหญ่) $\bar{X} = 17.2$ และ $S = 8$

$CI_{90\%}$ ของ μ คือ $\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$

$$\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} = 17.2 \pm Z_{0.05} \frac{8}{\sqrt{35}}$$

$$= 17.2 \pm 1.645 \frac{8}{\sqrt{35}}$$

$$= (14.9756, 19.4244)$$

12. กำหนดให้ n = 10 (ขนาดตัวอย่างเล็ก) $\overline{X}$ = 13.78 ไม่ทราบค่าความแปรปรวนประชากร

$$\overline{X} = 13.78$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10} = 137.8$$

$$X_1 + X_2 + (12.2 + 15.0 + \ldots + 15.2) = 137.8$$

$$X_1 + X_2 = 28.9$$

$$X_1 = 28.9 - X_2 \qquad \text{..... สมการที่ 1}$$

โจทย์กำหนดให้

$CI_{90\%}$ ของ μ คือ $\overline{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$

$$\overline{X} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$13.063 < \mu < 14.497$$

$$2\, t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} = 14.497 - 13.063$$

$$t_{0.05,\,9} \frac{S}{\sqrt{10}} = 0.717$$

$$S = \frac{0.717\sqrt{10}}{1.833}$$

$$S^2 = 1.53$$

$$\frac{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{n(n-1)} = 1.53$$

$$\frac{10\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{10(10-1)} = 1.53$$

$$\sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 1912.654$$

$$X_1^2 + X_2^2 + 12.2^2 + 15.0^2 + \ldots + 15.2^2 = 1912.654$$

$$X_1^2 + X_2^2 = 1912.654 - 1495.01$$

$$= 417.644$$

จากสมการที่ 1

$$(28.9 - X_2)^2 + X_2^2 = 417.644$$

$$2X_2^2 - 57.8X_2 + 208.109 = 0$$

$$X_2 = 4.2155 \text{ หรือ } 24.6846$$

$$X_1 = 24.6846 \text{ หรือ } 4.2155$$

ดังนั้นรอบวงของต้นไม้ที่เหลือสองต้นเท่ากับ 4.2155 และ 24.6846

13. $n = 6 \quad \bar{X} = 24 \quad S = 5.339$

และ $CI_{(1-\alpha)\,100\%}$ ของ μ คือ $\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} = (20.04, 27.96)$

$$2t_{\frac{\alpha}{2}, 5} \frac{S}{\sqrt{n}} = 7.92$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 5} = \frac{3.96\sqrt{6}}{5.339}$$

$$= 1.9201$$

ผลจากโปรแกรม Excel ได้ว่า $\alpha = 2(0.0565) = 0.113$

ดังนั้นระดับความเชื่อมั่นเท่ากับ 88.7%

14. จากโจทย์ทราบค่า $\sigma = 0.25$

ช่วงการประมาณค่าเฉลี่ยของน้ำหนักบรรจุภัณฑ์มาตรฐานเท่ากับ

$$\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{X} \pm Z_{0.05} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ในการประมาณต้องการให้ช่วงการประมาณห่างกันไม่เกินกว่า 0.08

นั่นแสดงว่า $2Z_{0.05} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 0.08$

$$n \geq \left(\frac{2\ Z_{0.05}\ \sigma}{0.08}\right)^2$$

$$n \geq \left(\frac{2(1.645)\ (0.25)}{0.08}\right)^2$$

$$n \geq 105.704$$

ขนาดตัวอย่างที่สุ่มตั้งแต่ 106 ชิ้นขึ้นไป

15. 15.1 70%

15.2 70 %

15.3 70 %

16. $n = 7 \quad \bar{X} = 638.1429 \quad S = 201.7205$

$CI_{90\%}$ ของ μ คือ $\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$

$$= 638.1429 \pm t_{0.05,\,6} \frac{(201.7205)}{\sqrt{7}}$$

$$= 638.1429 \pm 1.943 \frac{(201.7205)}{\sqrt{7}}$$

17. $n = 90 \quad p = 0.08 \quad q = 0.92$

$CI_{95\%}$ ของ P คือ $p \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}}$

$$p \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}} = 0.08 \pm Z_{0.025} \sqrt{\frac{0.08(0.92)}{100}}$$

$$= 0.08 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.08(0.92)}{100}}$$

$$= (0.0268,\ 0.1332)$$

$$= (2.68\%,\ 13.32\%)$$

18. $n = 150 \quad p = 0.87 \quad q = 0.13$

$$CI_{90\%} \text{ ของ } P = p \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

$$= 0.87 \pm Z_{0.05} \sqrt{\frac{0.87(0.13)}{150}}$$

$$= 0.87 \pm 1.645 \sqrt{\frac{0.87(0.13)}{150}}$$

$$= (0.8248,\ 0.9152)$$

$$= (82.48\%,\ 91.52\%)$$

19. $n = 50 \quad p = \frac{12}{50} = 0.24 \quad q = 1 - 0.24 = 0.76$

$$CI_{90\%} \text{ ของ } P = p \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

$$= 0.24 \pm Z_{0.05} \sqrt{\frac{0.24(0.76)}{50}}$$

$$= 0.24 \pm 1.645 \sqrt{\frac{0.24(0.76)}{50}}$$

$$= (0.1406,\ 0.3394)$$

$$= (14.06\%\ ,\ 33.94\%)$$

20. $n = 1601 \quad p = 0.32 \quad q = 0.68$

$$P(|p - P| < 0.02) = 0.95$$

$$P(-0.02 < p - P < 0.02) = 0.95$$

$$P\left(\frac{-0.02}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} < Z < \frac{0.02}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}\right) = 0.95$$

ดังนั้น $\frac{0.02}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = 1.96$

$$n = \frac{pq}{\left(\frac{0.02}{1.96}\right)^2}$$

$$= \frac{0.32(0.68)}{\left(\frac{0.02}{1.96}\right)^2}$$

$$n \geq 2090$$

21. n = 25 (ขนาดตัวอย่างเล็ก) $\overline{X} = 32$ $S = 4.44$

$$CI_{90\%} \text{ ของ } \sigma^2 = \left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}} \right)$$

$$= \left(\frac{(25-1)4.44^2}{\chi^2_{0.05,\ 24}}, \frac{(25-1)4.44^2}{\chi^2_{0.95,\ 24}} \right)$$

$$= \left(\frac{24(19.7136)}{36.4150}, \frac{24(19.7136)}{13.8484} \right)$$

$$= (12.9926\ ,\ 34.1647)$$

22.

เด็กชาย (1)	เด็กหญิง (2)
$n_1 = 10$	$n_2 = 10$
$\bar{x}_1 = 149.5$	$\bar{x}_2 = 146.25$
$S_1 = 5$	$S_2 = 7.5$

เมื่อ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ดังนั้น $CI_{95\%}$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$= (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$= (149.5 - 146.25) \pm t_{0.025} \sqrt{\frac{5^2}{10} + \frac{7.5^2}{10}}$$

$$df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

$$= \frac{\left(\frac{5^2}{10} + \frac{7.5^2}{10}\right)^2}{\frac{\left(\frac{5^2}{10}\right)^2}{10 - 1} + \frac{\left(\frac{7.5^2}{10}\right)^2}{10 - 1}}$$

$$= \frac{9.3789}{4.2101}$$

$$= 2.23$$

$CI_{95\%}$ ของ $\mu_1 - \mu_2 = (3.25 \pm 4.3027\sqrt{8.125})$

23.

ห่างจากถนนที่มีการจราจรติดขัด (1)	**ใกล้เคียงถนนที่มีการจราจรติดขัด (2)**
$n_1 = 30$	$n_2 = 35$
$\bar{x}_1 = 9.9$	$\bar{x}_2 = 16.7$
$S_1 = 4.9$	$S_2 = 7.0$

เนื่องจาก $n_1 \geq 30$ และ $n_2 \geq 30$ แต่ไม่ทราบค่า σ_1^2 , σ_1^2

$CI_{95\%}$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ $\left((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}\right)$

$$\left((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}\right) = \left((9.9 - 16.7) \pm 1.96 \sqrt{\frac{4.9^2}{30} + \frac{7^2}{35}}\right)$$

$$= (-9.7074, -3.8926)$$

$CI_{95\%}$ ของ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ คือ $\left(\frac{S_1^2}{S_2^2 f_{\frac{\alpha}{2}}}, \frac{S_1^2}{S_2^2 f_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right)$

$$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2 f_{\frac{\alpha}{2}}}, \frac{S_1^2}{S_2^2 f_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right) = \left(\frac{4.9^2}{7^2(2.0206)}, \frac{4.9^2}{7^2(0.4849)}\right)$$

$$= (0.2425, 1.0105)$$

24.

Organic Disorders	Non–organic Disorders
$n_1 = 5$	$n_2 = 5$
$\bar{x}_1 = 22.3560$	$\bar{x}_2 = 13.782$
$S_1^2 = 28.6316$	$S_2^2 = 1.7993$

เนื่องจาก $n_1 < 30$ และ $n_2 < 30$ และไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2 รวมทั้งไม่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ หรือไม่ จึงไม่สามารถตัดสินใจได้ว่า จะใช้สูตรการประมาณค่าผลต่างค่าเฉลี่ยประชากรแบบใด เราจึงประมาณช่วงอัตราส่วนความแปรปรวนประชากร 2 กลุ่ม

$CI_{95\%}$ ของ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ คือ $\left(\frac{S_1^2}{S_2^2 f_{\frac{\alpha}{2}}}, \frac{S_1^2}{S_2^2 f_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right)$

$$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2 f_{\frac{\alpha}{2}}}, \frac{S_1^2}{S_2^2 f_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right) = \left(\frac{28.6316}{1.7993\ f_{0.025}}, \frac{28.6316}{1.7993\ f_{0.975}}\right)$$

$$= \left(\frac{28.6316}{1.7993\ (9.6045)}, \frac{28.6316}{1.7993\ (0.1041)} \right)$$

$$= (1.6568,\ 152.8591)$$

จาก $CI_{95\%}$ ของ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ ได้ว่า $1 \notin (1.6568, 152.8591)$ และจากความหมายของช่วงความเชื่อมั่นเราสามารถสรุปได้ว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (เนื่องจากว่าถ้า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ หมายความว่า $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ ดังนั้น $1 \in (1.6568, 152.8591)$ ดังนั้นจากข้อสรุปสูตรที่ใช้ในการประมาณ $\mu_1 - \mu_2$ หรือ $CI_{90\%}$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$\left((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \right) = (22.356 - 13.782) \pm t_{0.05} \sqrt{\frac{28.6316}{5} + \frac{1.7993}{5}}$$

$$df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2 - 1}}$$

$$= \frac{\left(\frac{28.6316}{5} + \frac{1.7993}{5} \right)^2}{\frac{\left(\frac{28.6316}{5} \right)^2}{4} + \frac{\left(\frac{1.7993}{5} \right)^2}{4}}$$

$$= \frac{37.0416}{8.2301}$$

$$= 4.5$$

$$CI_{95\%} \text{ ของ } \mu_1 - \mu_2 = (8.574 \pm 2.13) \sqrt{6.0862}$$

25.

มารดาไม่สูบบุหรี่	มารดาสูบบุหรี่
$n_1 = 25$	$n_2 = 20$
$\bar{x}_1 = 3050$	$\bar{x}_2 = 2780$
$\sigma_1^2 = 400$	$\sigma_2^2 = 1600$

เนื่องจาก $n_1 < 30$ และ $n_2 < 30$ และทราบค่า σ_1^2 , σ_2^2 ดังนั้น

$CI_{95\%}$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ $\left((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$

$$\left((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) = \left((3050 - 2780) \pm Z_{0.025} \sqrt{\frac{400}{25} + \frac{1,600}{20}}\right)$$

$$= 270 \pm 1.96\sqrt{96}$$

$$= (260.796, 289.204)$$

26.

วัยรุ่นชาย	วัยรุ่นหญิง
$n_1 = 200$	$n_2 = 210$
$a_1 = 48$	$a_2 = 84$
$p_1 = \frac{48}{200} = 0.24$	$p_2 = \frac{84}{210} = 0.40$

$CI_{95\%}$ ของ $P_1 - P_2 = \left((p_1 - p_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}\right)$

$$\left((p_1 - p_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}\right) = \left((0.24 - 0.40) \pm Z_{0.025}\sqrt{\frac{0.24(0.76)}{200} + \frac{0.40(0.60)}{210}}\right)$$

$$= (-0.16 \pm 1.96\sqrt{0.0002})$$

$$= (-0.2488, -0.0712)$$

27.

ชาย	หญิง
$n_1 = 240$	$n_2 = 180$
$a_1 = 48$	$a_2 = 54$
$p_1 = \frac{48}{240} = 0.2$	$p_2 = \frac{54}{180} = 0.3$

$$CI_{99\%} \text{ ของ } P_1 - P_2 = \left((p_1 - p_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}\right)$$

$$= \left((0.2 - 0.3) \pm Z_{0.005}\sqrt{\frac{0.2(0.8)}{240} + \frac{0.3(0.7)}{180}}\right)$$

$$= (-0.1 \pm 2.57\sqrt{0.0018})$$

$$= (-0.209, 0.009)$$

28.

เด็กชาย	เด็กหญิง
$n_1 = 100$	$n_2 = 100$
$a_1 = 45$	$a_2 = 56$
$p_1 = 0.45$	$p_2 = 0.56$

$$CI_{95\%} \text{ ของ } P_1 - P_2 = \left((p_1 - p_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}\right)$$

$$= \left((0.45 - 0.56) \pm Z_{0.025}\sqrt{\frac{0.45(0.55)}{100} + \frac{0.56(0.44)}{100}}\right)$$

$$= (-0.11 \pm 1.96\sqrt{0.0049})$$

$$= (-0.2477, 0.0277)$$

29.

หน่วยตัวอย่างที่	1	2	3	4	5	6	7	8
MSI Method	0.39	0.84	1.76	3.35	4.69	7.70	10.52	10.92
SIB Method	0.36	1.35	2.56	3.92	5.35	8.33	10.70	10.91
d_i	0.03	–0.51	–0.80	–0.57	–0.66	–0.63	–0.18	0.01

$\sum d_i = -3.31$ $\quad \bar{d} = -0.4138$ $\quad \sum d_i^2 = 2.0909$ $\quad S_d^2 = 0.1031$

$$CI_{99\%} \text{ ของ } \mu_d = \left(\bar{d} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S_d}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= \left(-0.4138 \pm t_{0.005} \frac{0.3210}{\sqrt{8}}\right)$$

$$= (-0.11 \pm 1.96\sqrt{0.0049})$$

$$= (-0.8109, -0.0167)$$

30.

คนที่	CBF			คนที่	CBF		
	หลับๆ ตื่นๆ	หลับลึก	di		หลับๆ ตื่นๆ	หลับลึก	di
1	38.8	26.8	12	11	55.3	44.1	11.2
2	51.3	34.8	16.5	12	47.4	46.1	1.3
3	43.8	31.8	12	13	32.5	26.5	6.0
4	64.9	56.6	8.3	14	60.6	53.2	7.4
5	29.8	29.0	0.8	15	32.0	30.6	1.4
6	43.4	37.2	6.2	16	60.6	53.2	7.4
7	44.8	36.3	8.5	17	45.7	32.1	13.6
8	33.9	25.2	8.7	18	63.0	49.2	13.8
9	62.7	42.2	20.5	19	69.9	51.9	18.0
10	40.1	29.3	10.8	20	33.6	28.7	4.9

$\sum d_i = 189.3 \quad \sum d_i^2 = 2351.07 \quad \bar{d} = 9.465 \quad S_d = 5.4258$

$$CI_{90\%} \text{ ของ } \mu_d = \left(\bar{d} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S_d}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= \left(9.465 \pm t_{0.05} \frac{5.4258}{\sqrt{20}}\right)$$

$$= (7.3673,\ 11.5627)$$

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 6

1. $H_0 : \mu = 2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu \neq 2$

2. $H_0 : \mu = 5$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu > 5$

4. $H_0 : \mu = 34.5$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu \neq 34.5$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X} = 33.8113$ $S = 0.6078$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $T = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ $t_{cal} = -4.3882$ $t_{table} = \pm 2.1448$

ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 34.5$ แสดงว่า เส้นรอบศีรษะของเด็กแตกต่างจาก 34.5 เซนติเมตรอย่างมีนัยสำคัญ

5. $H_0 : \mu = 150$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu < 150$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X} = 130.08333$ $S = 17.5264$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $T = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ $t_{cal} = -3.3965$ $t_{table} = -1.7959$

ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 150$ แสดงว่า ความดันเฉลี่ยน้อยกว่า 150 mmHg อย่างมีนัยสำคัญ

6. $H_0 : \mu = 20$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu > 20$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X} = 23$ ทราบค่า $\sigma = 10$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ $Z_{cal} = 3$ $Z_{table} = 2.326$

ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 20$ แสดงว่า เวลาเฉลี่ยที่ผู้ป่วยรอตรวจมากกว่า 20 นาที อย่างมีนัยสำคัญ

7. $H_0 : \mu = 6.23$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu > 6.23$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X} = 6.32$ $S = 4$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}}$ $Z_{cal} = 0.2102$ $Z_{table} = 1.645$

ยอมรับ $H_0 : \mu = 6.23$ แสดงว่า ปุ๋ยชนิดใหม่ทำให้ผลผลิตมากกว่า 6.23 กิโลกรัม/ไร่ อย่างไม่มีนัยสำคัญ หรืออาจกล่าวอีกว่า ไม่มีข้อมูลที่สนับสนุนเพียงพอที่จะสรุปว่า ปุ๋ยชนิดใหม่ทำให้ผลผลิตมากกว่า 6.23 กิโลกรัม/ไร่

8. $H_0 : \mu = 100$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu \neq 100$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X} = 108.25$ $S = 16.75$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}}$ $Z_{cal} = 7.7877$ $Z_{table} = \pm 1.645$

ปฏิเสธ $H_0 : \mu = 100$ แสดงว่า ปริมาณการบริโภคน้ำอัดลมของเด็กอายุ 10 – 15 ปี ในแต่ละปีเฉลี่ยแตกต่างจาก 100 ลิตร อย่างมีนัยสำคัญ

9. $H_0 : \mu = 4.96$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu > 4.96$

10. $H_0 : P = 0.05$ ขัดแย้งกับ $H_1 : P > 0.05$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $p = 0.6667$ $q = 0.3333$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $Z = \dfrac{p - P}{\sqrt{\dfrac{PQ}{n}}}$ $Z_{cal} = 0.7319$ $Z_{table} = 2.326$

ยอมรับ $H_0 : P = 0.05$ แสดงว่า นักโทษเป็นนักโทษที่เคยต้องโทษในคดีเดิมมากกว่า 5% อย่างไม่มีนัยสำคัญ

11. $H_0 : P = 0.05$ ขัดแย้งกับ $H_1 : P < 0.05$

ค่าสถิติที่คำนวนได้ $p = 0.048$ $q = 0.952$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $Z = \dfrac{p - P}{\sqrt{\dfrac{PQ}{n}}}$ $Z_{cal} = -0.1479$ $Z_{table} = -1.281$

ยอมรับ $H_0 : P = 0.05$ แสดงว่า เปอร์เซ็นต์การออกกลางคันของนักศึกษาน้อยกว่า 5% อย่างไม่มีนัยสำคัญ

12. $H_0 : P = 0.24$ ขัดแย้งกับ $H_1 : P \neq 0.24$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $p = 0.0283$ $q = 0.9717$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $Z = \dfrac{p - P}{\sqrt{\dfrac{PQ}{n}}}$ $Z_{cal} = -22.0956$ $Z_{table} = \pm 2.576$

ปฏิเสธ $H_0 : P = 0.24$ แสดงว่า ผู้ที่เคยป่วยเป็นโรคไวรัสตับอักเสบมาก่อนจะเป็นมะเร็งที่ตับแตกต่างจาก 24% อย่างมีนัยสำคัญ

13. $H_0 : \sigma^2 = 10{,}000$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \sigma^2 > 10{,}000$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $S^2 = 22500$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ $\chi^2_{cal} = 54$ $\chi^2_{table} = 36.4150$

ปฏิเสธ $H_0 : \sigma^2 = 10{,}000$ แสดงว่าความแปรปรวนของน้ำหนักเด็กแรกเกิดในโรงพยาบาลเขตเมืองมากกว่า 10,000 อย่างมีนัยสำคัญ

14. $H_0 : \sigma^2 = 0.05$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \sigma^2 > 0.05$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $S^2 = 0.0787$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ $\chi^2_{cal} = 22.0408$ $\chi^2_{table} = 21.0641$

ปฏิเสธ $H_0 : \sigma^2 = 0.05$ แสดงว่าความแปรปรวนสารแอมมิโนจากหญิงตั้งครรภ์มากกว่า 0.05 อย่างมีนัยสำคัญ

15. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

เนื่องจากข้อมูลที่ให้มาเกิดจากตัวอย่างขนาดเล็ก $n_1 = 12$, $n_2 = 12$ และไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2 ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ หรือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$

เราต้องใช้ F– test ทดสอบ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ก่อนเลือกใช้ T–test

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X}_1 = 10.375$ $S_1^2 = 1.9489$ และ $\bar{X}_2 = 12.2083$ $S_2^2 = 2.1004$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $F = \dfrac{S_1^2 \ \sigma_2^2}{S_2^2 \ \sigma_1^2} = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ $F_{cal} = 0.9034$ $F_{table} = 0.2879, 3.4737$ ยอมรับ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

จึงเลือกใช้ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ $\quad T_{cal} = 0.0046 \quad T_{table} = 2.0739$

ยอมรับ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ แสดงว่า อายุเฉลี่ยของการหัดเดินของเด็กทารกระหว่างเด็กกลุ่มที่ครอบครัวไม่มีพี่เลี้ยงดูแลเด็กกับกลุ่มครอบครัวที่มีพี่เลี้ยงดูแลเด็กอย่างไม่มีนัยสำคัญ

16. $H_0 : \mu_A - \mu_B = 12$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_A - \mu_B > 12$

เนื่องจากข้อมูลที่ให้มาเกิดจากตัวอย่างขนาดใหญ่ และไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2 ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $Z = \dfrac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\dfrac{S_A^2}{n_A} + \dfrac{S_B^2}{n_B}}}$ $\quad Z_{cal} = 0.7557 \quad Z_{table} = 1.645$

ยอมรับ $H_0 : \mu_A - \mu_B = 12$ แสดงว่าข้าวโพดสายพันธุ์ A ให้ปริมาณผลผลิตมากกว่าข้าวโพดสายพันธุ์ B มากกว่า 12 กิโลกรัมต่อไร่อย่างไม่มีนัยสำคัญ

17. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0.5$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0.5$

กำหนดให้ กลุ่มที่ 1 แทนการใช้ความเข้มข้นของสาร 2.0 โมลต่อลิตร

กลุ่มที่ 2 แทนการใช้ความเข้มข้นของสาร 1.5 โมลต่อลิตร

เนื่องจากข้อมูลที่ให้มาเกิดจากตัวอย่างขนาดเล็ก $n_1 = 12$, $n_2 = 15$ และไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2 ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ หรือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$

เราต้องใช้ F– test ทดสอบ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ก่อนเลือกใช้ T–test

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X}_1 = 8.8$ $S_1 = 6.2$ และ $\bar{X}_2 = 7.5$ $S_2 = 1.5$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $F = \dfrac{S_1^2 \ \sigma_2^2}{S_2^2 \ \sigma_1^2} = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ $F_{cal} = 17.0844$ $F_{table} = 0.2977, 3.0946$

ปฏิเสธ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ จึงเลือกใช้สถิติทดสอบ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$

$T_{cal} = 0.4369$ $T_{table} = 1.753$ $df = 15.2991$

ยอมรับ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0.5$ แสดงว่า ความเข้มข้นของสาร 2.0 โมลต่อลิตรจะเร่งให้เกิดปฏิกิริยาเคมีเร็วขึ้นมากกว่า 0.5 ไมโครโมลต่อ 30 นาที เมื่อเทียบกับความเข้มข้นของสาร 1.5 โมลต่อลิตร อย่างไม่มีนัยสำคัญ

18. $H_0 : \mu_A = \mu_B$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$

เนื่องจากข้อมูลที่ให้มาเกิดจากตัวอย่างขนาดเล็ก $n_A = 18$, $n_B = 24$ และไม่ทราบค่า σ_A^2, σ_B^2 ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $T = \dfrac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_A} + \dfrac{1}{n_B}}}$ หรือ $T = \dfrac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\dfrac{S_A^2}{n_A} + \dfrac{S_B^2}{n_B}}}$

เราต้องใช้ F– test ทดสอบ $H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$ ก่อนเลือกใช้ T–test

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X}_A = 75.6$ $S_A^2 = 12.25$ และ $\bar{X}_B = 72.8$ $S_B^2 = 10.24$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $F = \dfrac{S_A^2 \ \sigma_B^2}{S_B^2 \ \sigma_A^2} = \dfrac{S_A^2}{S_B^2}$ $F_{cal} = 1.1963$ $F_{table} = 0.3888, 2.4157$

ยอมรับ $H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ จึงเลือกใช้สถิติทดสอบ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$

$T_{cal} = 2.6986$ $T_{table} = \pm 2.0211$

ปฏิเสธ $H_0 : \mu_A = \mu_B$ แสดงว่ายาชนิด A และยาชนิด B มีต่อพฤติกรรมของหนูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

19. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$

เนื่องจากข้อมูลที่ให้มาเกิดจากตัวอย่างขนาดเล็ก $n_1 = 5$, $n_2 = 4$ และไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2

ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ หรือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$

เราต้องใช้ F– test ทดสอบ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ก่อนเลือกใช้ T–test

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X}_1 = 1.672$ $S_1 = 1.9705$ และ $\bar{X}_2 = 0.875$ $S_2 = 1.1673$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $F = \dfrac{S_1^2\ \sigma_2^2}{S_2^2\ \sigma_1^2} = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ $F_{cal} = 0.4160$ $F_{table} = 0.1002, 15.101$

ยอมรับ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ จึงเลือกใช้สถิติทดสอบ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$

$T_{cal} = 0.2536$ $T_{table} = 1.895$ ยอมรับ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ แสดงว่ายาตัวใหม่ยืดอายุของหนูทดลองได้ อย่างไม่มีนัยสำคัญ

20. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$

เนื่องจากข้อมูลที่ให้มาเกิดจากตัวอย่างขนาดเล็ก $n_1 = 7$, $n_2 = 9$ และไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2

ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ หรือ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$

เราต้องใช้ F– test ทดสอบ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ก่อนเลือกใช้ T–test

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{X}_1 = 16.4143$ $S_1 = 3.933$ และ $\bar{X}_2 = 16.40$ $S_2 = 3.5299$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $F = \dfrac{S_1^2 \ \sigma_2^2}{S_2^2 \ \sigma_1^2} = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ $F_{cal} = 1.2416$ $F_{table} = 0.0946, 7.952$

ยอมรับ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ จึงเลือกใช้สถิติทดสอบ $T = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$

$T_{cal} = 0.008$ P–value $= 0.4969 > \alpha$

ยอมรับ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ แสดงว่า การบริโภคอาหารที่มีการประกอบไนเตรตมากจะทำให้เปอร์เซ็นต์ของสารพิษประเภท Cyanosis เพิ่มขึ้นกว่าการบริโภคอาหารปกติอย่างไม่มีนัยสำคัญ

21. $H_0 : P_1 = P_2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : P_1 \neq P_2$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $p_1 = 0.08$ $q_1 = 0.92$ $p_2 = 0.03$ $q = 0.97$

$$P = \frac{24 + 15}{300 + 500} = 0.0488 \qquad Q = 0.9512$$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $Z = \dfrac{(p_1 - p_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{PQ\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$ $Z_{cal} = 3.1793$ $Z_{table} = \pm 1.96$

ปฏิเสธ $H_0 : P_1 = P_2$ แสดงว่า ร้อยละคนตาบอดในเขตชนบทและเขตเมืองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

22. $H_0 : P_1 = P_2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : P_1 \neq P_2$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $p_1 = 0.14$ $q_1 = 0.86$ $p_2 = 0.24$ $q = 0.76$

$$P = \frac{24 + 48}{150 + 200} = 0.1971 \qquad Q = 0.8029$$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $$Z = \frac{(p_1 - p_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{PQ\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \qquad Z_{cal} = -2.3271 \qquad Z_{table} = \pm 1.96$$

ปฏิเสธ $H_0 : P_1 = P_2$ แสดงว่าเปอร์เซ็นต์ผู้มีน้ำหนักเกินมาตรฐานของเพศชายและหญิงต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

23. $H_0 : P_1 = P_2$ ขัดแย้งกับ $H_1 : P_1 < P_2$

กำหนดให้ กลุ่มที่ 1 แทนคนงานชาย

กลุ่มที่ 2 แทนคนงานหญิง

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $p_1 = 0.2333$ $q_1 = 0.7667$ $p_2 = 0.32$ $q = 0.68$

$$P = \frac{105 + 120}{450 + 375} = 0.2727 \qquad Q = 0.7273$$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $$Z = \frac{(p_1 - p_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{PQ\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \qquad Z_{cal} = -2.7831 \qquad Z_{table} = -1.645$$

ปฏิเสธ $H_0 : P_1 = P_2$ แสดงว่าสัดส่วนผู้ประสบอุบัติเหตุระหว่างงานของคนงานชายน้อยกว่าคนงานหญิงอย่างมีนัยสำคัญ ดังนั้นงานนี้เหมาะกับคนงานชายมากกว่าคนงานหญิง

24. $H_0 : \mu_d = 0$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_d > 0$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{d} = 70.4$ $S_d = 13.3849$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $T = \dfrac{\bar{d} - \mu_d}{\dfrac{S_d}{\sqrt{n}}}$ $T_{cal} = 16.632$ $p - value = 0$

ปฏิเสธ $H_0 : \mu_d = 0$ แสดงว่าหลังใส่แบบจำลองการเป็นโรคจะทำให้การเต้นของหัวใจต่อนาทีเพิ่มมากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

25. $H_0 : \mu_d = 0$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_d \neq 0$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{d} = -0.1917$ $S_d = 0.1975$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $T = \dfrac{\bar{d} - \mu_d}{\dfrac{S_d}{\sqrt{n}}}$ $T_{cal} = -.3361$ $T_{table} = 2.9768$

ยอมรับ $H_0 : \mu_d = 0$ แสดงว่าพยาบาลทั้งสองคนวัดความสูงของเด็กได้แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

26. $H_0 : \mu_d = 0$ ขัดแย้งกับ $H_1 : \mu_d > 0$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ $\bar{d} = 2.6067$ $S_d = 4.7128$

สถิติที่ใช้ทดสอบ $T = \dfrac{\bar{d} - \mu_d}{\dfrac{S_d}{\sqrt{n}}}$ $T_{cal} = 2.142$ $p - value = 0.05 > 0.01$

ยอมรับ$H_0 : \mu_d = 0$ แสดงว่า Charles Darwin's Study of Cross Fertilization และ Self Fertilization ได้ผลความสูงของพืชแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ