เฉลยแบบฝึกหัด

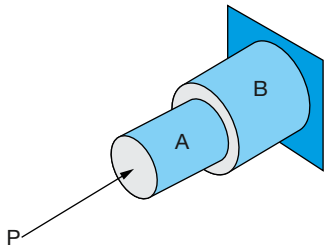
หนังสือ ความแข็งแรงของวัสดุ

โดย ธรรม์ณชาติ วันแต่ง

□□□□□□□□□□□□.indd 1 11/17/2016 7:47:43 PM

เฉลยแบบฝึกหัดทบทวน บทที่ 1

1. เพลากลมตัน A และ B ถูกเชื่อมต่อกัน รับแรงกระทำ 50 kN จงคำนวณหาค่าความเค้นที่เกิดขึ้นทั้ง 2 ท่อน เมื่อ A มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 mm และ B มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 60 mm



วิธีทำ

$$\sigma_c = \frac{P}{A_A} + \frac{P}{A_B} = \frac{50 \times 10^3}{\frac{\pi d^2_A}{4}} + \frac{50 \times 10^3}{\frac{\pi d^2_B}{4}}$$

$$= \frac{50 \times 10^3}{\frac{\pi (0.04)^2}{4}} + \frac{50 \times 10^3}{\frac{\pi (0.06)^2}{4}}$$

$$\sigma_c = 39.80 \times 10^6 + 17.69 \times 10^6 = 57.50 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$= 57.50 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

2. จงหาแรงตัดโลหะด้วยพันช์ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 mm โลหะมีความหนา 25 mm ความเค้นแรงเฉือนของแผ่นโลหะ 350 MN/m^2

วิธีทำ

$$t = \frac{P}{Lt} \Rightarrow P = \tau Lt$$

$$= (350 \times 10^6)(2\pi \times 0.010)(0.025) = 549{,}500 \text{ N}$$

$$= 549.5 \text{ kN}$$ **ตอบ**

3. ในงานตัดแผ่นโพลีสไตรีนหนา 6 mm ด้วยกระบวนการแม่พิมพ์ตัด พันช์ต้องใช้แรงกด 45 kN ชิ้นงานจึงขาด จงหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางใหญ่สุดของพันช์เมื่อแผ่นโพลีสไตรีนจะถูกตัดขาดที่ค่าความเค้นเฉือน 55 MPa

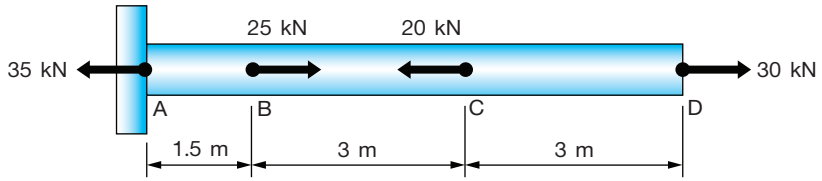
วิธีทำ

$$\tau = \frac{P}{Lt} \Rightarrow L = \frac{P}{\tau t} = \frac{(45 \times 10^3)}{(55 \times 10^6)(0.006)} = 0.136$$

$$(2\pi r) = 0.136$$

$$r = \frac{0.136}{2\pi} = 0.022 \Rightarrow d = 0.044 \text{ m} = 44 \text{ mm}$$ **ตอบ**

4. ท่อนเหล็กกลมตัน ABCD มีขนาดพื้นที่หน้าตัด 600 mm^2 จงคำนวณหาค่าความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในท่อนเหล็ก



วิธีทำ ขนาดพื้นที่หน้าตัด 600 mm^2 = 0.0006 m^2

หาค่าความเค้นท่อน CD P = 30 kN

$$\sigma_{CD} = \frac{P_{CD}}{A} = \frac{(30{,}000)}{(6 \times 10^4)} = 50.00 \text{ MN/m}^2 \text{ แรงดึง}$$

หาค่าความเค้นท่อน BC P = 30 kN – 20 kN =10 kN

$$\sigma_{CD} = \frac{P_{CD}}{A} = \frac{(10{,}000)}{(6 \times 10^4)} = 16.666 \text{ MN/m}^2 \text{ แรงดึง}$$

หาค่าความเค้นท่อน AB P = 30kN – 20 kN + 25 kN = 35 kN

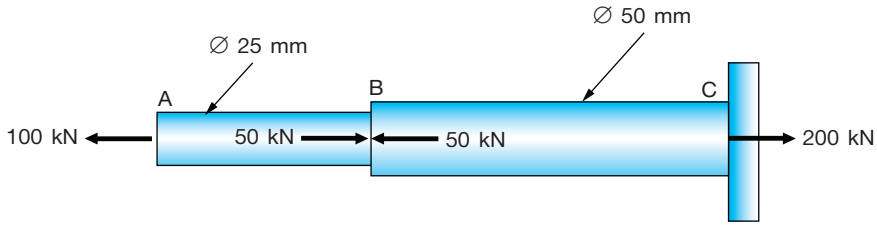
$$\sigma_{BC} = \frac{P_{BC}}{A} = \frac{(35{,}000)}{(6 \times 10^4)} = 58.333 \text{ MN/m}^2 \text{ แรงดึง}$$

ค่าความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในท่อนเหล็ก ในท่อน AB = 58.33 MN/m^2 แรงดึง

$$\sigma_{total} = \frac{P_{AB}}{A_{AB}} + \frac{P_{BC}}{A_{BC}} = 16.666 + 58.333$$

$$= 74.999 \text{ MN/m}^2 \text{ แรงดึง}$$ **ตอบ**

5. ท่อนเหล็กกลมตัน ABC ถูกยึดกับผนังไว้ 1 ด้าน จงหาความเค้นในแต่ละส่วนและความเค้นที่เกิดในท่อนเหล็กทั้งหมด



วิธีทำ

ท่อน AB $\quad P = 100 \text{ kN} - 50 \text{ kN} = 50 \text{ kN}$

$$\sigma_t = \frac{50{,}000}{4.91 \times 10^{-4}} = 102.04 \text{ MN/m}^2$$

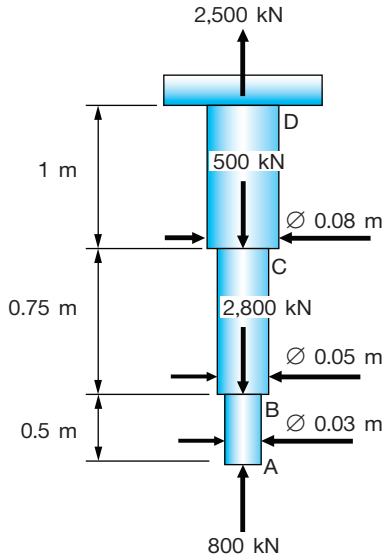
ท่อน BC $\quad P = 100 \text{ kN} - 50 \text{ kN} + 50 \text{ kN} = 100 \text{ kN}$

$$\sigma_t = \frac{100{,}000}{19.63 \times 10^{-4}} = 51.02 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_t = \frac{P_{AB}}{A_{AB}} + \frac{P_{BC}}{A_{BC}} = 102.04 + 51.02$$

$$= 153.06 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

6. จงคำนวณหาค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในแต่ละส่วนของท่อนวัสดุและอยู่ภายใต้แรงที่ไม่เท่ากัน



วิธีทำ

ท่อน A $\quad P = 800 \text{ kN}$

$$\sigma_c = \frac{800{,}000}{(7.07 \times 10^{-4})} = 1.132 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

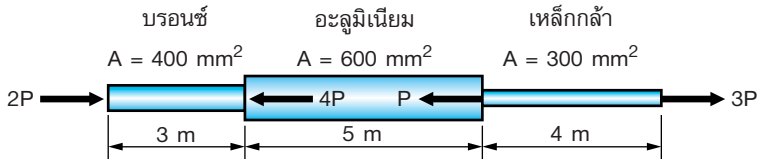
ท่อน B $\quad P = -800 \text{ kN} + 2{,}800 \text{ kN} = 2{,}000 \text{ kN}$ **ตอบ**

$$\sigma_c = \frac{2{,}000{,}000}{(1.963 \times 10^{-3})} = 1.02 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

ท่อน C $\quad P = -800 \text{ kN} + 2{,}800 \text{ kN} + 500 \text{ kN} = 2{,}500 \text{ kN}$

$$\sigma_t = \frac{2{,}500{,}000}{(5.024 \times 10^{-3})} = 497.61 \text{ kN/m}^2$$ **ตอบ**

7. แรงกระทำในแนวแกนกับท่อนวัสดุต่างชนิดกัน จงคำนวณหาค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในแต่ละส่วนของท่อนวัสดุ เมื่ออยู่ภายใต้แรง P = 10 kN



วิธีทำ

หาค่าความเค้นในบรอนซ์ P = –20 kN

$$\sigma_{bronze} = \frac{P_{bronze}}{A} = \frac{(20{,}000)}{(4 \times 10^{-4})}$$

$$= 50.00 \text{ MN/m}^2 \text{ แรงอัด}$$ **ตอบ**

หาค่าความเค้นท่อนอะลูมิเนียม P = –20 kN + 40 kN = 20 kN

$$\sigma_{alu} = \frac{P_{alu}}{A} = \frac{(20{,}000)}{(6 \times 10^{-4})}$$

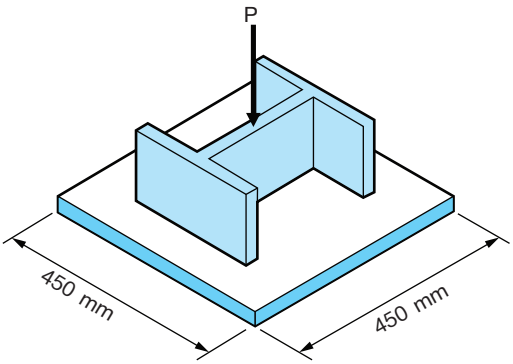
$$= 33.33 \text{ MN/m}^2 \text{ แรงดึง}$$ **ตอบ**

หาค่าความเค้นท่อนเหล็กกล้า P = –20 kN + 40 kN + 10 kN = 30 kN

$$\sigma_{steel} = \frac{P_{steel}}{A} = \frac{(30{,}000)}{(3 \times 10^{-4})}$$

$$= 100.00 \text{ MN/m}^2 \text{ แรงดึง}$$ **ตอบ**

8. แรงกด P กระทำในแนวแกนกดลงบนเหล็กคานแบบหน้าตัดปีกกว้าง W250 × 67 มีขนาด A = 8,580 mm^2 ด้านล่างรองรับด้วยแผ่นคอนกรีตขนาด 450 × 450 mm จงหาแรงกด P มากสุดที่ยอมให้เกิดขึ้นโดยไม่ก่อให้เกิดการพังของวัสดุทั้งสอง กำหนดให้เหล็กคานแบบหน้าตัดปีกกว้างมีค่าความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นเมื่อ เหล็ก σ_{all} = 250 MPa คอนกรีต σ_{all} = 15 MPa



วิธีทำ

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \Rightarrow P = \sigma_c A$$

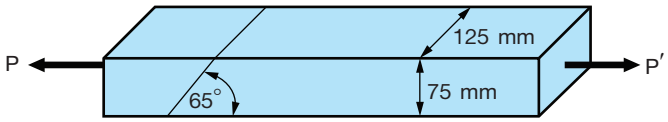
บนเหล็กคานแบบหน้าตัดปีกกว้าง

$$P = \sigma_{all} A = (250 \times 10^6)(8{,}580 \times 10^{-6}) = 214.5 \text{ MN}$$ **ตอบ**

บนแผ่นคอนกรีต

$$P = \sigma_{all} A = (15 \times 10^6)(0.45 \times 0.45) = 3.037 \text{ MN}$$ **ตอบ**

9. แผ่นไม้ 2 ชิ้นขนาด 125 × 75 mm ต่อกันด้วยกาวภายใต้แรงดึง P = 35 kN จงหาความเค้นดึงและความเค้นเฉือนของบริเวณรอยต่อด้วยกาว



วิธีทำ

$$\sigma_t = \frac{P}{A_\theta}\cos^2\theta = \frac{(3.5 \times 10^3)}{(0.125 \times 0.075)}\cos^2 65$$

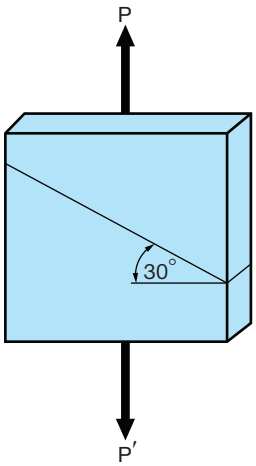
$$= (373.33 \times 10^3)(0.178)$$

$$= 66.68 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

$$\tau_{max} = \frac{P}{A_\theta}\sin\theta\cos\theta = \frac{(35 \times 10^3)}{(0.125 \times 0.075)}\sin 65 \cos 65$$

$$= (3.733 \times 10^6)(0.906)(0.422) = 1.427 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

10. พลาสติก 2 แผ่นต่อกันด้วยกาวทำมุมต่อกันที่ 30° ขนาดพลาสติก 120 × 30 ค่าความเค้นสำหรับใช้งานของวัสดุนี้มีค่า 8 N/mm^2 ความเค้นดึงสูงสุดในการต่อด้วยกาวมีค่า 5 N/mm^2 และความเค้นเฉือนของบริเวณรอยต่อด้วยกาวมีค่า 3 N/mm^2 จงหาคำนวณหาแรงดึงมากที่สุดที่วัสดุที่ต่อกันนี้จะรับได้



วิธีทำ

กรณีความเค้นดึงในไม้

$$P = \sigma_w A = 8(120 \times 30) = 28.8 \text{ kN}$$

กรณีความเค้นดึงในการต่อด้วยกาว

$$\sigma_t = \frac{P}{A_\theta}\cos^2\theta \Rightarrow P = \frac{\sigma_t A_\theta}{\cos^2\theta} \Rightarrow P = \frac{5(120 \times 30)}{\cos^2 30}$$

$$= 24 \text{ kN}$$

กรณีความเค้นเฉือนในการต่อด้วยกาว

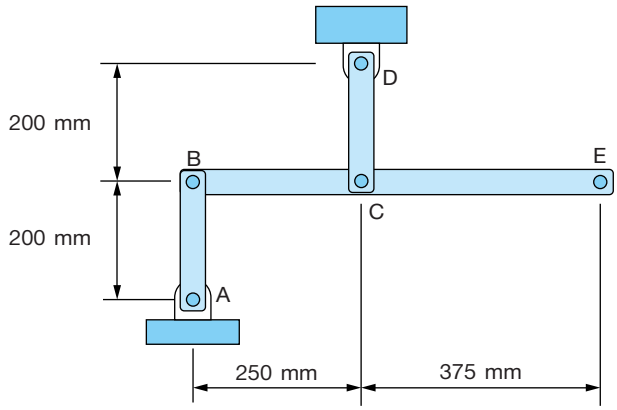
$$\tau_{max} = \frac{P}{A_\theta}\sin\theta\cos\theta \Rightarrow P = \frac{3(120 \times 30)}{\sin 30 \cos 30} = 24.942 \text{ kN}$$

หรือ

$$\tau_{max} = \frac{P}{2A_\theta}\sin 2\theta \Rightarrow P = \frac{(3)(2)(120 \times 30)}{\sin 60} = 24.941 \text{ kN}$$

เลือกใช้คำตอบที่กรณีความเค้นดึง P = 24 kN ให้เป็นค่าแรงดึงมากที่สุดที่จะรับได้ **ตอบ**

11. ชิ้นส่วน BCE รูปทรงหน้าตัดกลม มีขนาด ∅ 10 mm ถูกยึดเข้ากับชิ้นส่วน AB และ CD รูปทรงหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 6 × 25 mm โดยมีจุดรองรับที่ปลาย ความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้น σ_{all} = 175 MPa จงหาแรงกระทำในแนวแกนมากสุดที่จุด E สามารถรับได้



วิธีทำ

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -P_E(0.625) + P_{CD}(0.375) = 0$$

$$P_E = \frac{P_{CD}(0.375)}{(0.625)} \longrightarrow \text{สมการที่ (1)}$$

$$P_{CD} = \sigma_{CD}A = (175 \times 10^6)(0.006 \times 0.025)$$

$$P_{CD} = 26.25 \text{ kN}$$

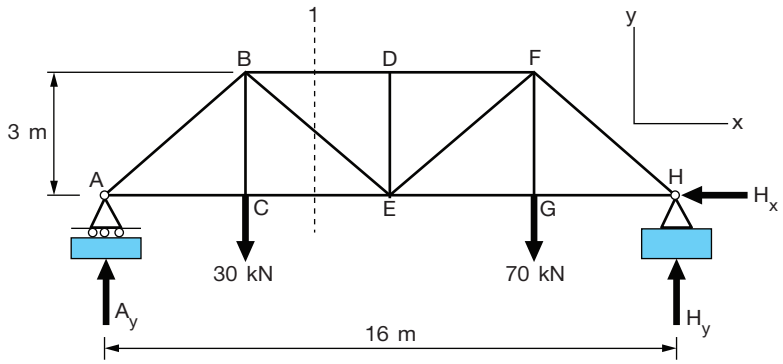
แทนค่าลงในสมการที่ (1)

$$P_E = \frac{(26{,}250)(0.375)}{(0.625)} = 15.75 \text{ kN}$$ **ตอบ**

12. จากรูปโครงสร้างในแต่ละส่วนมีขนาดพื้นที่หน้าตัด 900 mm^2 จงคำนวณหา

(ก) จงคำนวณหาความเค้นในชิ้นส่วน AB

(ข) คำนวณหาความเค้นในชิ้นส่วน BD



วิธีทำ

FBD

$$A_y = 40 \text{ kN} \quad H_y = 60 \text{ kN} \quad H_x = 0$$

คำนวณหาความเค้นในชิ้นส่วน AB

$$\Sigma F_y = 0 + \uparrow 40 + \frac{3}{5} P_{AB} = 0$$

$$\Sigma F_x = 0 + \rightarrow P_{AC} + \frac{4}{5} P_{AB} = 0$$

เมื่อ P_{AB} = 53.33 kN ความเค้นใน AC จะได้

$$\sigma_{AC} = \frac{P_{AC}}{A_{AC}} = \frac{53.33 \times 10^3}{900 \times 10^{-6}} = 59.3 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$= 59.3 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

หาความเค้นในชิ้นส่วน BD

$$\Sigma M_E = 0 + \circlearrowleft - 40(8) + 30(4) - P_{BD} = 0$$

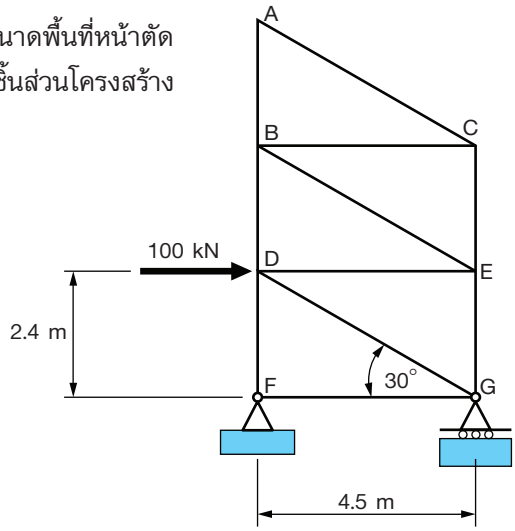
$$P_{BD} = -66.67 \text{ kN} = 66.67 \text{ kN}$$

แทนค่าความเค้นชิ้นส่วน BD

$$P_{BD} = \frac{P_{BD}}{A_{BD}} = \frac{-66.67 \text{ kN}}{900 \text{ mm}^2} = \frac{-66.67 \times 10^3}{900 \times 10^{-6}}$$

$$= -74.1 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \text{ หรือ } 74.1 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

13. โครงสร้างรับแรงดังแสดงในรูป จงหาขนาดพื้นที่หน้าตัดเล็กสุดของชิ้นส่วน DG เมื่อความเค้นในชิ้นส่วนโครงสร้างกำหนดได้ไม่เกิน 100 MPa



วิธีทำ

$$A_\theta = \frac{P}{\sigma_{AG}} \cos^2\theta$$

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{P}{\sigma_{AG}} \cos^2\theta$$

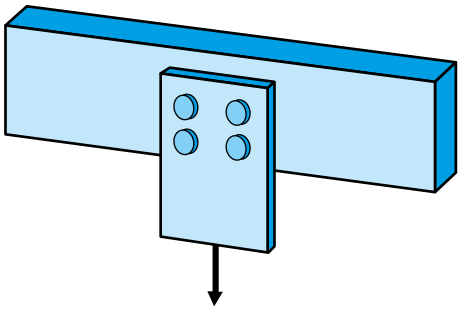
$$d = \sqrt{\frac{4P}{\pi\sigma_{AG}} \cos^2\theta}$$

แทนค่าจะได้

$$d = \sqrt{\frac{4P}{\pi\sigma_{AG}} \cos^2\theta} = \sqrt{\frac{4(100 \times 10^3)}{\pi(100 \times 10^6)} 0.75}$$

$$d = \sqrt{0.000955} = 0.031 \text{ m} = 31 \text{ mm}$$ **ตอบ**

14. แผ่นเหล็กถูกยึดด้วยโบลต์และนอต 4 ตัวเข้ากับคานไม้ ความเค้นเฉือนสูงสุดของแผ่นเหล็ก 350 MPa และกำหนดค่าความปลอดภัย FS = 3.3 จงหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเล็กสุดที่ใช้ทำโบลต์โดยไม่เกิดการเสียหาย



วิธีทำ ค่าความเค้นสูงสุดที่ยอมให้เกิดในชิ้นงาน

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_f}{FS} = \frac{(350 \times 10^6)}{3.3}$$

$$= 106.06 \text{ MN/m}^2$$

หาขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลาง $(d)^2 = \dfrac{4P}{\sigma_f \pi}$

มีนอต 4 ตัวเข้ากับคานไม้ $4(d)^2 = \dfrac{4P}{\sigma_f \pi}$

$$d = \sqrt{\frac{4P}{\sigma_f \pi}} = \sqrt{\frac{4(150{,}000)}{\pi\,(106.06 \times 10^6)}}$$

$$= \frac{0.0425 \text{ m}}{4} = 0.01062 \text{ m}$$

$$= 10.62 \text{ mm}$$ **ตอบ**

15. ลวดสลิงโลหะขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 mm มีค่าความปลอดภัย FS = 5.5 ลวดสลิงโลหะมีค่าความเค้นแรงดึงสูงสุด 620 MPa ถูกแรงดึงอยู่ในแนวแกน จงหาแรงในแนวแกนที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ในชิ้นงาน

วิธีทำ หาค่าความเค้นสูงสุดที่ยอมให้เกิดในชิ้นงาน

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{FS} = \frac{620 \times 10^6}{5.5} = 112.727 \text{ MN/m}^2$$

$$P = \sigma A = (112.727 \times 10^6)\left(\frac{\pi(0.03^2)}{4}\right) = 79.641 \text{ kN}$$ **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกหัดทบทวน บทที่ 2

1. แท่งทดสอบขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 mm ค่า E = 70 GN/m^2 ทำการทดสอบด้วยแรงดึง 200 kN เมื่อแท่งทดสอบมีความยาว 500 mm จงคำนวณหาค่าความเครียดของวัสดุ

วิธีทำ

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{(200{,}000)(0.5)}{\left(\frac{\pi(0.025^2)}{4}\right)(70 \times 10^9)} = 0.0029$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_i} = \frac{0.0029}{0.5} = 0.0058$$ **ตอบ**

2. ลวดอะลูมิเนียมยาว 15 m ถูกกำหนดให้มีระยะยืดได้ 10 mm มีแรงดึง 3 kN มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น E = 70 GN/m^2 จงหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางลวด

วิธีทำ

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

$$0.001 = \frac{(3{,}000)(15)}{\left(\frac{\pi f^2)}{4}\right)(70 \times 10^9)}$$

$$d = \sqrt{\frac{4(3{,}000)(15)}{\pi\,(0.01)(70 \times 10^9)}} = 0.00904 \text{ m}$$

$$= 9.04 \text{ mm}$$ **ตอบ**

3. ลวดอะลูมิเนียมถูกยึดไว้ให้มีระยะยืดเพียง 4 mm อยู่ภายใต้แรงดึง 400 N มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น $E = 70\ GN/m^2$ ค่าความเค้นสูงสุดของลวด $\sigma_u = 110$ MPa จงหาความยาวเดิมของลวด

วิธีทำ

$$\delta = \frac{PL}{AE} \Rightarrow \delta = \frac{\sigma L}{E} \Rightarrow L = \frac{\delta E}{\sigma}$$

$$L = \frac{(0.004)(70 \times 10^9)}{(110 \times 10^6)} = 2.55\ m$$ **ตอบ**

4. จากข้อมูลการดึงทดสอบอะลูมิเนียมอัลลอย ชิ้นงานทดสอบขนาด 15.15 mm ขนาดความยาวกำหนด 60 mm

ขนาดแรง (N)	ระยะยืด (mm)	ขนาดแรง (N)	ระยะยืด (mm)
0	0	70,000	0.6
11,550	0.066	72,000	0.75
23,200	0.132	72,500	1.8
34,750	0.198	73,000	2.4
46,450	0.264	74,000	3
58,000	0.33	73,000	3.6
65,000	0.45	68,000	ชิ้นงานขาด

จงพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด และคำนวณหาค่าต่างๆ ดังนี้

(ก) ความเค้นสัดส่วนจำกัด

(ข) โมดูลัสยืดหยุ่น

(ค) ความเค้นครากที่ค่าเปรียบเทียบ 0.2%

(ง) ความเค้นสูงสุด

(จ) ความเค้นขาด

วิธีทำ

$$A_i = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.01515)^2}{4} = 0.00018 \text{ m}^2$$

(ก) ความเค้นสัดส่วนจำกัด

$$\sigma_P = \frac{F_P}{A_i} = \frac{34.750}{0.00018} = 192.86 \text{ MP}$$ **ตอบ**

(ข) โมดูลัสยืดหยุ่น

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0.0036}{0.06} = 0.06, \quad \sigma = 192.86 \text{ MPa}$$

$$E = \frac{192.86 \text{ MPa}}{0.06} = 3.214 \text{ GPa}$$ **ตอบ**

(ค) ความเค้นครากที่ค่าเปรียบเทียบ 0.2% จากข้อมูลทำการอินเตอร์โพเลต (ภาคผนวก ข.) ที่ 0.2% จะได้

$$b = \frac{ad}{c} + a = \left(\frac{(46{,}450 - 34{,}750)(0.2 - 0.198)}{0.264 - 0.198)}\right)$$

$$+ 34{,}750 = \left(\frac{23.4}{0.066}\right) + 34{,}750 = 35{,}104.55$$

$$\sigma_Y = \frac{F_Y}{A_i} = \frac{35{,}104.55}{0.00018} = 195 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

(ง) ความเค้นสูงสุด

$$\sigma_U = \frac{F_U}{A_i} = \frac{74{,}000}{0.00018} = 410.71 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

(จ) ความเค้นขาด

$$\sigma_f = \frac{F_f}{A_i} = \frac{68{,}000}{0.00018} = 377.41 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

5. การทดสอบแรงดึงแท่งทดสอบเหล็กเหนียวขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 mm ใช้แรงดึง 80 kN ถึงจุดครากและเพิ่มแรงดึงสูงสุด 150 kN และขาดที่ 70 kN จงคำนวณหาค่าต่างๆ ดังนี้

(ก) ความเค้นที่จุดคราก

(ข) ความเค้นดึงสูงสุด

(ค) ความเค้นเฉลี่ยที่จุดแตกหักถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางตรงคอคอดเหลือ 10 mm

วิธีทำ

$$A_i = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.02)^2}{4} = 0.000314 \text{ m}^2$$

(ก) ความเค้นที่จุดคราก

$$\sigma_Y = \frac{F_Y}{A_i} = \frac{80{,}000}{0.000314} = 254.77 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

(ข) ความเค้นดึงสูงสุด

$$\sigma_U = \frac{F_U}{A_i} = \frac{150{,}000}{0.000314} = 477.71 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

(ค) ความเค้นเฉลี่ยที่จุดแตกหักถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางตรงคอคอดเหลือ 10 mm

$$A_f = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.01)^2}{4} = 7.85 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$\sigma_f = \frac{F_f}{A_i} = \frac{70{,}000}{7.85 \times 10^{-5}} = 891.72 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

6. ชิ้นงานทดสอบแรงดึงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง d_i = 13 mm L_i = 50 mm แรงดึงที่ค่าเปรียบเทียบ 0.2% F_P = 6,800 kg แรงดึงสูงสุด F_u = 8,400 kg เมื่อทดลองดึงจนชิ้นงานขาดจากกัน วัดแรงดึงได้ F_F = 7,300 kg วัดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางคอคอด d_f = 8 mm และ L_f = 65 mm จงหาค่าต่างๆ ดังนี้

(ก) ความเค้นคราก

(ข) ความเค้นสูงสุด

(ค) ความเค้นขาด

(ง) เปอร์เซ็นต์การยืดตัว

วิธีทำ

(ก) ความเค้นคราก

$$A_i = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.013)^2}{4} = 0.000133 \text{ m}^2$$

$$\sigma_Y = \frac{F_Y}{A_i} = \frac{(6{,}800)(9.81)}{0.000133} = 501.56 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

(ข) ความเค้นสูงสุด

$$\sigma_U = \frac{F_U}{A_i} = \frac{(8{,}400)(9.81)}{0.000133} = 619.57 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

(ค) ความเค้นขาด

$$A_f = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.008)^2}{4} = 5.02 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$\sigma_F = \frac{F_F}{A_i} = \frac{(7{,}300)(9.81)}{5.02 \times 10^{-5}} = 1.426 \text{ GN/m}^2$$ **ตอบ**

(ง) เปอร์เซ็นต์การยืดตัว

$$\ell_f = \frac{(L_f - L_i)}{L_i} 100 = \frac{(65 - 50)}{50} 100 = 30\%$$ **ตอบ**

7. เส้นใยไนลอนยาว 1 m รับแรงดึง 100 N ไนลอนมีค่าความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ 40 MPa และ E = 28 GN/m^2 จงหาค่าต่างๆ ดังนี้

(ก) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเล็กสุดของใยไนลอน

(ข) ความยาวที่เพิ่มขึ้นของใยไนลอน

วิธีทำ

(ก) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเล็กสุด

$$\sigma = \frac{F}{A_i} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma}}$$

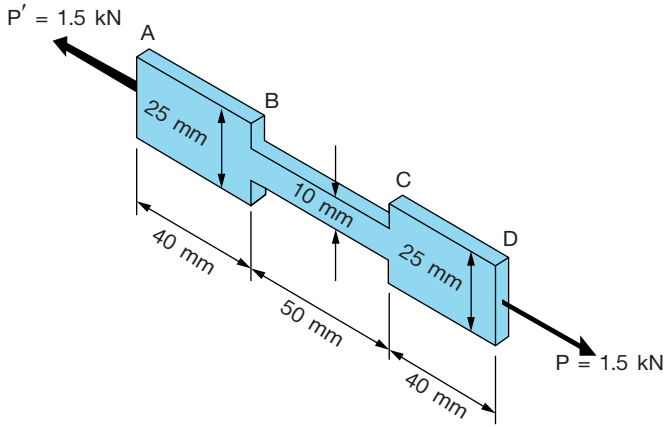
$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{4(100)}{\pi(40 \times 10^6)}} = 0.00178 \text{ m} = 1.78 \text{ mm}$$ **ตอบ**

(ข) ความยาวที่เพิ่มขึ้น

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{(100)L}{\left(\frac{\pi(0.00178)^2}{4}\right)(28 \times 10^9)} = 0.0143 \text{ m}$$

$$= 14.3 \text{ mm}$$ **ตอบ**

8. ชิ้นงานทดสอบทำมาจากแผ่นไวนิลใช้ในงานตัด มีความหนา 5 mm ทดสอบด้วยแรงดึง 250 kN จงคำนวณหาความยาวที่เพิ่มขึ้นทั้งหมดของชิ้นงาน เมื่อ E = 3.10 GN/m^2



วิธีทำ

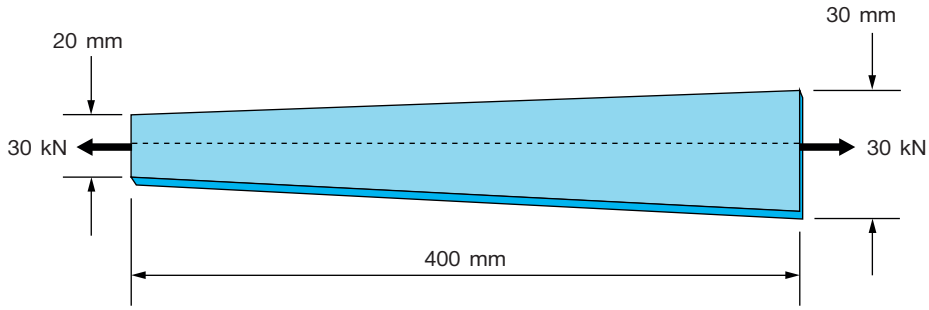
$$\delta = \left(\frac{PL}{AE}\right)_{AB} + \left(\frac{PL}{AE}\right)_{BC} + \left(\frac{PL}{AE}\right)_{CD}$$

$$\delta = \left(\frac{(250 \times 10^3)(0.04)}{(0.25 \times 0.005)(3.1 \times 10^9)}\right)_{AB} + \left(\frac{(250 \times 10^3)(0.05)}{(0.10 \times 0.005)(3.1 \times 10^9)}\right)_{BC}$$

$$+ \left(\frac{(250 \times 10^3)(0.04)}{(0.25 \times 0.005)(3.1 \times 10^9)}\right)_{CD}$$

$$\delta = 0.0026 + 0.0080 + 0.0026 = 0.0132 \text{ m} = 13.2 \text{ mm}$$ **ตอบ**

9. จงคำนวณหาความยาวที่ยืดออกของท่อนอะลูมิเนียมลักษณะเรียว เมื่อมีแรงดึงในแนวแกนกระทำที่ปลายทั้ง 2 ข้างขนาด 30 kN มีค่า E = 72 GN/m^2



วิธีทำ เริ่มโดยการหาพื้นที่หน้าตัดที่ตำแหน่ง x

พื้นที่หน้าตัดที่ A $\quad A_A = \dfrac{\pi d^2}{4} = \dfrac{\pi(0.02^2)}{4} = 0.000314 \text{ m}^2$

พื้นที่หน้าตัดที่ B $\quad A_B = \dfrac{\pi d^2}{4} = \dfrac{\pi(0.03^2)}{4} = 0.000707 \text{ m}^2$

พื้นที่หน้าตัดระหว่าง A และ B ที่ตำแหน่ง x

$$A = A_A + (A_B - A_A)\frac{x}{L} = 0.000314 + (0.000707 - 0.000314)\frac{x}{L}$$

$$A = 0.000314 + 0.000393\frac{x}{L}$$

แปลงหน่วยให้อยู่ในหน่วยเดียวกัน m และ L = 0.40 m

$$A = 0.000314 + 0.000393\frac{x}{0.4} = 0.000314 + 0.000983(x)$$

หาความยาวที่ยืดออกเมื่อมีแรงดึงขนาด 30 kN และเหล็กกล้ามีค่า E = 72 GN/m^2

$$\delta = \int_0^L \frac{P}{EA}\,dx \int_0^{0.4m} \frac{30 \times 10^3}{(72 \times 10^9)\left[0.000314 + 0.000983(x)\right]}\,dx$$

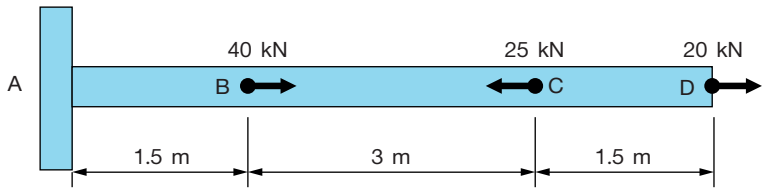
$$\delta = 4.16 \times 10^{-7}\int_0^{0.4m} \frac{dx}{0.000314 + 0.000983x}$$

$$= \frac{0.5}{0.000983}\Big[\ln(0.000314 + 0.000983x)\Big]_0^{0.4m}$$

$$\delta = \frac{4.16 \times 10^{-7}}{0.000983} \ln \frac{0.000707}{0.000314} = (0.000424)(0.811)$$

$$= 0.000344 \text{ m} = 0.344 \text{ mm}$$ **ตอบ**

10. แผ่นไม้มีพื้นที่หน้าตัด 1,750 mm^2 ปลายข้างหนึ่งถูกยึดแน่น มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น E = 12 GPa จงคำนวณหาความยาวที่เปลี่ยนแปลงหลังมีแรงกระทำ



วิธีทำ

$$\delta = \frac{P}{AE}$$

$$\delta = \frac{1}{E}\left(\frac{P_1L_1 + P_2L_2 + P_3L_3}{A}\right)$$

$$= \frac{1}{12 \times 10^9}\left(\frac{(-20{,}000)(1.5) + (-5{,}000)(3) + (-45{,}000)(1.5)}{1{,}750 \times 10^{-6}}\right)$$

$$\delta = \frac{1}{12 \times 10^9}\left(\frac{(-20{,}000)(1.5) + (-5{,}000)(3) + (-45{,}000)(1.5)}{1{,}750 \times 10^{-6}}\right)$$

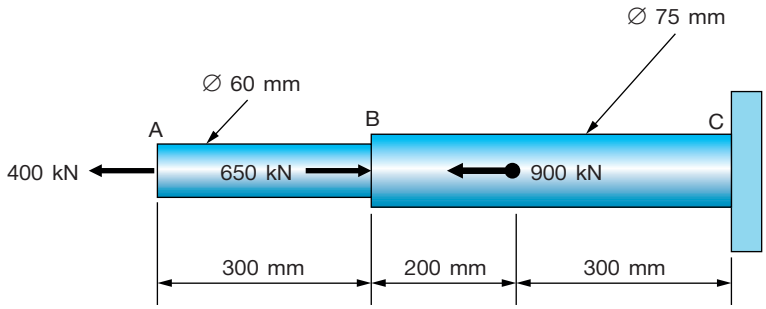
$$= \frac{1}{12 \times 10^9}(64.285 \times 10^6)$$

$$\delta = \frac{1}{12 \times 10^9}(64.285 \times 10^6) = 0.01 \text{ m} = 10 \text{ mm}$$ **ตอบ**

11. วัสดุกลม 2 ท่อนทำจากอะลูมิเนียมเหมือนกัน E = 70 GN/m^2 ต่อกันอยู่ที่จุด B และมีแรงกระทำดังแสดงในรูป จงหา

(ก) จงคำนวณหาความเค้นที่จุด B

(ข) จงคำนวณหาความยาวที่เปลี่ยนไปทั้งหมด



วิธีทำ

(ก) จงคำนวณหาความเค้นที่จุด B

$$P_{AB} = 400 \text{ kN}$$

$$P_{BC} = 400 - 650 = -250 \text{ kN}$$

$$P_{CD} = 400 - 650 + 900 = 650 \text{ kN}$$

คำนวณหาความเค้นที่จุด B ได้ดังนี้

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{650 \times 10^3}{\frac{\pi(0.06)^2}{4}} = 230 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

(ข) คำนวณหาความยาวที่เปลี่ยนไปทั้งหมด เนื่องจากวัสดุชนิดเดียวกันและท่อน BC กับ CD เป็นท่อนเดียวกัน

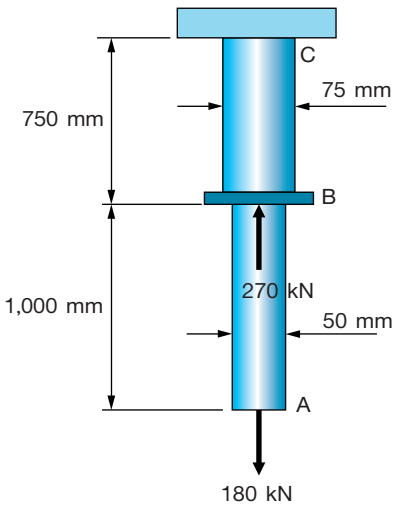
$$\delta = \frac{1}{E}\left(\frac{P_1L_1}{A_1} + \frac{P_2L_2}{A_2}\right)$$

$$= \frac{1}{E}\left(\frac{(-400{,}000)(0.3)}{\frac{\pi(0.06)^2}{4}} + \frac{(650{,}000)(0.5)}{\frac{\pi(0.075)^2}{4}}\right)$$

$$\delta = (-0.606 \times 10^{-3}) + (1.05 \times 10^{-3})$$

$$= (0.445 \times 10^{-3}) = 0.000445 \text{ m} = 0.445 \text{ mm}$$ ยืดตัว **ตอบ**

12. วัสดุ 2 ชนิดถูกต่อเข้าด้วยกันที่จุด B ช่วง AB ทำจากเหล็กกล้า E = 200 GN/m^2 ช่วง BC ทำจากทองเหลือง E = 105 GN/m^2 จงคำนวณหาความยาวที่เปลี่ยนไปทั้งหมด



วิธีทำ

เหล็ก $P_{AB} = 180$ kN

ทองเหลือง $P_{BC} = 180 - 270$

$= -90$ kN

จากสูตร เนื่องจากวัสดุต่างชนิดกัน

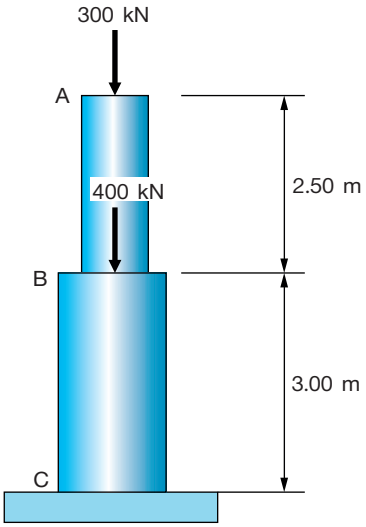
$$\delta = \frac{P_sL_s}{A_sE_s} + \frac{P_bL_b}{A_bE_b}$$

$$\delta = \left(\frac{(-180{,}000)(1)}{\frac{\pi(0.05)^2}{4\,(200 \times 10^9)}} + \frac{(-90{,}000)(0.75)}{\frac{\pi(0.075)^2}{4\,(105 \times 10^9)}}\right)$$

$$\delta = (-4.586 \times 10^{-4}) + (-1.456 \times 10^{-4})$$

$$\delta = (-6.042 \times 10^{-4}) = -0.000604 \text{ m} = 0.604 \text{ mm}$$ **ตอบ**

13. วัสดุ 2 ชนิดต่อกันอยู่ที่จุด B ช่วง AB ทำจากเหล็กกล้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 300 mm มีค่า E = 200 GN/m^2 ช่วง BC ทำจากทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 500 mm มีค่า E = 105 GN/m^2 จงคำนวณหาความเค้นที่จุด B และความยาวที่เปลี่ยนไปทั้งหมด



วิธีทำ

เหล็ก $P_{AB} = -300$ kN

ทองเหลือง $P_{BC} = -300 - 400$

$= -700$ kN

คำนวณหาความเค้นที่จุด B

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{700 \times 10^3}{\frac{\pi(0.3)^2}{4}} = 9.90 \text{ MN/m}^2 \text{ ความเค้นอัด}$$ **ตอบ**

คำนวณหาความยาวที่เปลี่ยนไปทั้งหมด จากสูตรเนื่องจากวัสดุต่างชนิดกัน

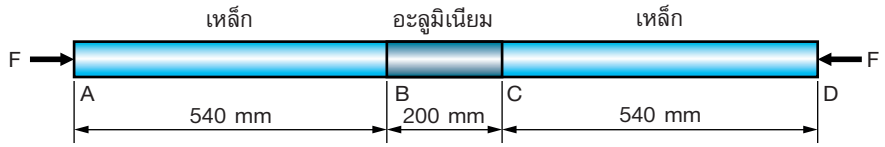
$$\delta = \frac{P_s L_s}{A_s E_s} + \frac{P_b L_b}{A_b E_b}$$

$$\delta = \left(\frac{(-300{,}000)(25)}{\frac{\pi(0.3)^2}{4\,(200 \times 10^9)}} + \frac{(-700{,}000)(3.0)}{\frac{\pi(0.5)^2}{4\,(105 \times 10^9)}} \right)$$

$$\delta = (-5.307 \times 10^{-4}) + (-1.019 \times 10^{-4}) = (-6.326 \times 10^{-4})$$

$$= -0.000633 \text{ m} = 0.633 \text{ mm หดตัว}$$ **ตอบ**

14. แผ่นวัสดุเหล็กกล้า 2 แผ่นถูกต่อเข้าด้วยกันกับแผ่นอะลูมิเนียมทั้งหัวและท้ายเป็นแผ่นวัสดุ ABCD มีพื้นที่หน้าตัด 225 mm^2 เมื่อมีแรงอัดกระทำทั้งหัวท้ายจะหดเข้าไป 0.54 mm จงคำนวณหาขนาดของแรงอัดที่กระทำนี้ เมื่อเหล็กกล้ามีค่า E = 200 GPa และอะลูมิเนียมมีค่า E = 70 GPa



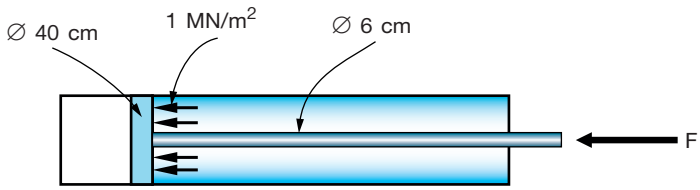
วิธีทำ

$$P = \frac{\delta AE}{L} = \delta A\left(\frac{E_1}{L_1} + \frac{E_2}{L_2}\right)$$

$$= (0.00054)(0.000225)\left(\frac{(200 \times 10^9)}{(0.54 + 0.54)} + \frac{70 \times 10^9}{0.2}\right)$$

$$P = 65{,}025 \text{ N} = 6.5025 \text{ kN}$$ **ตอบ**

15. กระบอกสูบไฮดรอลิกส์มีหัวอัดไฮดรอลิกส์ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 cm และแกนไฮดรอลิกส์ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 cm ยาว 1 m มีความดันน้ำอัดภายใน 1 MN/m^2 จงหาว่าแกนไฮดรอลิกส์เมื่อรับความเค้นแล้วจะมีการหดตัวลงเท่าใดที่ความยาว 1 m วัสดุมีค่า E = 200 GPa



วิธีทำ

พื้นที่หน้าตัดหัวอัดไฮดรอลิกส์ $A = \dfrac{\pi\left(d_2^2 - d_1^2\right)}{4} = \dfrac{\pi(0.40^2 - 0.06^2)}{4}$

$$= \frac{\pi(0.46 - 0.34)}{4} = 0.123 \text{ m}^2$$

หาแรงกระทำ $P = \sigma A = (1 \times 10^6)(0.123) = 0.123$ MN

พื้นที่หน้าตัดแกนไฮดรอลิกส์

$$\frac{\pi(d^2)}{4} = \frac{\pi(0.06^2)}{4} = 0.00283 \text{ m}^2$$

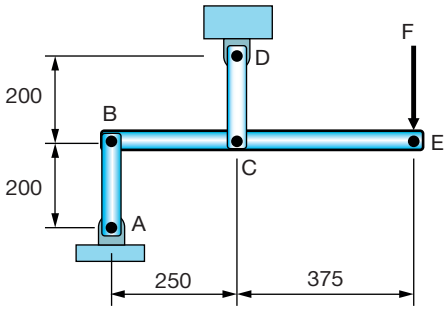
ความเค้นในแกนไฮดรอลิกส์ $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{(0.123 \times 10^6)}{(2.83 \times 10^6)}$

$= 43.5 \text{ MN/m}^2$

การหดตัวลงที่ 1 เมตร $\varepsilon = \frac{PL}{AE} = \frac{\sigma L}{E} = \frac{(43.5 \times 10^6)(1)}{(200 \times 10^9)}$

$= 218 \times 10^{-4}$ m $= 0.218$ mm **ตอบ**

16. ชิ้นส่วน AB และ CD ทำจากเหล็กกล้ามีค่า E = 200 GPa พื้นที่หน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขนาด 6 × 25 mm ต่อยึดกันดังแสดงในรูป จงหาแรงกระทำในแนวแกนมากสุดที่จุด E เมื่อกำหนดให้ชิ้นส่วน CD เกิดการยืดได้ 0.25 mm



วิธีทำ

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-P_E(0.625) + P_{CD}(0.375) = 0$$

$$P_E = \frac{P_{CD}(0.375)}{(0.625)} \quad \rightarrow \text{(สมการที่ 1)}$$

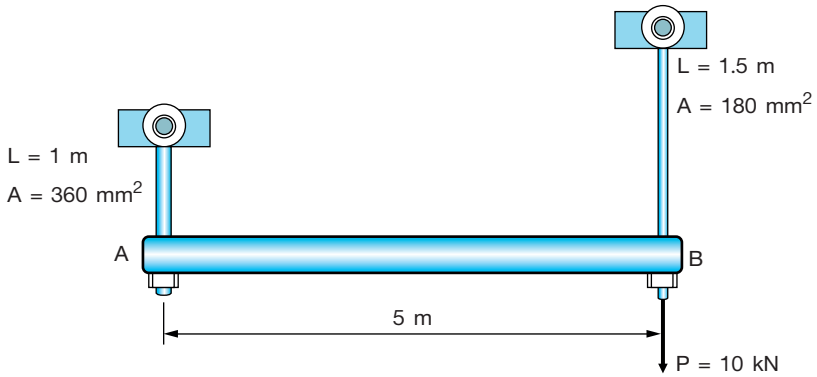
$$P_{CD} = \frac{\delta AE}{L} = \frac{(0.00025)(0.006 \times 0.025)(200 \times 10^9)}{(0.2)}$$

$$= 33{,}750 \text{ N}$$

แทนค่าลงใน (สมการที่ 1)

$$P_E = \frac{(33{,}750)(0.375)}{(0.625)} = 20.25 \text{ kN}$$ **ตอบ**

17. วัสดุแบบแข็งเกร็งไม่เปลี่ยนรูป AB ถูกแขวนอยู่กับผนังด้านบนโดยแกนเหล็กกล้าทั้ง 2 ข้าง ที่ทำจากวัสดุเดียวกันแต่มีขนาดไม่เท่ากัน E = 200 GPa จงคำนวณหาระยะการยืดตัวที่ A และ B ต่างกันเมื่อมีแรงกระทำที่จุด P = 10 kN โดยไม่คิดรวมน้ำหนักของคาน



วิธีทำ

$$\Sigma M_A = 0 \quad -P_B(5) = 0$$

$$-(10 \times 10^3)(5) = 0$$

$$P_B = 50 \text{ kN}$$

$$\delta_B = \frac{P_B L}{AE} = \frac{(50 \times 10^3)(1.5)}{(0.00018)(200 \times 10^9)}$$

$$= 0.00208 \text{ m} = 2.08 \text{ mm}$$

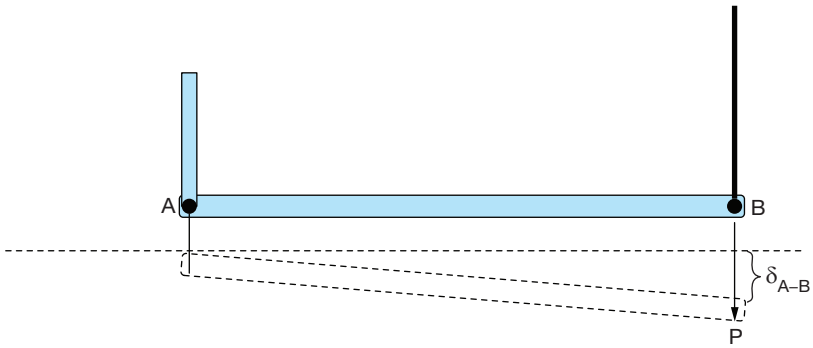
$$\Sigma M_B = 0 \quad P_A(5) = 0$$

$$(10 \times 10^3)(5) = 0$$

$$P_A = 50 \text{ kN}$$

$$\delta_A = \frac{P_A L}{AE} = \frac{(50 \times 10^3)(5)}{(0.00036)(200 \times 10^9)}$$

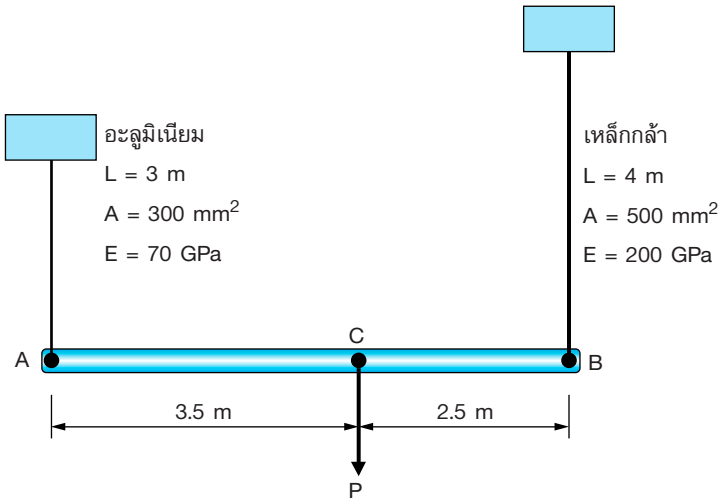
$$= 0.00104 \text{ m} = 1.04 \text{ mm}$$



ดังนั้น ระยะการยืดที่ต่างกัน

$$\delta_{A-B} = 2.08 - 1.04 = 1.04 \text{ mm}$$ **ตอบ**

18. วัสดุแบบแข็งเกร็งไม่เปลี่ยนรูป AB ถูกแขวนอยู่ด้วยแกนอะลูมิเนียมและแกนเหล็กกล้าได้ระนาบกับพื้น จงคำนวณหาระยะที่ยืดตัวตรงจุด C เมื่อมีแรงกระทำ 50 kN โดยไม่คิดรวมน้ำหนักของคาน



วิธีทำ

$$\Sigma M_A = 0, \quad -P_C(3.5) + P_B(6) = 0$$

$$-(150 \times 10^3)(3.5) + P_B(6) = 0$$

$$P_B = \frac{(150 \times 10^3)(3.5)}{6} = 87.5 \text{ kN}$$

$$\delta_B = \frac{P_B L}{AE} = \frac{(87.5 \times 10^3)(4)}{(0.0005)(200 \times 10^9)}$$

$$\delta_B = 0.0035 \text{ m} = 3.5 \text{ mm}$$

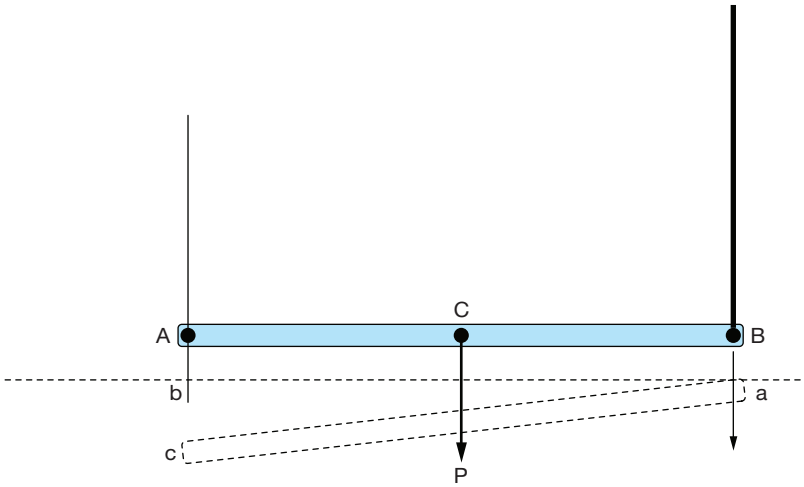
$$\Sigma M_B = 0, \quad P_C(25) - P_A(6) = 0$$

$$(150 \times 10^3)(25) - P_A(6) = 0$$

$$P_A = \frac{(150 \times 10^3)(25)}{6} = 62.5 \text{ kN}$$

$$\delta_A = \frac{P_A L}{AE} = \frac{(62.5 \times 10^3)(3)}{(0.0003)(70 \times 10^9)}$$

$$\delta_A = 0.00893 \text{ m} = 8.93 \text{ mm}$$

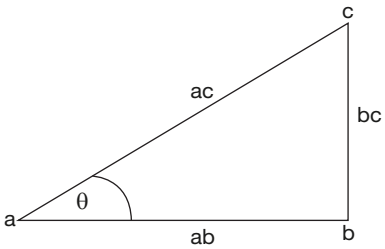


จากกฎสามเหลี่ยมและการแตกแรง

$$\tan\theta = \frac{bc}{ab} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{(8.93 - 3.5)}{6{,}000}$$

$$\theta = \tan^{-1} 0.000905 = 0.051$$

กฎ Sine Rule คำนวณหาความยาวของด้าน

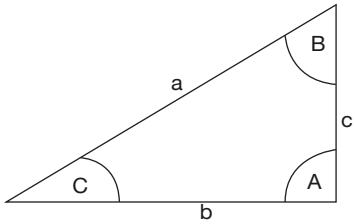


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$B = \sin^{-1}\frac{b\sin C}{c}$$

$$= \sin^{-1}\frac{(6{,}000)\sin 0.051}{5.43} = 81.9$$



จาก

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$c = \frac{b}{\sin B}(\sin C)$$

$$= \frac{25}{\sin 81.9}(\sin 0.051) = 0.00224 \text{ m}$$

$$= 2.24 \text{ mm}$$

ดังนั้น ระยะการยืด

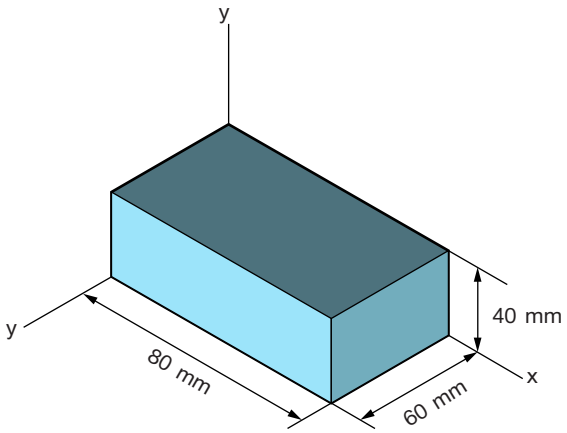
$$\delta_P = 3.5 + 2.24 = 5.74 \text{ mm}$$ **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกหัดทบทวน บทที่ 3

1. บล็อกเหล็กตันมีขนาด ดังแสดงในรูป เมื่อรับแรงอัดกระทำด้านข้างความยาวลดลงเป็น –24 μm จงหา

(ก) ความยาวของบล็อกเหล็กที่เปลี่ยนไปในแนวแกน δ_y และ δ_z

(ข) ขนาดของแรง P ที่กระทำ (E = 200 GPa, ν = 0.3)



วิธีทำ

(ก) ความยาวของบล็อกเหล็กที่เปลี่ยนไปในแนวแกน δ_y และ δ_z

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\frac{P}{E}(1 - 2\nu)$$

$$\varepsilon x = \frac{\delta_x}{AB} = \frac{-24\ \mu m}{80\ mm} = -300\mu$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_x = -300\mu$$

ดังนั้น

$$\delta_y = \varepsilon_y\,(BC) = (-300\mu)(40\ mm) = -12\ \mu m$$ **ตอบ**

$$\delta_z = \varepsilon_z\,(BD) = (-300\mu)(60\ mm) = -18\ \mu m$$ **ตอบ**

(ข) ขนาดของแรง P ที่กระทำ

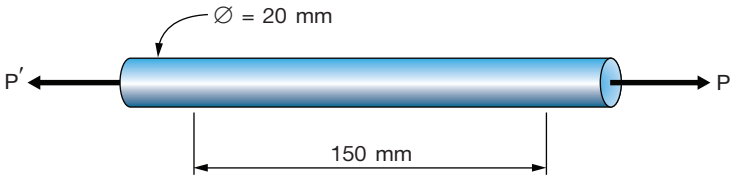
$$P = -\frac{E\varepsilon_x}{(1-2\nu)} = -\frac{(200 \times 10^9)(-300\mu)}{(1-0.6)}$$

$$= 150 \text{ MN}$$ **ตอบ**

2. แท่งทดสอบอะลูมิเนียมเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 mm รับแรงดึงในแนวแกน P = 30 kN เมื่อ E = 70 GPa และ ν = 0.35 จงหา

(ก) ความยาวที่เพิ่มขึ้นจากช่วง Gage Length 150 mm

(ข) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ลดลง



วิธีทำ

(ก) ความยาวที่ยืดออกในแนวแกน

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{(30 \times 10^3)(0.15)}{\left(\frac{\pi(0.02)^2}{4}\right)(70 \times 10^9)}$$

$$= 0.000204 \text{ m} = 0.204 \text{ mm}$$ **ตอบ**

(ข) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่เปลี่ยนไป

หาความเค้นในแนวแกน

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{(30{,}000)}{\left(\frac{\pi(0.02)^2}{4}\right)} = 95.541 \text{ MN/m}^2$$

หาความเครียดในแนวแกนก่อน

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\frac{P}{A}}{E} = \frac{(30{,}000)/\left(\frac{\pi(0.02)^2}{4}\right)}{(70 \times 10^9)}$$

$$= \frac{(95.54 \times 10^6)}{(70 \times 10^9)} = 0.00136$$

ความเครียดด้านข้าง

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma x}{E} = -\frac{(0.35)(95.541 \times 10^6)}{(70 \times 10^9)}$$

$$= -0.000478$$

จาก $\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \frac{P}{A} = E\varepsilon$

$$d = \sqrt{\frac{4P}{\pi\varepsilon E}} = \sqrt{\frac{4(30{,}000)}{\pi(0.000478)(70 \times 10^9)}}$$

$$= -0.001143 \text{ m} = -1.143 \text{ mm}$$

ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ลดลง d = 20 – 1.143 = 18.857 mm **ตอบ**

3. แท่งทดสอบพลาสติกมีขนาดเท่ากับแท่งทดสอบในข้อที่ 2 เมื่อรับแรงดึง P = 60 kN แล้วมีความยาวเพิ่มขึ้น 14 mm และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ลดลงไป 0.85 mm จงหาโมดูลัสความยืดหยุ่นแรงดึง และโมดูลัสยืดหยุ่นแรงเฉือน

วิธีทำ

(ก) หาโมดูลัสความยืดหยุ่นแรงดึง

$$E = \frac{PL}{A\delta} = \frac{(60{,}000)(0.15)}{\left(\frac{\pi(0.02)^2}{4}\right)(0.014)}$$

$$= 2.05 \text{ GN/m}^2$$ **ตอบ**

(ข) โมดูลัสความยืดหยุ่นแรงเฉือน

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{(2.05 \times 10^9)}{2(1+0.40)}$$

$$= 0.99 \text{ GN/m}^2$$ **ตอบ**

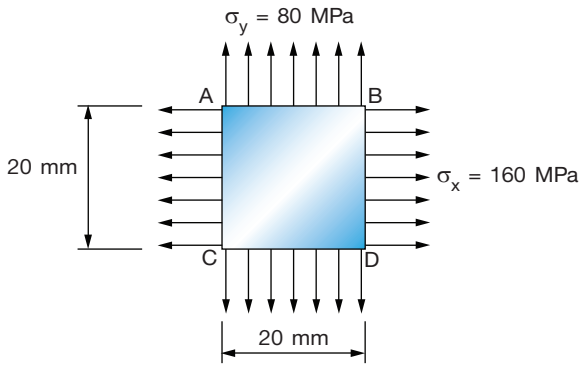
4. แท่งวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีขนาดพื้นที่หน้าตัด 500 mm^2 ยาว 100 mm รับแรงดึงตามแนวแกน 50 kN เมื่อแท่งวัสดุยืดออก 0.04 mm จงหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ

วิธีทำ

$$E = \frac{PL}{A\delta} = \frac{(50{,}000)(0.10)}{(500 \times 10^{-6})(0.00004)}$$

$$= 250 \text{ GN/m}^2$$ **ตอบ**

5. นำเหล็กแผ่นทดสอบรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีขนาด 200 × 200 mm จากถังก๊าซขนาดใหญ่ นำมาวิเคราะห์ว่าในกระบวนจะเกิดความเค้น ดังแสดงในรูป จงหาขนาดที่เปลี่ยนไปของด้าน AB และ BC เมื่อ E = 70 GPa และ ν = 0.35



วิธีทำ

ขนาดที่เปลี่ยนไปของด้าน AB

$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{70 \times 10^9}\left[(160 \times 10^6) - 0 - 0.35\,(160 \times 10^6)\right]$$

$$\varepsilon_x = 0.00148$$

$$\delta_{AB} = \varepsilon_x W_{AB} = (0.00148)(0.02)$$

$$= 2.97 \times 10^{-5}\ \text{m} = 0.029\ \text{mm}$$ **ตอบ**

ขนาดที่เปลี่ยนไปของด้าน BC

$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$= \frac{1}{70 \times 10^9}\left[(80 \times 10^6) - 0 - 0.35(80 \times 10^6)\right]$$

$$\varepsilon_x = 0.00074$$

$$\delta_{AB} = \varepsilon_x W_{AB} = (0.00074)(0.02)$$

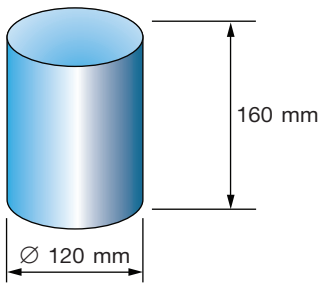
$$= 1.48 \times 10^{-4} = 0.014\ \text{mm}$$ **ตอบ**

6. แท่งทองเหลืองกลมตัน ดังแสดงในรูป ถูกนำไปอยู่ภายใต้ทะเลลึกที่มีภาวะแรงดันสูง ประมาณ 7,500 m จากระดับน้ำทะเล มีแรงกระทำ P = 75 MPa ค่า E = 105 GPa และ ν = 0.35

(ก) จงหาความสูงที่เปลี่ยนไปของแท่งทองเหลืองกลมตัน

(ข) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่เปลี่ยนไป

(ค) จงคำนวณหาปริมาตรที่เปลี่ยนไป ($\Delta\nu$)



วิธีทำ

(ก) หาความสูงที่เปลี่ยนไป

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{(75 \times 10^6)(0.16)}{\left(\frac{\pi(0.12)^2}{4}\right)(105 \times 10^9)}$$

$$= 0.00623 \text{ m}$$

$$= 6.23 \text{ mm}$$

(ข) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่เปลี่ยนไป

ความเครียดในแนวแกน $\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0.00623}{0.160} = 0.0389$

ความเครียดด้านข้าง $\varepsilon_y = \frac{\nu\sigma_x}{E} = -\frac{(0.35)(4.088 \times 10^9)}{(105 \times 10^9)} = 0.013$

ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ลดลง

$$d = \sqrt{\frac{4P}{\pi\varepsilon E}} = \sqrt{\frac{4(75 \times 10^6)}{\pi(0.0389)(105 \times 10^9)}}$$

$$= \sqrt{0.0233} = 0.154 \text{ m} = 1.143 \text{ mm}$$

$$d = 20 - 1.143 = 18.857 \text{ mm}$$ **ตอบ**

(ค) จงคำนวณหาปริมาตรที่เปลี่ยนไป

หาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเชิงปริมาตร

$$k = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} = \frac{(105 \times 10^9)}{3(1 - 0.35)}$$

$$= 53.846 \text{ GPa}$$

แทนค่า e $e = -\frac{P}{K} = -\frac{75 \text{ MPa}}{53.846 \text{ GPa}} = 0.00139$

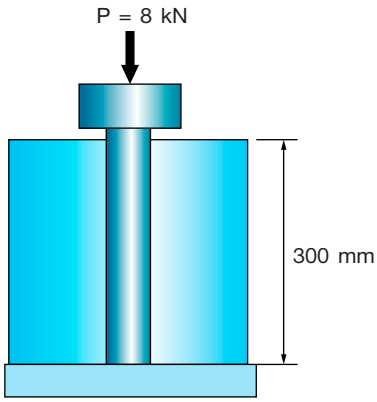
หาปริมาตร $V = \left(\frac{\pi(0.12)^2}{4}\right)(0.160) = 0.00293\ m^3$

ค่าการเปลี่ยนรูปของวัสดุในอุดมคติ (e) เมื่อ $e = \frac{\Delta V}{V}$

$$\Delta V = eV = (0.00139)(0.00293)$$
$$= 4.08 \times 10^{-6}\ m^3$$

ตอบ

7. ท่อนยางขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 mm ถูกอัดแน่นอยู่ในรูที่เป็นวัสดุแข็งเกร็ง ไม่มีช่องว่างระหว่างวัสดุทั้งสอง จงคำนวณหาความยาวที่เปลี่ยนไปเมื่อมีแรงดึง 80 kN ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของยาง E = 40 GPa และ ν = 0.45



วิธีทำ

$$\sigma_x = -\frac{P}{A}$$
$$= -\frac{5{,}000}{\frac{\pi(0.06)^2}{4}}$$
$$= -1.77 \times 10^6\ Pa$$

เมื่อ $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$ และ $\sigma_y = \sigma_z = -P$

$$\frac{\sigma_x - \nu(\sigma_z + \sigma_x)}{E} = \frac{-P - \nu(-p + \sigma_x)}{E} = 0$$

ในช่วงการยืดหยุ่น $P = \frac{\nu(\sigma_x)}{1 - \nu} = \frac{0.45(7.077 \times 10^6)}{1 - 0.45}$

$$= 1.447 \times 10^6\ Pa$$

หา ε_x $\quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu\ (\sigma_z + \sigma_x)}{E} = \frac{\sigma_x - \nu(-2P)}{E}$

$$= \frac{(1.77 \times 10^6) - 0.45(-2(1.447 \times 10^6))}{40 \times 10^6}$$
$$= 0.0361$$

คำนวณหาความยาวที่เปลี่ยนไป

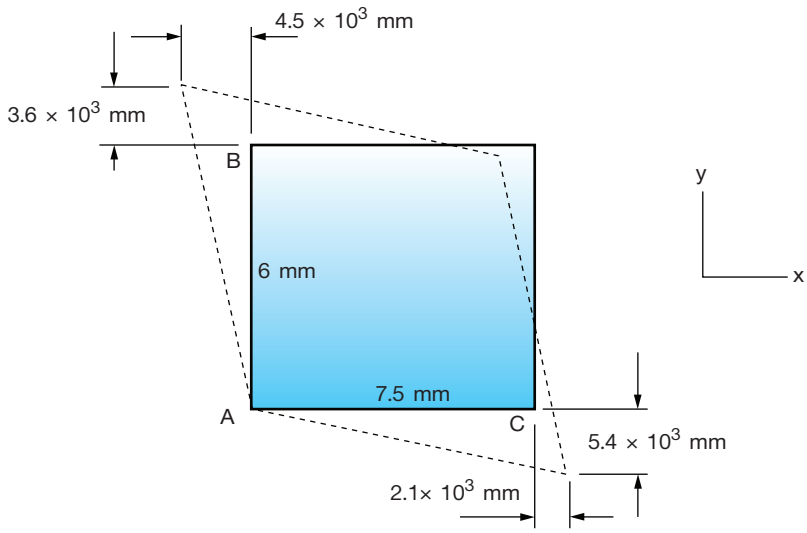
$$\delta = \varepsilon_x L = 0.0361(500) = 1.81 \text{ mm}$$ **ตอบ**

ไม่ควรใช้สมการความยาวที่เปลี่ยนไปกรณีทั่วไป เพราะอาจได้ค่าที่ผิดไปได้ ดังสมการด้านล่าง

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{5{,}000(0.5)}{(40 \times 10^6)\left(\frac{\pi(0.06)^2}{4}\right)}$$

$$= 0.0136 \text{ m} = 13.6 \text{ mm}$$

8. อิลิเมนต์ของวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้าเกิดการเปลี่ยนรูปตามแนวเส้นประ จงคำนวณหาความเครียด ε_x และ ε_y และความเครียดเฉือนของอิลิเมนต์ γ



วิธีทำ

ความยาวที่ยืดออกด้าน AC $\delta_{AC} = 21 \times 10^3$ mm

$$\varepsilon_x = \frac{\delta_{AC}}{AC} = \frac{2.1 \times 10^{-3} \text{ mm}}{7.5} = 280 \times 10^{-6}$$ **ตอบ**

ความยาวที่ยืดออกด้าน AB $\delta_{AB} = 3.6 \times 10^{-3}$ mm

$$\varepsilon_x = \frac{\delta_{AB}}{AB} = \frac{3.6 \times 10^{-3}\ \text{mm}}{6} = 600 \times 10^{-6}$$ **ตอบ**

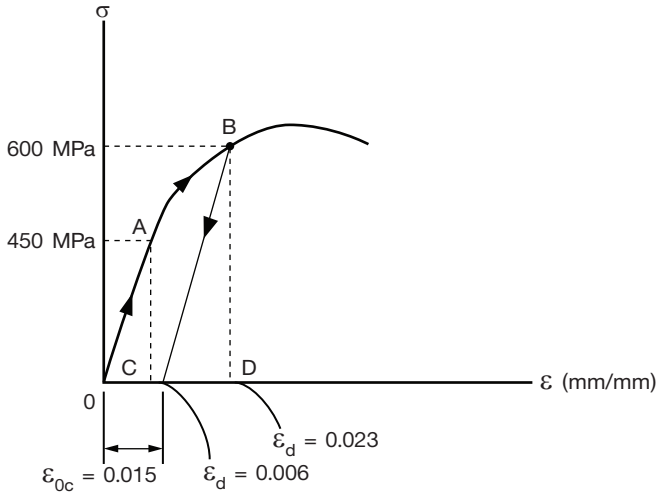
ความเครียดเฉือนที่เกิดขึ้นหาได้จากมุมที่เกิดการบิดเบี้ยวไป

$$\gamma = \text{angle AC} + \text{angle AB}$$

$$\gamma = \frac{5.4 \times 10^{-3}}{7.5} + \frac{4.5 \times 10^{-3}}{6}$$

$$= 1{,}470 \times 10^{-6}$$ **ตอบ**

9. จงพิจารณาหาค่าความเครียดตกค้างในวัสดุเมื่อนำแรงดึงจนถึงระดับความเค้น 600 MPa หลังจากนั้นจึงนำแรงกระทำออก และจงคำนวณหาค่าพลังงานดูดซับก่อนและหลังการรับแรงกระทำ



วิธีทำ

$$E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{450\ \text{MPa}}{0.006} = 75\ \text{GPa}$$

ความเครียดคืนรูป

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E} = \frac{600 \text{ MPa}}{75 \text{ GPa}} = 0.008$$

หาความเครียดตกค้าง

$$\varepsilon_{0C} = 0.023 - 0.008 = 0.015$$ **ตอบ**

หาพลังงานดูดซับก่อนและหลัง

$$u = u_1 = \frac{1}{2}\sigma_0\varepsilon = \frac{\sigma_0^2}{2E}$$

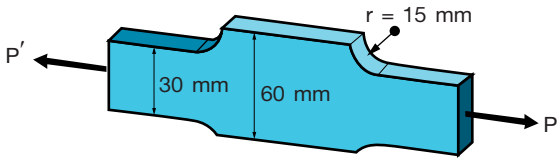
พลังงานดูดซับก่อน $u_r = \frac{1}{2}\sigma_0\varepsilon_0 = \frac{1}{2}(450 \text{ MPa})(0.006)$

$= 1.35 \text{ MJ/m}^3$ **ตอบ**

พลังงานดูดซับหลัง $u_r = \frac{1}{2}\sigma_B\varepsilon_{CD} = \frac{1}{2}(600 \text{ MPa})(0.008)$

$= 2.40 \text{ MJ/m}^3$ **ตอบ**

10. จงหาแรงสูงสุดที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ในแนวแกน โดยแผ่นเหล็กมีความหนา 20 mm ความเค้นที่เกิดขึ้นได้ 150 MPa



วิธีทำ

อัตราส่วนของ $\frac{D}{d} = \frac{60}{40} = 1.5$ และ $\frac{r}{d} = \frac{8}{40} = 0.20$

จากตาราง $\frac{D}{d} = 1.5$ และ $\frac{r}{d} = 0.20$ จะได้ $K = 1.4$

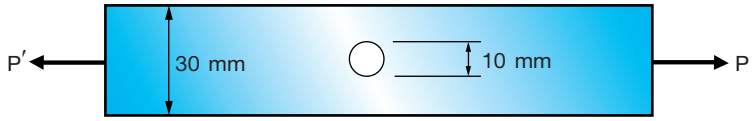
หาค่าความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ $\sigma_{ave} = \dfrac{\sigma_{max}}{K}$ แต่ความเค้นที่เกิดสูงสุดได้ในเหล็กแผ่นนี้คือ 150 MPa จึงกำหนดค่านี้เป็น $\sigma_{ave} = \dfrac{150 \times 10^6}{1.4} = 107.14$ MPa

หาแรงมากสุดที่ยอมให้เกิดขึ้น $P = \sigma_{ave} A$ จะได้

$$P = (107.14 \times 10^6)(0.03)(0.02)$$

$$= 64.28 \times 10^3 \text{ N} = 64.28 \text{ kN}$$ **ตอบ**

11. จงหาแรงสูงสุดที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ในแนวแกน โดยแผ่นเหล็กมีความหนา 15 mm ความเค้นที่เกิดขึ้นได้ $\sigma_{all} = 140$ MPa



วิธีทำ

อัตราส่วนของ $\dfrac{r}{d} = \dfrac{5}{20} = 0.25$

จากตาราง $\dfrac{D}{d} = 0.25$ จะได้ $K = 2.28$

หาค่าความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นได้

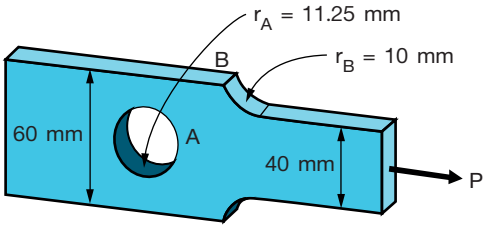
$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_{max}}{K} = \frac{140 \times 10^6}{2.28} = 61.40 \text{ MPa}$$

หาแรงมากสุดที่ยอมให้เกิดขึ้น

$$P = \sigma_{ave} A = (61.40 \times 10^6)(0.02)(0.015)$$

$$= 18.42 \times 10^3 \text{ N} = 18.42 \text{ kN}$$ **ตอบ**

12. จงหาแรงสูงสุดที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ในแนวแกน โดยแผ่นเหล็กมีความเค้นที่ยอมรับได้ σ_{all} = 150 MPa มีความหนา 8 mm



วิธีทำ

คำนวณที่การเจาะรู $\frac{r}{d} = \frac{11.25}{(60 - 22.50)} = 0.3$

จากตารางจะได้ $K = 2.35$

หาค่าความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นได้

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_{max}}{K} = \frac{150 \times 10^6}{2.35} = 63.83 \text{ MPa}$$

$$P = (63.83 \times 10^6)(0.06 - 0.0225)(0.008)$$

$$= 19.145 \text{ kN}$$

คำนวณที่การลดขนาด $\frac{D}{d} = \frac{60}{40} = 1.5$

และ $\frac{r}{d} = \frac{10}{40} = 0.25$ จากตารางจะได้ $K = 1.75$

หาค่าความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นได้

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_{max}}{K} = \frac{150 \times 10^6}{1.75} = 85.714 \text{ MPa}$$

$$P = \sigma_{ave}A = (85.714 \times 10^6)(0.04)(0.008)$$

$$= 38.4 \times 10^3 \text{ N} = 27.428 \text{ kN}$$

ดังนั้นแรงมากสุดที่ยอมให้เกิดขึ้นจะได้ 27.428 kN **ตอบ**

13. จากรูปในข้อที่ 12 เมื่อมีแรงในแนวแกนมากระทำมีค่า P = 40 kN จงหาความเค้นที่เกิดขึ้นที่จุด A และ B

วิธีทำ

ความเค้นที่เกิดขึ้นที่จุด A $\sigma_{ave} = \frac{P}{A} = \frac{40{,}000}{(0.06 - 0.0225)(0.008)}$

$= 133.33$ MPa **ตอบ**

ความเค้นที่เกิดขึ้นที่จุด B $\sigma_{ave} = \frac{P}{A} = \frac{40{,}000}{(0.04)(0.008)}$

$= 125$ MPa **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกหัดทบทวน บทที่ 4

1. ลวดเหล็กกล้าไร้สนิม SUS 304 มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.2 mm ยาว 100 m ถูกทำให้มีอุณหภูมิสูงขึ้น 30 °C จงหาความยาวที่เปลี่ยนแปลงไปและความเค้นที่เกิดขึ้นเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลง ($\alpha_{stainless}$ = 17.3 × 10^{-6}/ °C, $E_{stainless}$ = 190 GPa)

วิธีทำ

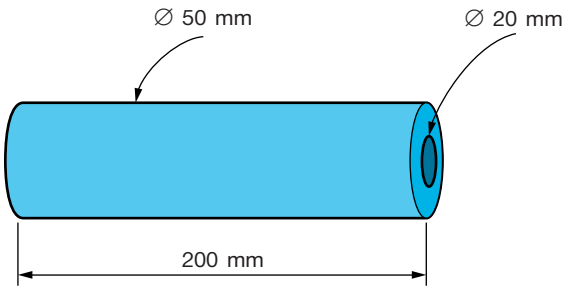
$$\delta = \alpha \Delta T L = (17.3 \times 10^{-6})(30)(100)$$

$$= 0.0519 \text{ m} = 51.9 \text{ mm}$$

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \sigma = E\frac{\delta}{L} = (190 \times 10^{9})\frac{0.0519}{100}$$

$$= 98.61 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

2. ปลอกอะลูมิเนียมมีแกนในทำด้วยเหล็กประกอบกันอยู่ ดังแสดงในรูป ภายใต้อุณหภูมิห้องไม่มีความเค้นที่ 20 °C อุณหภูมิสูงขึ้นเป็น 180 °C เมื่อพิจารณาความเค้นที่เกิดขึ้นในแนวแกน จงหาความเค้นที่เกิดขึ้นเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลงไป (E_{steel} = 200 GPa, $\alpha_{stainless}$ = 11.7 × 10^{-6}/ °C, E_{alu} = 70 GPa, α_{alu} = 23.6 × 10^{-6}/ °C)



วิธีทำ

พิจารณาความเค้นที่เกิดขึ้นในแนวแกนเท่านั้น

$$\sigma = \alpha\ \Delta TE$$

$$\sigma_s = (11.7 \times 10^{-6})(180 - 20)(200 \times 10^9)$$

$$= 352\ MN/m^2$$ **ตอบ**

$$\sigma_{alu} = (23.6 \times 10^{-6})(180 - 20)(70 \times 10^9)$$

$$= 264.32\ MN/m^2$$ **ตอบ**

3. จากโจทย์ในข้อที่ 2 ถ้าเปลี่ยนแกนในจากเหล็กเป็นทองเหลืองจะเกิดความเค้นเนื่องจากอุณหภูมิเปลี่ยนแปลงเป็นเท่าใด (E_{brass} = 105 GPa, $\alpha_{brass} = 20.9 \times 10^{-6}/\,^\circ C$)

วิธีทำ

$$\sigma_{br} = (20.9 \times 10^{-6})(180 - 20)(105 \times 10^9)$$

$$= 351.12\ MN/m^2$$ **ตอบ**

4. วัสดุแท่งทดสอบอะลูมิเนียมขนาดสี่เหลี่ยมจัตุรัส 10 × 10 × 10 mm ถูกทำให้อุณหภูมิลดเหลือ 0 °C จากอุณหภูมิห้องทดสอบ 20 °C จงหาความยาวที่เปลี่ยนแปลงไป จงหาความยาวที่เปลี่ยนแปลงไปและแรงกระทำที่เกิดกับแท่งทดสอบ (E_{alu} = 70 GPa, $\alpha_{alu} = 23.6 \times 10^{-6}/\,^\circ C$)

วิธีทำ

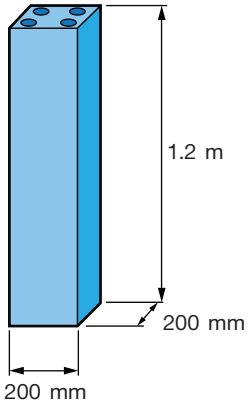
$$\delta = \alpha\Delta TL = (23.6 \times 10^{-6})(20)(0.01)$$

$$= 4.72 \times 10^{-6}\ m = 0.00472\ mm$$ **ตอบ**

$$F = \frac{\delta AE}{L} = \frac{(4.72 \times 10^{-6})(0.01 \times 0.01)(70 \times 10^9)}{(1)}$$

$$= 33.04\ N$$ **ตอบ**

5. เสาคอนกรีตสี่เหลี่ยมยาว 1.2 m มีเหล็กเส้นเสริมกำลัง 4 เส้น ขนาด 19 mm จงหาความเค้นที่เกิดขึ้นในเหล็กเส้นแต่ละเส้น เมื่ออุณหภูมิของเสาคอนกรีตเพิ่มสูงเป็น 45 °C (E_{steel} = 200 GPa, $\alpha_{stainless} = 11.7 \times 10^{-6}/°C$)



วิธีทำ

$$\sigma = \alpha \Delta TE = (11.7 \times 10^{-6})(45)(200 \times 10^{9})$$

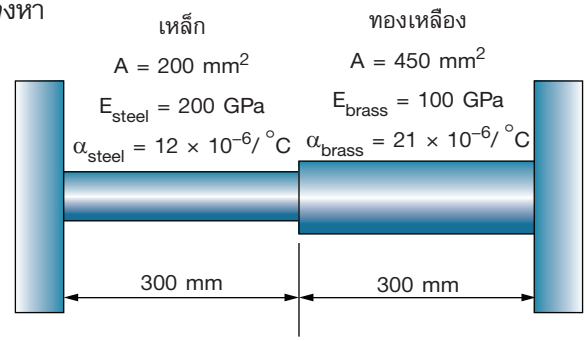
$$= 105.3 \text{ MN/m}^2 \quad \textbf{ตอบ}$$

6. จากรูป ถ้าอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 20 °C จงหา

ก. F_{st} และ F_{br}

ข. σ_{st} และ σ_{br}

ค. δ_{st} และ δ_{br}



วิธีทำ

(ก) F_{st} และ F_{br}

หาระยะยืดกรณีปลายอิสระ

$$\delta'_s + \delta'_b = \alpha_s \Delta TL_s + \alpha_b \Delta TL_b$$

$$\delta'_s + \delta'_b = (L)(\Delta T)(\alpha_s + \alpha_b)$$

$$\delta'_s + \delta'_b = (0.3)(20)(12 \times 10^{-6} + 21 \times 10^{-6})$$

ปลายถูกยึดทั้ง 2 ข้าง

$$\delta_s'' + \delta_b'' = \frac{F_{Reaction\ s}L_s}{A_sE_s} + \frac{F_{Reaction\ b}L_b}{A_bE_b}$$

$$\delta_s'' + \delta_b'' = (L)\ \frac{F_{Reaction\ s}}{A_sE_s} + \frac{F_{Reaction\ b}}{A_bE_b}$$

$$\delta_s'' + \delta_b'' = (0.3)\ \frac{F_{Reaction\ s}}{(2 \times 10^{-4})(200 \times 10^{9})} + \frac{F_{Reaction\ b}}{(4.5 \times 10^{-4})(100 \times 10^{9})}$$

ความสัมพันธ์ของสูตร

$$\delta_s'' + \delta_b'' = \delta_s'' + \delta_b''$$

$$(0.3)(20)(12 \times 10^{-6} + 21 \times 10^{-6}) = (0.3)\ \frac{F_{Reaction\ s}}{(2 \times 10^{-4})(200 \times 10^{9})} + \frac{F_{Reaction\ b}}{(4.5 \times 10^{-4})(100 \times 10^{9})}$$

แทนค่าจะได้

$$F_{Reaction\ s} = 14\ kN$$

$$F_{Reaction\ s} = F_{Reaction\ b}$$

$$F_{Reaction\ b} = 14\ kN$$ **ตอบ**

(ข) σ_{st} และ σ_{br}

$$\sigma_{st} = \frac{P}{A} = \frac{14 \times 10^{3}}{0.0002} = 70\ MPa$$ **ตอบ**

$$\sigma_{br} = \frac{P}{A} = \frac{14 \times 10^{3}}{0.00045} = 31.11\ MPa$$ **ตอบ**

(ค) δ_{st} และ δ_{br}

$\delta_s = \delta_s' - \delta_s''$ แทนค่าจะได้

$$\delta_s = (0.3)(20)(12 \times 10^{-6}) - \frac{(0.3)(14 \times 10^{3})}{(2 \times 10^{-4})(200 \times 10^{9})}$$

$$= (7.2 \times 10^{-5}) - (10.5 \times 10^{-5})\ m$$

$\delta_s = 0.072 - 0.105\ mm = -0.033$ หดตัว **ตอบ**

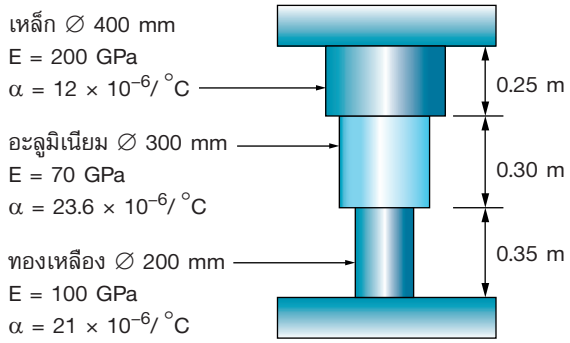
$$\delta_b = \delta'_b - \delta''_b \quad \text{แทนค่าจะได้}$$

$$\delta_b = (0.3)(20)(21 \times 10^{-6}) - \frac{(0.3)(14 \times 10^3)}{(4.5 \times 10^{-4})(100 \times 10^9)}$$

$$= (12.6 \times 10^{-5}) - (9.3 \times 10^{-5})\ \text{m}$$

$$\delta_b = 0.126 - 0.093\ \text{mm} = 0.033\ \text{mm ยืดตัว}$$ **ตอบ**

7. ท่อนวัสดุ 3 ชนิดถูกยึดแน่น จงหาแรงที่เกิดขึ้นที่ผนังยึดเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนไป 40 °C



วิธีทำ

หาระยะยืดกรณีปลายอิสระ

$$\delta = \alpha\, \Delta T L$$

$$\delta_s = (12 \times 10^{-6})(40)(250) = 0.12\ \text{mm}$$

$$\delta_a = (23.6 \times 10^{-6})(40)(300) = 0.283\ \text{mm}$$

$$\delta_b = (21 \times 10^{-6})(40)(350) = 0.294\ \text{mm}$$

จากแรงจากความสัมพันธ์ของสูตร

$$\left(\frac{F_{Reaction}L}{AE}\right)_{st} + \left(\frac{F_{Reaction}L}{AE}\right)_{al} + \left(\frac{F_{Reaction}L}{AE}\right)_{br} = \delta_{st} + \delta_{al} + \delta_{br}$$

แทนค่าจะได้หา $F_{Reaction}$

$$\left(\frac{F_{Reaction}(0.250)}{(0.1256)(200 \times 10^9)}\right)_{st} + \left(\frac{F_{Reaction}(0.30)}{(0.0706)(70 \times 10^9)}\right)_{al}$$

$$+ \left(\frac{F_{Reaction}(0.350)}{(0.0314)(100 \times 10^9)}\right)_{br} = 0.00012 + 0.000283 + 0.000294$$

$$\left(F_{Reaction}(9.95 \times 10^{-12})\right)_{st} + \left(F_{Reaction}(60.6 \times 10^{-10})\right)_{al}$$

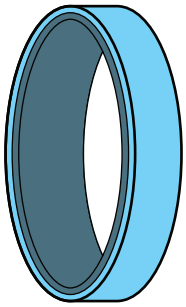
$$+ \left(F_{Reaction}(1.11 \times 10^{-10})\right)_{br} = 0.000697$$

$$F_{Reaction}\ (1.82 \times 10^{-10}) = 0.000697$$

$$F_{Reaction} = \frac{0.000697}{(1.82 \times 10^{-10})}$$

$$F_{Reaction} = 3.83 \times 10^6\ \text{N}$$ **ตอบ**

8. แหวนทองเหลืองวงนอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 100 mm และแหวนวงในทำจากเหล็กมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 90 mm ทั้งคู่หนา 10 mm สวมกันพอดีโดยไม่มีความเค้น จงหาความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นในวัสดุทั้งสองเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น 50 °C เมื่อ E_{steel} = 200 GPa, $\alpha_{steel} = 12 \times 10^{-6}/\,°C$ และทองเหลือง E_{brass} = 100 GPa, $\alpha_{brass} = 21 \times 10^{-6}/\,°C$



วิธีทำ

ความเค้นที่เกิดขึ้นในแหวนเหล็ก

$$\sigma_s = \alpha \Delta T E = (12 \times 10^{-6})(50)(200 \times 10^9) = 120\ \text{MPa}$$ **ตอบ**

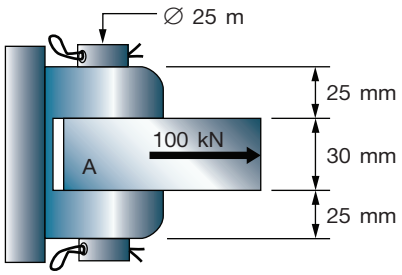
ความเค้นที่เกิดขึ้นในแหวนทองเหลือง

$$\sigma_b = \alpha \Delta TE = (21 \times 10^{-6})(50)(100 \times 10^9) = 105 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma}{E} = \frac{(120 \times 10^6)}{(200 \times 10^9)} = 0.0006$$ **ตอบ**

$$\varepsilon_b = \frac{(105 \times 10^6)}{(100 \times 10^9)} = 0.00105$$ **ตอบ**

9. จงหาค่าความเค้นอัดร่วมที่เกิดขึ้นที่จุด A เมื่อมีแรงกระทำ 40 kN ใช้เหล็กความหนา 30 mm และใช้สกรูหัวแฉกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 mm



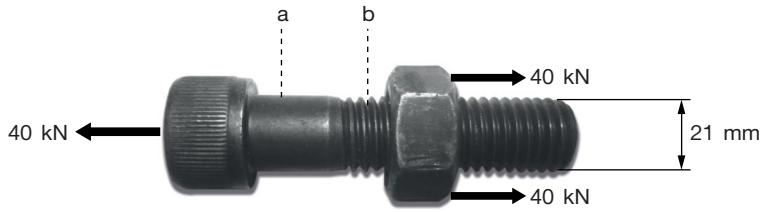
วิธีทำ

ความเค้นอัดร่วมที่เกิดขึ้นที่จุด A

เนื่องจาก $t = 2(25 \text{ mm}) = 50 \text{ mm}$

$$\sigma_b = \frac{P}{td} = \frac{40 \text{ kN}}{(50 \text{ mm})(25 \text{ mm})} = 32.0 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

10. โบลต์มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (a) 25 mm ขันล็อคด้วยนอตอยู่ภายใต้แรงดึงทั้งหมด 40 kN จงหาค่าความเค้นเฉลี่ยที่เกิดขึ้นที่จุด a และบริเวณเกลียวจุด b ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 21 mm



วิธีทำ

พื้นที่หน้าตัดโบลต์ส่วน a

$$A_a = \frac{\pi(d^2)}{4} = \frac{\pi(0.025^2)}{4} = 4.91 \times 10^{-4}\ m^2$$

หาความเค้นโบลต์ส่วน a

$$\sigma_a = \frac{P}{A} = \frac{(40 \times 10^3)}{(4.91 \times 10^{-4})} = 81.4\ MN/m^2$$ **ตอบ**

พื้นที่หน้าตัดเกลียว ส่วน b

$$A_b = \frac{\pi(d^2)}{4} = \frac{\pi(0.021^2)}{4} = 3.46 \times 10^{-4}\ m^2$$

หาความเค้นเกลียว ส่วน b

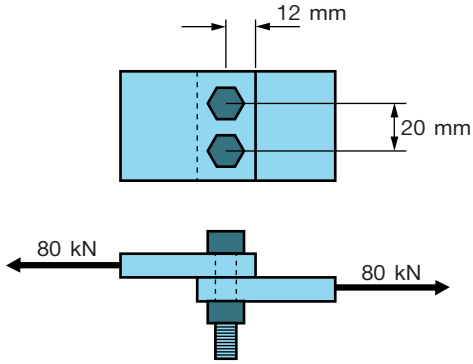
$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{(40 \times 10^3)}{(3.46 \times 10^{-4})} = 115.6\ MN/m^2$$ **ตอบ**

11. แผ่นเหล็กหนา 5 mm ต่อกันโดยโบลต์และนอต 2 ตัว โบลต์ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางนอก 6 mm

(ก) จงหาความเค้นดึงบนแผ่นเหล็ก

(ข) จงหาความเค้นเฉือนบนสลักเกลียว

(ค) จงหาความเค้นอัดบนสลักเกลียว



วิธีทำ

(ก) จงหาความเค้นดึงบนแผ่นเหล็ก

$$\sigma_u = \frac{Pb}{(b - d)t} = \frac{(80{,}000)(0.02)}{(0.02 - 0.006)0.005}$$

$$= 22.86 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

(ข) จงหาความเค้นเฉือนบนสลักเกลียว

$$\tau_{max} = \frac{Pb}{2at} = \frac{(80{,}000)(0.02)}{2(0.012)(0.005)}$$

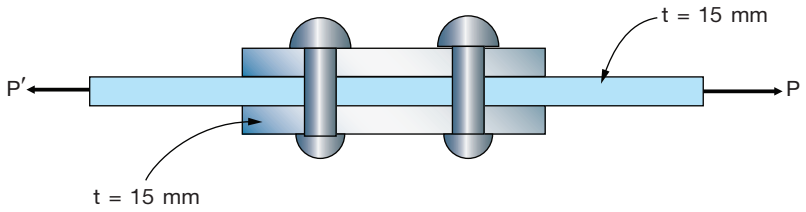
$$= 13.33 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

(ค) จงหาความเค้นอัดบนสลักเกลียว

$$\sigma_b = \frac{Pb}{td} = \frac{(80{,}000)(0.02)}{(0.006)(0.006)}$$

$$= 53.33 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

12. แผ่นอะลูมิเนียมหนา 15 mm ต่อกันโดยใช้หมุดย้ำมีแผ่นประกบบนล่างหนา 15 mm หมุดย้ำมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 18 mm ความเค้นแรงดึงสูงสุดที่ยอมให้เกิดได้คือ 800 MN/m^2 และความเค้นเฉือนสูงสุดที่ยอมให้เกิดได้คือ 55 MN/m^2 จงหาความเค้นอัดร่วมที่เกิดในแผ่นเหล็กและหมุดย้ำ



วิธีทำ

แรงดึงที่กระทำกับแผ่นเหล็กในแนวหน้าตัด $(b - d)t = (b - 0.018)0.015$

ดังนั้นความเค้นแรงดึง

$$Pb = (80 \times 10^6)\,[(b - 0.018)\,0.015]\ \text{N ต่อ 1 แถว}$$

หมุดย้ำจะเสียหายภายใต้แรงเฉือน

$$\frac{\pi}{4}(0.018)^6 = 2.543 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

ดังนั้น $$Pb = 2(55 \times 10^6)\,(2.543 \times 10^{-4}) = 27.97\ \text{kN}$$

ค่าเฉลี่ยภายใต้ความเค้น

$$\frac{27.97 \times 10^3}{(0.018)(0.015)} = 103.6\ \text{MN/m}^2$$ **ตอบ**

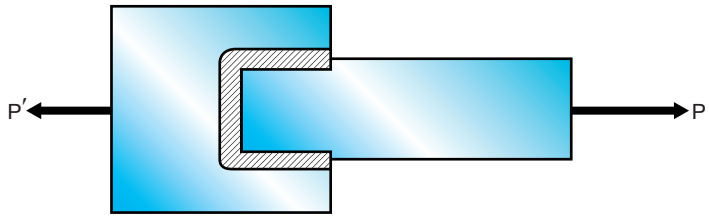
13. จากข้อที่ 12 จงหาประสิทธิภาพของการต่อเมื่อเมื่อหมุดย้ำอนุญาตให้รับแรงดึง 15 kN

วิธีทำ

$$P = \sigma_{all}\,td = (80 \times 10^6)(0.015)(0.018) = 21.6\ \text{kN}$$

เมื่อ $$\eta = \frac{P}{P_{all}} = \frac{15}{21.6} = 0.694 \Rightarrow 69.4\%$$ **ตอบ**

14. แผ่นเหล็กหนา $^1/_2$ นิ้ว ต่อกันด้วยการเชื่อมแบบต่อเกย รับแรงดึง 220 kN แนวเชื่อมยาวข้างละ 8 cm เท่ากัน เมื่อรอยเชื่อมแนวยาวรับความเค้นเฉือนได้ 75 MN/m^2 และรอยเชื่อมแนวขวางรับความเค้นเฉือนได้ 100 MN/m^2 จงหาแรงกระทำในแนวเชื่อม



วิธีทำ

$$\Sigma F = 0 : F_1 + F_2 + F_3 = F$$

หาแรงในรอยเชื่อมแนวยาว 2 ด้าน

$$F = (75 \times 10^6)(0.707)2(0.08)(0.0127) = 107.75 \text{ kN}$$

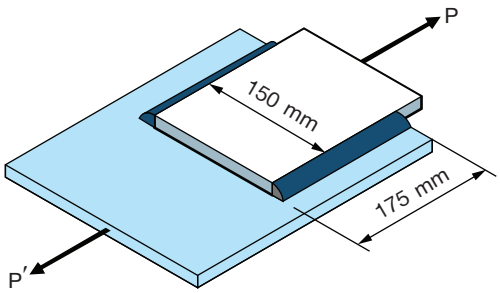
หาแรงในรอยเชื่อมแนวขวาง

$$F = 1.3\,(100 \times 10^6)(0.707)(0.08)(0.0127) = 93.38 \text{ kN}$$

$$\tau A = (100 \times 10^6)(0.05 \times 2t) = (10 \times 10^6)t$$

ดังนั้น $F = 107.75 + 93.38 = 201.13$ kN **ตอบ**

15. จงคำนวณหาแรง P เมื่อแผ่นเหล็กหนา 13 mm ต่อด้วยการเชื่อมแบบต่อเกย ความเค้นเฉือนที่ยอมให้เกิดได้ 80 MN/m^2



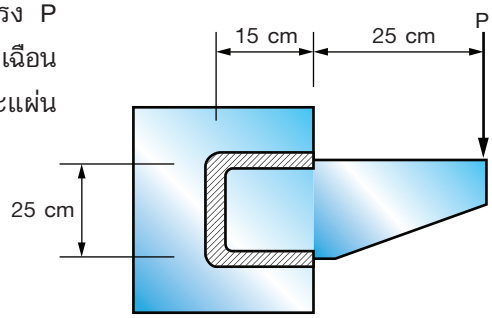
วิธีทำ

$$\Sigma F = 0 : F_1 + F_2 + F_3 = F$$

หาแรงในรอยเชื่อมแนวยาว 2 ด้าน

$$F = (80 \times 10^6)(0.707)2(0.175)(0.013) = 257.35 \text{ kN}$$ **ตอบ**

16. แผ่นเหล็กเชื่อมต่อกันแบบต่อเกยภายใต้แรง P จงคำนวณหาแรง P ที่กระทำ เมื่อความเค้นเฉือนสูงสุดที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ 75 MN/m^2 และแผ่นเหล็กหนา 20 mm



วิธีทำ

หาค่า J

$$J = I_x = I_y$$

$$I_x = I_y = 2\left(\frac{1}{12}(0.02)(0.08)^2\right) + 2\left((0.02)(0.08)(0.04)^2\right)$$

$$I_x = I_y = 2.13 \times 10^{-5} + 5.12 \times 10^{-6}$$

$$= 2.64 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

หาแรงบิด

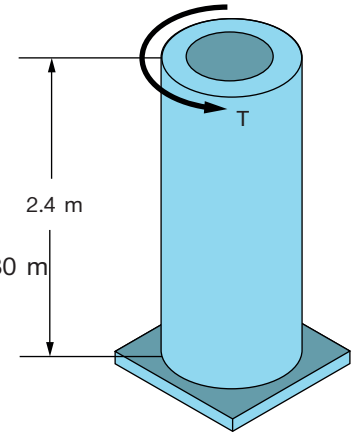
$$T = \frac{\tau J}{C} = \frac{(75 \times 10^6)(2.64 \times 10^{-5})}{0.02} = 99 \text{ kN•m}$$

จาก $M_{max} = P \times L$

$$P = \frac{99{,}000}{0.4} = 247.5 \text{ kN}$$ **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกหัดทบทวน บทที่ 5

1. จากรูปจงหาแรงบิดที่เกิดขึ้นที่ส่งผลให้เพลาเกิดบิดไป 3 องศา เมื่อเพลากลวงท่อนนี้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางนอก 90 mm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางใน 60 mm (G = 77 GPa)



วิธีทำ

ค่า $c_2 = 0.045$ m ค่า $c_1 = 0.030$ m

$$J = \frac{1}{2}\pi\left(c_2^4 - c_1^4\right)$$

$$= \frac{1}{2}\pi\,(0.045^4 - 0.030^4)$$

$$J = 5.16 \times 10^{-6}\ m^4$$

ทำองศาเป็นเรเดียนได้โดย $\phi = \frac{(3)2\pi}{360} = 0.052$

$$\phi = \frac{TL}{JG} \Rightarrow = T = \frac{\phi JG}{L}$$

$$= \frac{(0.052)(5.16 \times 10^{-6})(77 \times 10^9)}{(24)}$$

$$= 8{,}608.6\ N{\bullet}m$$ **ตอบ**

2. จงคำนวณหามุมบิดของท่อนอะลูมิเนียม (G = 26 GPa) ที่มีความยาว 5 m ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 mm เมื่อมีแรงบิดกระทำ 5 kN•m

วิธีทำ

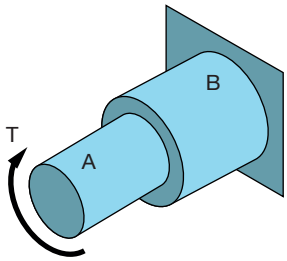
ค่า $c = 0.075$ ม. $J = \frac{1}{2}\pi(0.075^4) = 4.968 \times 10^{-5}$

$$\phi = \frac{TL}{JG} = \frac{(5 \times 10^3)(5)}{(4.968 \times 10^{-5})(26 \times 10^9)}$$

$$= 0.0194 \text{ เรเดียน}$$ **ตอบ**

ทำเป็นองศาได้โดย $\phi = 0.0194\left(\frac{360}{2\pi}\right) = 1.11\,^\circ$ **ตอบ**

3. เพลา A ทำมาจากทองเหลืองกลมตันมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 mm ความเค้นแรงเฉือนที่ยอมให้ของวัสดุนี้คือ 56 MPa ส่วนเพลาท่อน B ทำจากเหล็กกลมตันขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 60 mm ความเค้นแรงเฉือนที่ยอมให้ของวัสดุนี้คือ 100 MPa จงหาโมเมนต์บิดที่เกิดขึ้นมากที่สุดที่เพลาทั้งสองรับได้



วิธีทำ

$$J_A = \frac{1}{2}\pi(0.020^4) = 2.512 \times 10^{-7}$$

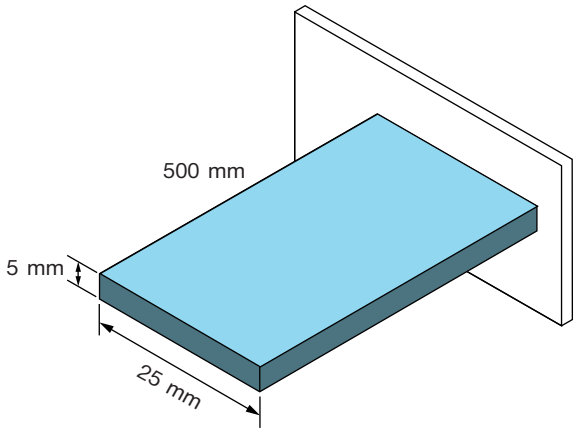
$$J_B = \frac{1}{2}\pi(0.030^4) = 1.271 \times 10^{-6}$$

$$T = \left(\frac{J\tau_{max}}{C}\right)_A + \left(\frac{J\tau_{max}}{C}\right)_B$$

$$= \left(\frac{(2.512 \times 10^{-7})(56 \times 10^6)}{0.02}\right)_A + \left(\frac{(1.271 \times 10^{-6})(100 \times 10^6)}{0.03}\right)_{Br}$$

$$T = (703.36)_A + (4{,}236.66)_B = 4{,}940 \text{ N•m}$$ **ตอบ**

4. จงคำนวณหาแรงบิดสูงสุดที่สามารถกระทำบนเพลาสี่เหลี่ยมผืนผ้าทำจากเหล็กกล้ากำหนดให้มีค่าความเค้นเฉือนสูงสุดไม่เกิน 120 MPa และจงคำนวณหามุมบิดของเพลาสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้เมื่อมีค่า G = 80 GPa



วิธีทำ

เมื่อ $a \geq b$ และ $\frac{a}{b} = \frac{25}{5} = 5$

ดังนั้น $C_1 = 0.291$ และ $C_2 = 0.291$

หาแรงบิดสูงสุด $T = \tau_{max} C_1 ab^2 = (120 \times 10^6)(0.291)(0.025)(0.005)^2$

$= 21.83$ N•m

หามุมบิด $\phi = \frac{TL}{C_2 ab^3 G} = \frac{21.83 \times 0.5}{(0.291)(0.025)(0.005)^3(80 \times 10^9)}$

$= 0.15$ เรเดียน

$\phi = 0.15\left(\frac{360}{2\pi}\right) = 8.6^\circ$ **ตอบ**

5. จงคำนวณหาแรงบิดที่ทำให้เกิดการหมุนบิดไป 5 องศา บนเพลาไม้ที่มีค่า G = 6 GPa เมื่อเพลานี้กว้าง 150 mm สูง 70 mm และยาว 4 m

วิธีทำ

เมื่อ $a \geq b$ จะได้ $\frac{a}{b} = \frac{150}{70} = 214$ จะทำการอินเตอร์โพเลตข้อมูลจากตารางที่ 5.1

$\frac{a}{b}$	C_1	C_2
2.0	0.246	0.229
2.14	xx	xx
2.5	0.258	0.249
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$		

C_1 $$b = \frac{ad}{c} + 0.246 = \left(\frac{(0.258 - 0.246)(2.14 - 2)}{(2.5 - 2)}\right) + 0.246$$

$$= 0.249$$

C_2 $$b = \frac{ad}{c} + 0.246 = \left(\frac{(0.249 - 0.229)(2.14 - 2)}{(2.5 - 2)}\right) + 0.229$$

$$= 0.235$$

ดังนั้น $C_1 = 0.249$ และ $C_2 = 0.235$

$$\text{rad} = \frac{5}{\left(\frac{360}{2\pi}\right)} = 0.0872$$

$$T = \frac{\phi C_2\, ab^3 G}{L} = \frac{(0.0872)(0.235)(0.15)(0.07)^3(6 \times 10^9)}{4}$$

$$= 1{,}581.47 \text{ Nm}$$ **ตอบ**

6. จงคำนวณแรงบิดและมุมที่เกิดการบิดไปในเพลาท่อผิวบาง ทำจากอะลูมิเนียมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 80 mm หนา 2 mm ความยาวของเพลา 15 m เพลานี้มีค่าความเค้นสูงสุด τ_{max} = 180 MPa และค่าโมดูลัสแรงเฉือน G = 85 GPa

วิธีทำ

หาแรงเฉือนในแนวขอบความหนา

$$q = \tau t = (180 \times 10^6)(0.002) = 360 \times 10^3 \text{ N/m}$$

หาพื้นที่

$$A_0 = \pi\left(r_2^2 - r_1^2\right) = \pi\,(0.040^2 - 0.038^2) = 4.968 \times 10^5 \text{ m}^2$$

คำนวณแรงบิด

$$T = 2A_0 q = 2(4.968 \times 10^{-5})(360 \times 10^3) = 35.77 \text{ N•m}$$ **ตอบ**

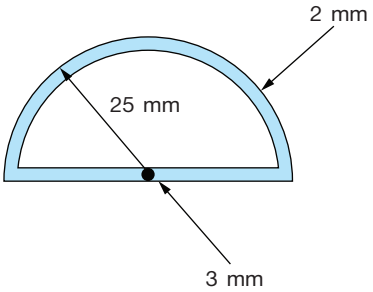
หาการบิดไปในเพลา

$$\theta = \frac{TLS}{4GA_0^2 t} = \frac{(35.77)(1.5)(2\pi(0.040))}{4(85 \times 10^9)(4.968 \times 10^{-5})^2(5)}$$

$$= 0.0321 \text{ เรเดียน}$$

$$\phi = 0.0321\left(\frac{360}{2\pi}\right) = 1.841^\circ$$ **ตอบ**

7. จงคำนวณแรงบิดและมุมที่เกิดการบิดไปในเพลาท่อผิวบางรูปครึ่งวงกลม ทำจากอะลูมิเนียมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 mm ส่วนความหนาที่ขอบ 2 mm แต่ความหนาที่ฐาน 3 mm ความยาวของเพลา 1.2 m เพลานี้มีค่าความเค้นสูงสุด τ_{max} = 40 MPa และค่าโมดูลัสแรงเฉือน G = 28 GPa



วิธีทำ

หาแรงเฉือนในแนวขอบความหนา

$$q = \tau t = (40 \times 10^6)(0.002) = 80 \times 10^3 \text{ N/m}$$

หาพื้นที่ $$A_0 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi(0.025)^2}{2} = 0.9817 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

คำนวณแรงบิด $$T = 2A_0 q = 2(0.9817 \times 10^{-3})(80 \times 10^3)$$

$$= 157.07 \text{ N•m}$$ **ตอบ**

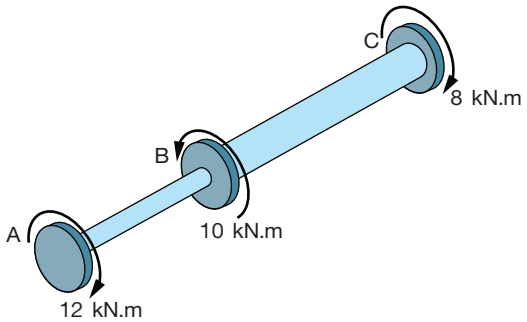
หาการบิดไปในเพลา θ $$= \frac{TL}{4GA_0^2 t}\int_s \frac{ds}{t}$$

$$= \frac{(157.07)(1.2)}{4(28 \times 10^9)(0.9817 \times 10^{-3})^2(5)}(55.94)$$

$$= 0.0977 \text{ เรเดียน}$$

$$\theta = 0.0977\left(\frac{360}{2\pi}\right) = 5.60^\circ$$ **ตอบ**

8. เพลาส่งกำลัง ABC ประกอบด้วยวัสดุ 2 ชนิด ช่วง AB ทำด้วยเหล็ก รัศมี 30 mm ยาว 1.2 m ท่อน BC ทำด้วยอะลูมิเนียม รัศมี 40 mm ยาว 1.8 m จงหาค่าแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในแต่ละท่อนและหาค่ามุมบิดรวม เมื่อ G_{steel} = 75 GPa , G_{alu} = 27 GPa

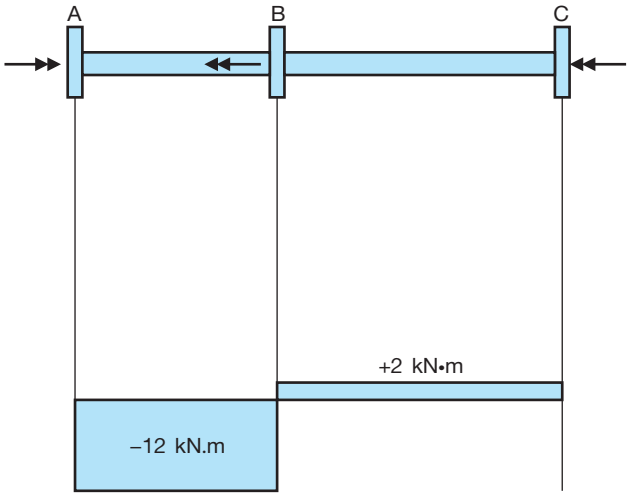


วิธีทำ

หาค่าโพลาร์โมเมนต์ออฟอินเนอร์เชีย

$$J_{AB} = \frac{\pi}{2} \times 0.03^4 = 1.27 \times 10^{-6}\ m^4$$

$$J_{BC} = \frac{\pi}{2} \times 0.04^4 = 4.02 \times 10^{-6}\ m^4$$



หาค่าแรงเฉือนในแต่ละช่วง $\tau_{max} = \frac{TC}{J}$

$$\tau_{AB} = \frac{1{,}200 \times 0.03}{1.27 \times 10^{-6}} = 28.30 \times 10^6 Pa$$

$$= 28.30\ MPa$$ **ตอบ**

$$\tau_{BC} = \frac{1{,}000 \times 0.04}{4.02 \times 10^{-6}} = 9.95 \times 10^6 Pa$$

$$= 9.95\ MPa$$ **ตอบ**

มุมที่บิดไป $\phi = \frac{TL}{JG}$

$$\phi_{\frac{B}{A}} = \frac{1{,}200 \times 1.2}{(1.27 \times 10^{-6})(75 \times 10^9)} = -0.0151 \text{ เรเดียน}$$

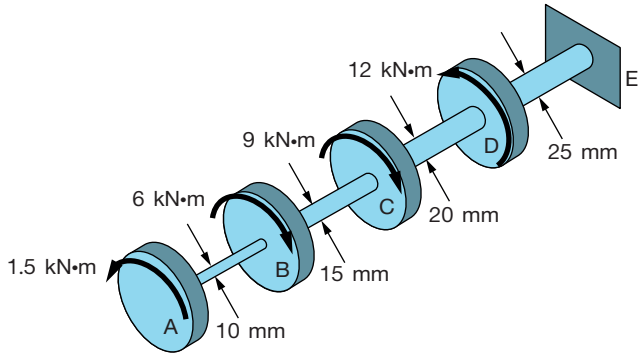
$$\phi_{\frac{C}{B}} = \frac{1{,}000 \times 1.8}{(4.02 \times 10^{-6})(27 \times 10^{9})} = 0.01658 \text{ เรเดียน}$$

มุมบิดรวมที่เกิดขึ้นบนเพลา $\phi = \sum_i \frac{T_i L_i}{J_i G_i}$

$$\phi = -0.0151 + 0.01658 = 0.00148 \text{ เรเดียน ทวนเข็มนาฬิกา}$$

$$\phi = 0.00148\left(\frac{360}{2\pi \text{ Rad}}\right) = 0.0848^\circ$$ **ตอบ**

9. เพลาส่งกำลังประกอบด้วยพูลเลย์ A B C และ D แต่ละช่วงระยะห่าง 120 mm ทำจากเหล็ก G = 200 GPa จงคำนวณหา (ก) มุมบิดระหว่าง A และ C (ข) มุมบิดระหว่าง A และ E



วิธีทำ

หาค่าโพลาร์โมเมนต์ออฟอินเนอร์เชีย

$$J_{AB} = \frac{\pi}{2} \times 0.01^4 = 1.57 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$J_{BC} = \frac{\pi}{2} \times 0.015^4 = 7.95 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$J_{CD} = \frac{\pi}{2} \times 0.02^4 = 2.51 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$J_{DE} = \frac{\pi}{2} \times 0.025^4 = 6.13 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

มุมที่บิดไป $\phi = \dfrac{TL}{JG}$

$$\phi_{\frac{B}{A}} = \frac{1{,}500 \times 0.12}{(1.57 \times 10^{-8})(200 \times 10^{9})}$$

$= 0.0573$ เรเดียน $\longrightarrow 3.29^{\circ}$

$$\phi_{\frac{C}{B}} = \frac{6{,}000 \times 0.12}{(7.95 \times 10^{-8})(200 \times 10^{9})}$$

$= 0.0452$ เรเดียน $\longrightarrow 26^{\circ}$

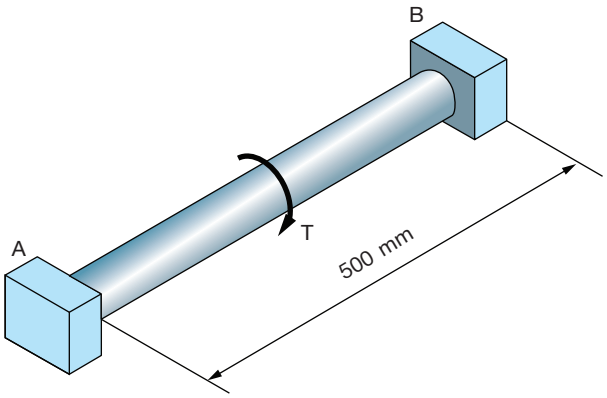
$$\phi_{\frac{C}{A}} = \frac{9{,}000 \times 0.12}{(251 \times 10^{-7})(200 \times 10^{9})}$$

$= 0.0215$ เรเดียน $\longrightarrow 1.23^{\circ}$ **ตอบ**

$$\phi_{\frac{E}{A}} = \frac{12{,}000 \times 0.12}{(6.13 \times 10^{-7})(200 \times 10^{9})}$$

$= 0.0117$ เรเดียน $\longrightarrow 0.67^{\circ}$ **ตอบ**

10. เพลาทองเหลืองถูกยึดแน่นที่ปลายทั้ง 2 ข้างไว้กับผนัง มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 80 m ยาว 500 mm มีแรงบิดตรงกลาง 12.5 kN•m ดังแสดงในรูป จงหาแรงบิดที่เกิดขึ้น (G = 39 GPa)



วิธีทำ

Free–body Diagram ของ T_A และ T_B

ปลายทั้ง 2 ข้างถูกยึดแน่นจะเกิดแรงบิดตรงจุดที่ยึดสวนทาง

$$T_A + T_B = 12.5 \text{ kN•m}$$

ช่วง AC เป็น ϕ และ ช่วง CB เป็น ϕ_2

ในสภาวะสมดุล $\phi = \phi_1 + \phi_2 = 0$

แทนค่า $\phi = \dfrac{T_A L_A}{J_1 G_1} - \dfrac{T_B L_2}{J_2 G_2} = 0$

เมื่อ $L_1 = L_2 = 0.5$ m และ $J_{AC} = J_{CB}$ หา $T_B = T_A$

จากการสมดุลแรง $T_A + T_B = 12{,}500$ N•m

$T_A = 6{,}250$ N•m **ตอบ**

$T_B = 6{,}250$ N•m **ตอบ**

11. ลูกบาสเกตบอลขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 300 mm หนา 3 mm จงหาความเค้นที่เกิดขึ้นที่ผนังลูกบาสเกตบอล เมื่ออัดลมเข้าไป 120 kPa

วิธีทำ

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t} = \frac{(120 \times 10^3)(0.15)}{2(0.003)}$$

$$= 3 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

12. ถังแก๊สขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางนอกโต 5 m ทำจากเหล็กความหนา 10 mm มีแรงดันภายใน 400 kPa จงหาความเค้นสูงสุดและความเค้นเฉือนสูงสุดในถัง

วิธีทำ

ความเค้นที่บริเวณหัวถัง

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t} = \frac{(400 \times 10^3)(2.5)}{2(0.01)}$$

$$= 50 \text{ MPa}$$

ความเค้นในแนวเส้นรอบวงของถัง

$$\sigma_1 = \frac{pr}{2t} = \frac{(400 \times 10^3)(2.5)}{(0.01)} = 100 \text{ MPa}$$

ความเค้นตามแนวยาวของถัง

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma_1 = \frac{1}{2}(60) = 50 \text{ MPa}$$

ความเค้นสูงสุดจะเกิดขึ้นที่เส้นรอบวงของถังทรงกระบอก 100 MPa **ตอบ**

ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sigma_1 = \frac{1}{2}(100 \text{ MPa}) = 50 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

13. ถังลมกลมแบบลูกบอลมีรัศมีภายในโต 1.8 m ถ้าแรงดันภายใน 500 kPa จงหาความหนาของถัง เมื่อความเค้นที่ยอมรับได้คือ σ_{allow} = 15 MPa

วิธีทำ

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} \Rightarrow t = \frac{pr}{\sigma_1} = \frac{(500 \times 10^3)(1.8)}{(15 \times 10^6)} = 0.06 \text{ m}$$

$$= 60 \text{ mm}$$ **ตอบ**

14. ท่อใช้สำหรับส่งก๊าซมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 60 mm ผนังหนา 2 mm มีแรงดันภายใน 0.8 MPa จงหาความเค้นที่เกิดขึ้นในผนัง

วิธีทำ

หาความเค้นตามแนวเส้นรอบวง

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} = \frac{(0.8 \times 10^6)(0.030)}{(0.002)}$$

$$= 12 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

หาความเค้นตามแนวยาว

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t} = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{(12 \times 10^6)}{2}$$

$$= 6 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

15. ถังลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 500 mm ถังรับแรงดันภายใน 8 MPa ความเค้นสูงสุดของเหล็กที่ใช้ทำถังสามารถรับได้คือ 400 MPa จงคำนวณหาความหนาถัง เมื่อค่าความปลอดภัย 3.00

วิธีทำ

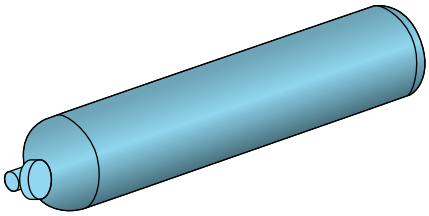
$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_y}{FS} = \frac{400 \times 10^6}{3.0} = 133.33 \text{ MN/m}^2$$

$$t = \frac{pr}{\sigma_1} = \frac{(8 \times 10^6)(0.25)}{133.33 \times 10^6} = 0.02 \text{ m}$$

$$t = \frac{pr}{2\sigma_2} = \frac{(8 \times 10^6)(0.25)}{2(133.33 \times 10^6)} = 0.01 \text{ m}$$

เลือก $t = 0.02 \text{ m} = 20 \text{ mm}$ **ตอบ**

16. ถังประดาน้ำขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 mm ควรใช้ความหนาถังเท่าใด เมื่อถังถูกออกแบบมาเพื่อให้รับแรงดันภายในได้ 8 MPa โดยกำหนดค่าความปลอดภัยไว้ที่ 2.0 ความเค้นครากของวัสดุทำถังคือ 250 MPa



วิธีทำ

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_y}{FS} = \frac{250 \times 10^6}{2} = 125 \text{ MN/m}^2$$

$$t = \frac{pr}{\sigma_1} \qquad t = \frac{(0.8 \times 10^6)(0.075)}{125 \times 10^6}$$

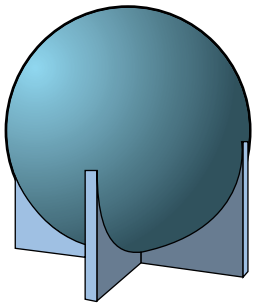
$$= 0.0048 \text{ m}$$

$$t = \frac{pr}{2\sigma_2} \quad t = \frac{(0.8 \times 10^6)(0.075)}{2(125 \times 10^6)}$$

$$= 0.0024 \text{ m}$$

เลือก $t = 4.8$ mm **ตอบ**

17. ถังก๊าซกลมขนาดใหญ่ บรรจุก๊าซภายใต้ความดัน 3 MPa ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 18 m ผนังทำด้วยเหล็กกำลังสูงที่มีความเค้นครากของวัสดุ 490 MPa กำหนดค่าความปลอดภัยไว้ที่ 2.5 จงหาความหนาของถังน้อยสุดที่ใช้ทำถังก๊าซกลมขนาดใหญ่ใบนี้



วิธีทำ

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_y}{FS} = \frac{490 \times 10^6}{25} = 196 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t} \Rightarrow 196 \times 10^6 = \frac{(3 \times 10^6)(9)}{2t}$$

$$t = \frac{(3 \times 10^6)(9)}{2(196 \times 10^6)} = 0.0688 \text{ m}$$

$$= 68.8 \text{ mm}$$ **ตอบ**

18. วัสดุทรงกลมทำด้วยเหล็กมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 100 mm หนา 3 mm ถูกทิ้งลงในมหาสมุทร ณ จุดที่มีความดัน 90 MPa เมื่อแผ่นเหล็กมีค่า E = 200 GPa และ $\nu = 0.3$ จงหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ลดลงของทรงกลม

วิธีทำ

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t} = \frac{(90 \times 10^6)(0.05)}{2(0.005)}$$

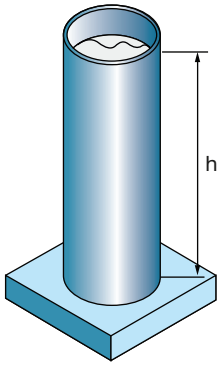
$$= 750 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} = -\frac{(0.35)(750 \times 10^6)}{(200 \times 10^9)} = 0.00112 \text{ m}$$

$$= 1.12 \text{ mm}$$

เส้นผ่านศูนย์กลางที่ลดลง = 100 – 1.12 = 98.88 mm **ตอบ**

19. ถังบรรจุน้ำขนาดใหญ่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางถัง 7.5 m สูง 20 m ความหนาของถัง 5 mm ทำจากเหล็กที่มีค่าความเค้นสูงสุด 400 MPa จงคำนวณหาขนาดความสูงมากสุดของน้ำที่ลงไปในถัง เมื่อถังนี้ถูกออกแบบให้มีค่าความปลอดภัยที่ 4.00 ความหนาแน่นของน้ำ = 1 Mg/m^3 = 1 kg/m^3



วิธีทำ

$$P = \rho dh \qquad h = \frac{P}{\rho g}$$

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma u}{FS} = \frac{400 \times 10^6}{4} = 100 \text{ MN/m}^2$$

หาความเค้นตามแนวเส้นรอบวง σ_1

$$P = \frac{\sigma_1 t}{r} = \frac{(100 \times 10^6)(0.005)}{(3.75)} = 133.33 \text{ kN}$$

หาความเค้นตามแนวยาว σ_2

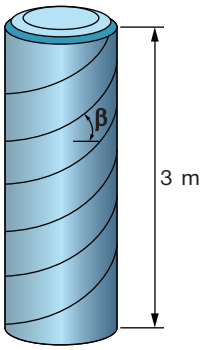
$$P = \frac{\sigma_2 2t}{r} = \frac{2(100 \times 10^6)(0.005)}{(3.75)} = 266.66 \text{ kN}$$

เลือกค่าแรงมากสุด

$$h = \frac{P}{\rho g} = \frac{266{,}660}{(1{,}000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ N/kg})}$$

$$= 27.18 \text{ m}$$ **ตอบ**

20. ถังลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.2 m ทำจากเหล็กหนา 5 mm ทำมาจากวัสดุที่เชื่อมต่อกันในแนวเอียง $\beta = 25^\circ$ จงหาความดันเกจมากสุดที่เกิดขึ้นภายในรอยเชื่อม เมื่อรอยเชื่อมทนความเค้นดึงได้ไม่เกิน 165 MPa



วิธีทำ

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta$$

$$\sigma_x = \frac{pr}{t} = \frac{p(0.25)}{0.006} = 41.67p$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x}{2} = 20.53p$$

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(41.67p + 20.53p) + \frac{1}{2}(41.67p - 20.53p)\cos 2(30)$$

$$\sigma_n = 31.25p + 10.42p(0.5)$$

$$75 = 36.46p$$

$$p = 2.05 \text{ MN/m}^2$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta$$

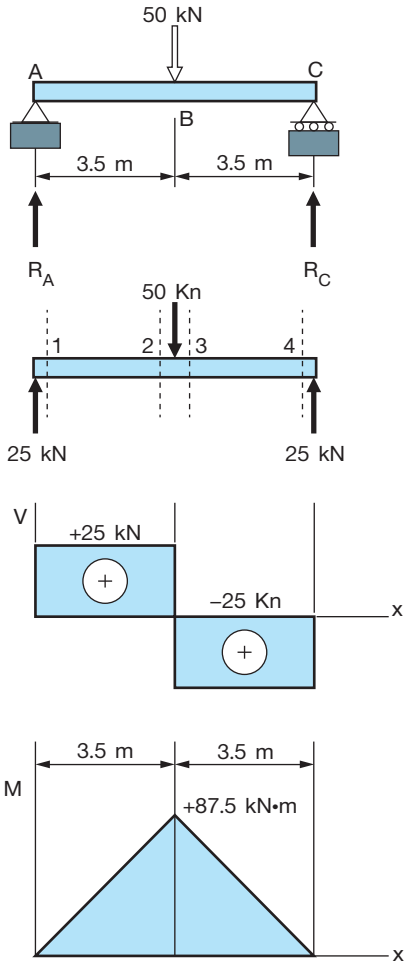
$$30 \times 10^6 = \frac{1}{2}(41.67p - 20.83p)\sin 2(30)$$

$$p = 3.32 \text{ MN/m}^2$$

เลือกค่าต่ำสุดมาใช้ $p_{max} = 2.05 \text{ MN/m}^2$ **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกหัดทบทวน บทที่ 6

1. จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน



วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยาที่ A เรียกว่า R_A

$\Sigma F_y = 0$

$\Sigma F_y = R_A - 50\text{ kN} + R_C \longrightarrow (1)$

เริ่มจากซ้ายให้จุด A เป็นจุดหมุนจะได้

(จุดหมุนเป็น 0)

$0 = -(50 \times 3.5) + (R_C \times 7)$

$0 = -175 + 7R_C$

$R_C = \dfrac{175}{7}$

$R_C = 25\text{ kN}$

แทนค่าใน (1)

$\Sigma F_y = R_A - 50\text{ kN} + 25\text{ kN}$

$R_A = 25\text{ kN} \uparrow$

หาแรงเฉือนในคาน

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-25 + V_1 = 0 \qquad V_1 = 25$$

$$-25 + V_2 = 0 \qquad V_2 = 25$$

$$-25 + 50 - V_3 = 0 \qquad V_3 = -25$$

$$-25 + 50 - V_4 = 0 \qquad V_4 = -25$$

หาโมเมนต์ดัดในคาน

$$\Sigma M = 0$$

$$\Sigma M_1 = 0 \qquad (25)(0) + M_1 = 0 \text{ N•m}$$

$$\Sigma M_2 = 0 \qquad (25)(35) + M_2 = 87.5 \text{ kN•m}$$

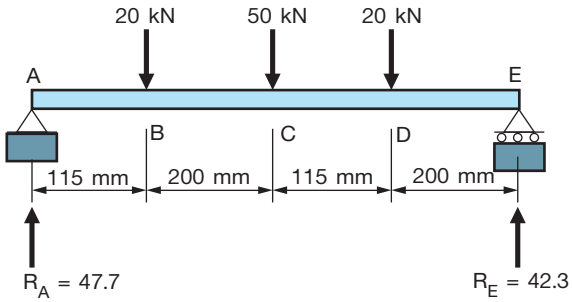
$$\Sigma M_3 = 0 \qquad (25)(35) + (50 \times 0) + M_3 = 87.5 \text{ kN•m}$$

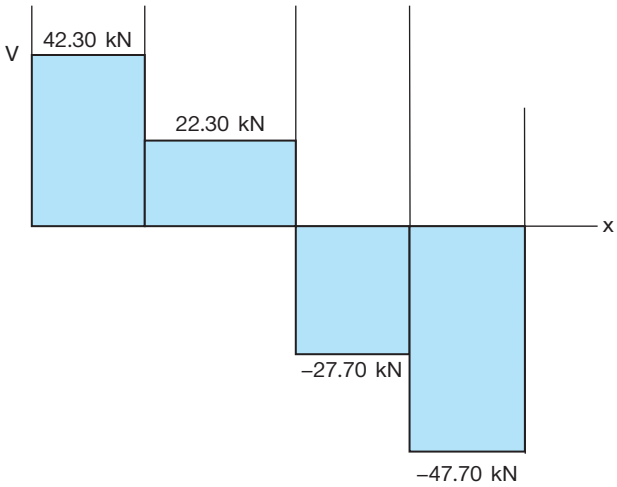
$$\Sigma M_4 = 0 \qquad (25)(7) - (50)(3.5) + M_4 = 0 \text{ kN•m}$$

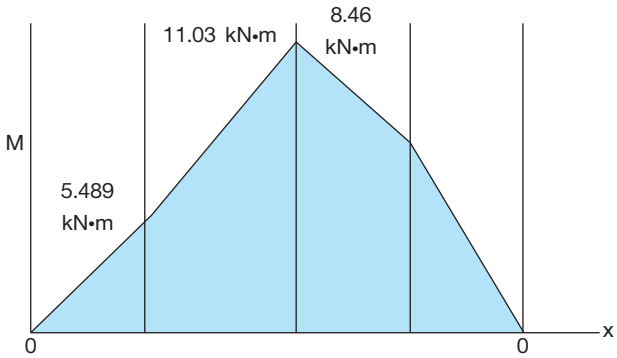
แรงเฉือนเกิดขึ้นมากเท่ากันทั้งบริเวณ AB และ BC $V_m = +25$ kN **ตอบ**

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด B $M_m = |M_B| = +87.5$ kN•m **ตอบ**

2. จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน







วิธีทำ หาแรง R_A

$\Sigma F_y = 0$

$\Sigma F_y = R_A - 20\text{ kN} - 50\text{ kN} - 20\text{ kN} + R_E \longrightarrow (1)$

ให้ A เป็นจุดหมุน (จุดหมุนเป็น 0)

$0 = -(20 \times 0.115) - (50 \times 0.315) - (20 \times 0.43) + (R_E \times 0.63)$

$R_E = \dfrac{26.65}{0.63} = 42.30\text{ kN} \uparrow$

แทนค่าใน (1)

$\Sigma F_y = R_A - 20\text{ N} - 50\text{ N} - 20\text{ kN} + 42.3$

$R_A = 47.7\text{ kN} \uparrow$

หาแรงเฉือนในคาน

$\Sigma Fy = 0$

$V_1 = 47.7\text{ kN}$

$V_2 = 47.7\text{ kN}$

$V_3 = 22.30\text{ kN}$

$V_4 = 22.30\text{ kN}$

$V_5 = -27.70\text{ kN}$

$V_6 = -27.70\text{ kN}$

$V_7 = -47.70\text{ kN}$

$V_8 = -47.70\text{ kN}$

หาโมเมนต์ดัดในคาน

$$\Sigma M = 0$$

$$M_1 = 0 \text{ kN•m}$$

$$M_2 = 5.48 \text{ kN•m} \qquad M_3 = 5.48 \text{ kN•m}$$

$$M_4 = 11.03 \text{ kN•m} \qquad M_5 = 11.03 \text{ kN•m}$$

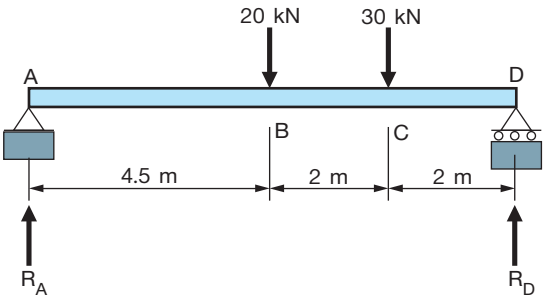
$$M_6 = 8.46 \text{ kN•m} \qquad M_7 = 8.46 \text{ kN•m}$$

$$M_8 = 0 \text{ kN•m}$$

แรงเฉือนเกิดมากที่สุดบริเวณ DE $V_m = -47.70$ kN **ตอบ**

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด B $M_m = |M_C| = 11.03$ kN•m **ตอบ**

3. จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน



วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยาที่ A เรียกว่า R_A

$$\Sigma F_y = 0$$

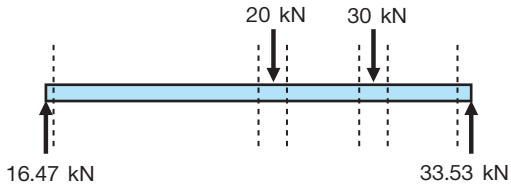
$$\Sigma F_y = R_A - 20 \text{ kN} - 30 \text{ kN} + R_D \quad \rightarrow (1)$$

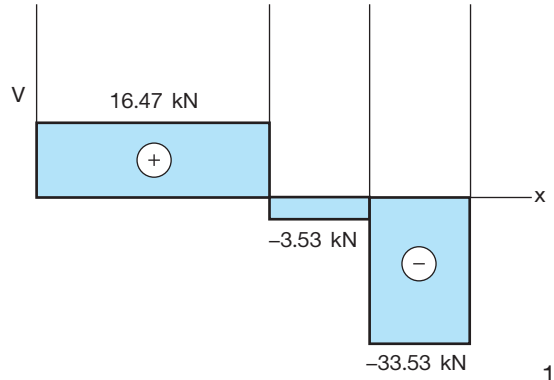
เริ่มจากซ้ายให้จุด A เป็นจุดหมุนจะได้ (จุดหมุนเป็น 0)

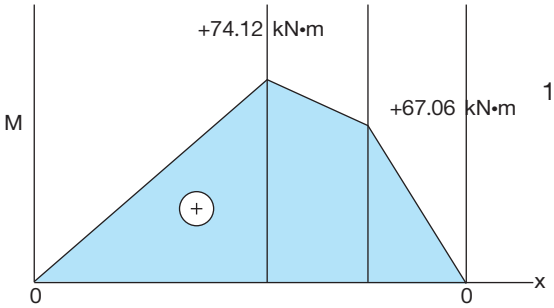
$$0 = -(20 \times 4.5) - (30 \times 6.5) - (R_D \times 8.5)$$

$$0 = -285 + 8.5R_D$$

$$R_D = 33.53 \text{ kN} \uparrow$$







แทนค่าใน (1)

$$\Sigma F_y = R_A - 20 \text{ kN} - 30 \text{ kN} + 33.53$$

$$R_A = 16.47 \text{ kN} \uparrow$$

หาแรงเฉือนในคาน

$$\Sigma F_y = 0$$

$$16.47 - V_1 = 0$$

$$V_1 = 16.47 \text{ kN}$$

$$16.47 - V_2 = 0$$

$$V_2 = 16.47 \text{ kN}$$

$$16.47 - 20 - V_3 = 0$$

$$V_3 = -3.53 \text{ kN}$$

$$16.47 - 30 - V_4 = 0$$

$$V_4 = -3.53 \text{ kN}$$

$$V_5 = -33.53 \text{ kN}$$

$$V_6 = -33.53 \text{ Kn}$$

หาโมเมนต์ดัดในคาน

$$\Sigma M = 0$$

$$(16.47)(0) + M_1 = 0$$

$$M_1 = 0 \text{ kN•m}$$

$$(16.47)(4.5) + M_2 = 0$$

$$M_2 = 74.12 \text{ kN•m}$$

$$(16.47)(4.5) + M_3 = 0$$

$$M_3 = 74.12 \text{ kN•m}$$

$$(16.47)(6.5) - (20)(2) + M_4 = 0$$

$$M_4 = 67.06 \text{ kN•m}$$

$$M_5 = 67.06 \text{ kN•m}$$

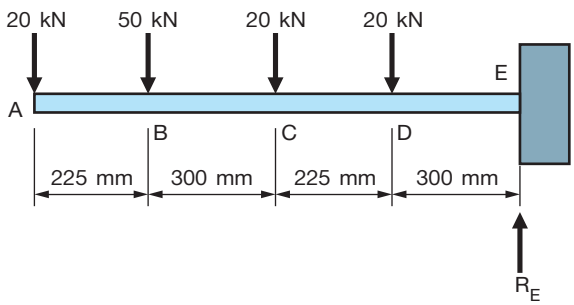
$$(16.47)(8.5) - (20)(4) - (30)(2) + M_6 = 0$$

$$M_6 = 0 \text{ kN•m}$$

แรงเฉือนเกิดมากที่สุดบริเวณ AB $V_m = -33.53$ kN **ตอบ**

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด B $M_m = |M_B| = 74.12$ kN•m **ตอบ**

4. จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน



วิธีทำ หาแรง R_E

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_y = -20 \text{ kN} - 50 \text{ kN} - 20 \text{ kN} - 20 \text{ kN} + R_E$$

$$R_E = 110 \text{ kN} \uparrow$$

หาแรงเฉือนในคาน $\Sigma F_y = 0$

$V_1 = -20$ kN $\quad V_2 = -20$ kN

$V_3 = -70$ kN $\quad V_4 = -70$ kN

$V_5 = -90$ kN $\quad V_6 = -90$ kN

$V_7 = -110$ kN $\quad V_8 = -110$ kN

หาโมเมนต์ดัดในคาน $\Sigma M = 0$

$M_1 = 0$ kN•m

$M_2 = -4.50$ kN•m

$M_3 = -4.50$ kN•m

$M_4 = -25.50$ kN•m

$M_5 = -25.50$ kN•m

$M_6 = -45.75$ kN•m

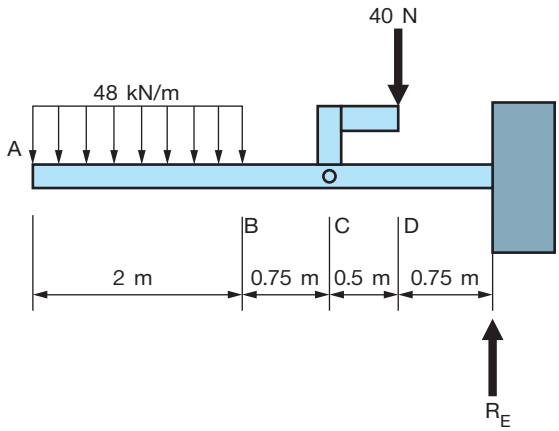
$M_7 = -45.75$ kN•m

$M_8 = -78.75$ kN•m

แรงเฉือนเกิดมากที่สุดบริเวณ AB $V_m = -110$ kN **ตอบ**

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด B $M_m = |M_E| = -78.75$ kN•m **ตอบ**

5. จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน



วิธีทำ

หาแรง R_A

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_y = -R_A + (10 \times 4) + 20 - R_D \qquad \longrightarrow (1)$$

ให้ A เป็นจุดหมุน (จุดหมุนเป็น 0)

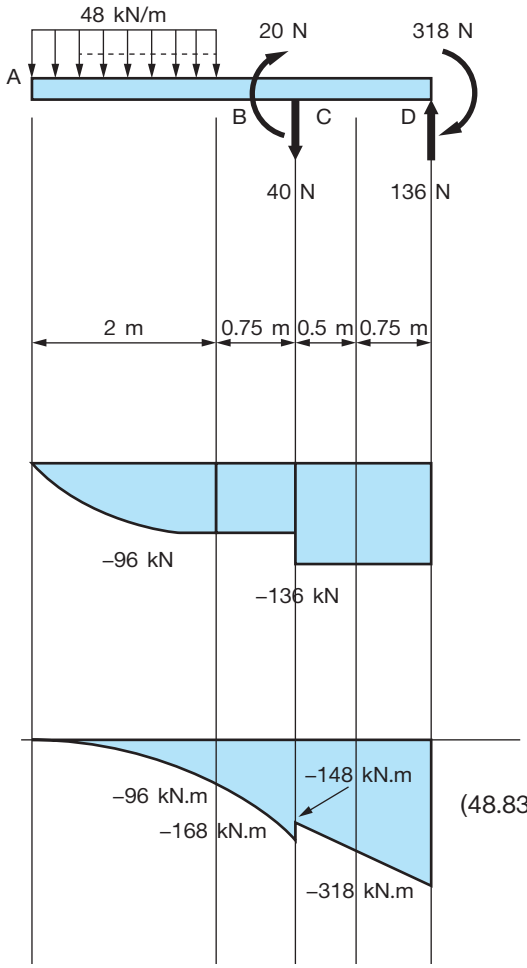
$$0 = -(48 \times 2) - (40 \times 2.75) + (R_D \times 4)$$

$$R_D = \frac{230}{8} = 28.75 \text{ kN}$$

แทนค่าใน (1)

$$\Sigma F_y = R_A + (10 \times 4) + 20 - 28.75$$

$$R_A = 31.25 \text{ kN} \uparrow$$



หาแรงเฉือนในคาน

$$\Sigma Fy = 0$$

$$-48x - V_1 = 0$$

$$V_1 = -48x \text{ kN}$$

$$-(48 \times 2) - V_2 = 0$$

$$V_2 = -96 \text{ kN}$$

$$-(48 \times 2) - (40) - V_3 = 0$$

$$V_3 = -136 \text{ kN}$$

หาโมเมนต์ดัดในคาน

$$\Sigma M = 0$$

$$M_1 = 0 \text{ kN•m}$$

$$-(48 \times 2) + M_2 = 0$$

$$M_2 = -96 \text{ kN•m}$$

$$(48.83) - \frac{1}{2}(8.75)(0.875) + M_3 = 0$$

$$M_3 = +45 \text{ kN•m}$$

$$(48.83) - \frac{1}{2}(8.75)(0.875) + (30) + M_4 = 0$$

$$M_4 = +75 \text{ kN•m}$$

$$M_5 = +75 \text{ kN•m}$$

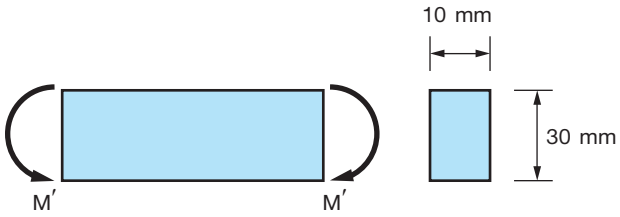
$$(48.83) - \frac{1}{2}(8.75)(0.875) + (30) - (28.75)(2) + M_6 = 0$$

$$M_6 = 0 \text{ kN•m}$$

แรงเฉือนเกิดมากที่สุดบริเวณ A $V_m = -136$ kN **ตอบ**

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด B $M_m = |M_B| = -318$ kN•m **ตอบ**

6. เหล็กทำคานมีค่าความเค้นคราก σ_y = 320 MPa เมื่อคานเหล็กขนาด 10 × 30 mm จงหาโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ในคาน



วิธีทำ

$$c = 15 \text{ mm} \Rightarrow c = 0.015 \text{ m}$$

$$I = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{12}(0.01)(0.03)^3$$

$$I = 2.25 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

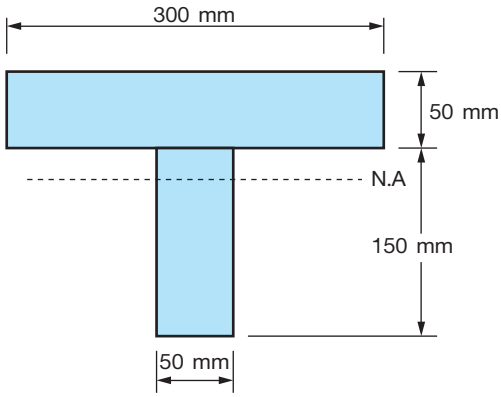
หาโมเมนต์ดัดในคาน

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} \Rightarrow M = \frac{I}{c}\sigma_m$$

$$M = -\frac{(225 \times 10^{-7})}{(0.015)}(320 \times 10^6)$$

$$= -480 \text{ N•m}$$ **ตอบ**

7. จงหาแนวแกนสะเทิน (Neutral Axis) ของเหล็กตัวที



วิธีทำ

แบ่งพื้นที่เป็นสี่เหลี่ยม 2 รูป

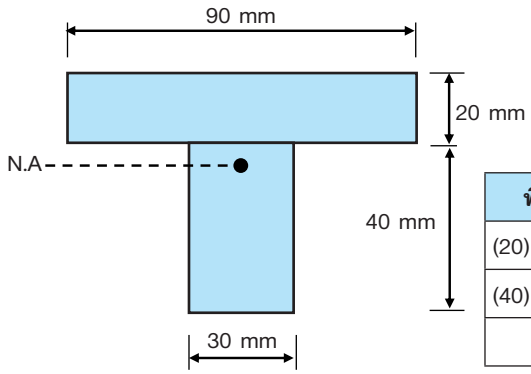
$$(A_1 + A_2)\bar{y} = A_1y_1 + A_2y_2$$

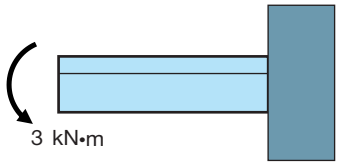
$$\bar{y} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{(A_1 + A_2)}$$

$$\bar{y} = \frac{(50 \times 150)(75) + (300 \times 50)(175)}{((50 \times 150) + (300 \times 50))}$$

$$= 141.66 \text{ mm}$$ **ตอบ**

8. คานเหล็กหล่อรับโมเมนต์ดัดที่ปลาย 3 kN•m จงหาความเค้นดึงและความเค้นอัดมากที่สุดที่หน้าตัดของคาน





พื้นที่ (mm^2)	$\bar{y}$ (mm)	$\bar{y}A(mm^2)$
(20)(90) = 1,800	50	(90×10^3)
(40)(30) = 1,200	20	(24×10^3)
ΣA = 3,000		$\Sigma\bar{y}A = 114 \times 10^3$

วิธีทำ

$$\bar{y} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{(A_1 + A_2)}$$

$$= \frac{(24 \times 10^3) + (90 \times 10^3)}{((40 \times 30) + (20 \times 90))}$$

$$= 38 \text{ mm}$$

$$I = I_{A_1} + I_{A_2}$$

$$I = \left(\frac{1}{12}(0.03)(0.04)^3 + (0.03 \times 0.04)(0.038 - 0.02)^2\right)$$

$$+ \left(\frac{1}{12}(0.09)(0.02)^3 + (0.09 \times 0.02)(0.05 - 0.038)^2\right)$$

$$I = 8.68 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

ความเค้นดึงมากที่สุด

$$(\sigma_t)_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{(3{,}000)(0.038)}{8.68 \times 10^{-7}}$$

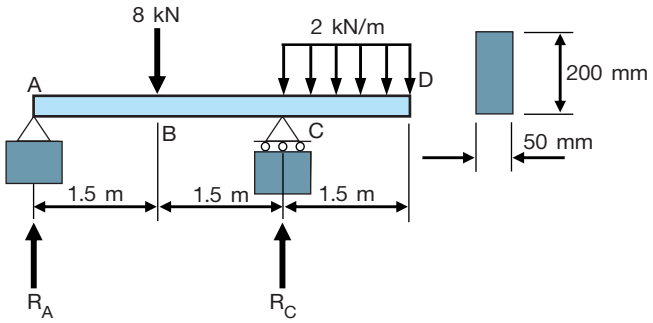
$$= 131.33 \text{ MN/m}^3$$ **ตอบ**

ความเค้นอัดมากที่สุด

$$(\sigma_c)_{max} = \frac{Mc}{I} = -\frac{(3{,}000)(0.038)}{8.68 \times 10^{-7}}$$

$$= -131.33 \text{ MN/m}^3$$ **ตอบ**

9. จงหาความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในคาน



วิธีทำ

หาแรง R_C

$\Sigma M = 0$ ให้ A เป็นจุดหมุน (จุดหมุนเป็น 0)

$$\Sigma M_A = -(8 \times 1.5) + R_C(3) - (2 \times 3.75)$$

$$R_C = 6.5 \text{ kN} \uparrow$$

แทนค่าหา R_A

$$\Sigma F_y = R_A - (8) + (6.5) - (3)$$

$$R_A = 4.5 \text{ kN} \uparrow$$

หาโมเมนต์ดัดในคาน $\Sigma M = 0$

$$M_A = 0 \text{ kN•m}$$

$$+(4.5 \times 1.5) + M_B = 0 \qquad M_B = 6.75 \text{ kN•m}$$

$$+(4.5 \times 3) - (8 \times 1.5) + M_C = 0 \qquad M_C = 1.5 \text{ kN•m}$$

$$M_D = 0 \text{ kN•m}$$

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด B $M_m = |M_B| = 6.75$ kN•m

$$c = 0.1 \text{ mm}$$

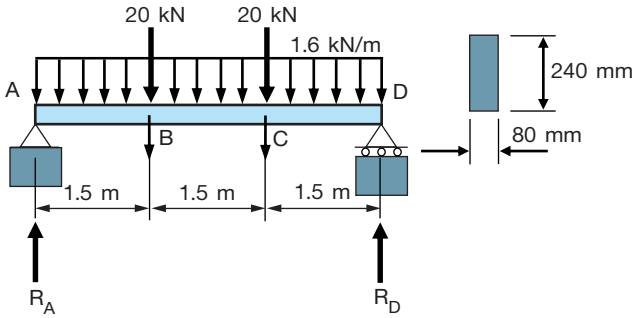
$$I = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{12}(0.05)(0.2)^3$$

$$= 3.33 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\sigma_{allow} = \frac{Mc}{I} = \frac{(6.75 \times 10^3)(0.1)}{(3.33 \times 10^{-5})}$$

$$= 20.25 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

10. จงหาความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในคาน



วิธีทำ

หาแรง R_D

$$\Sigma M = 0 \text{ ให้ A เป็นจุดหมุน (จุดหมุนเป็น 0)}$$

$$\Sigma M_A = -(20 \times 1.5) - (1.6 \times 4.5)2.25 - (20 \times 3) + R_D(4.5)$$

$$R_C = 23.6 \text{ kN} \uparrow$$

แทนค่าหา R_A

$$\Sigma F_y = R_A - (20) - (7.2) - (20) + (23.6)$$

$$R_A = 23.6 \text{ kN} \uparrow$$

หาโมเมนต์ดัดในคาน $\Sigma M = 0$

$$M_A = 0 \text{ kN•m}$$

$$+ (23.6 \times 1.5) + M_B = 0 \qquad M_B = 35.4 \text{ kN•m}$$

$$+ (23.6 \times 3) - (20 \times 1.5) - (7.2 \times 0.75) + M_C = 0 \qquad M_C = 35.4 \text{ kN•m}$$

$$M_D = 0 \text{ kN•m}$$

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด B $M_m = |M_B| = 35.4$ kN•m

$$c = 0.12 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{12}(0.08)(0.24)^3$$

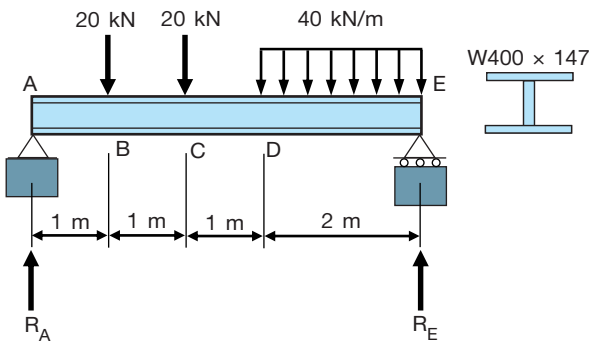
$$= 9.22 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\sigma_{allow} = \frac{Mc}{I} = \frac{(35.4 \times 10^3)(0.12)}{(9.22 \times 10^{-5})}$$

$$= 46.09 \text{ MN/m}^2$$

ตอบ

11. จงหาความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในคานหน้าตัดแบบปีกกว้าง ขนาด W400 × 147 หนา 20 mm



วิธีทำ

หาแรง R_E

$$\Sigma M = 0 \text{ ให้ A เป็นจุดหมุน (จุดหมุนเป็น 0)}$$

$$\Sigma M_A = -(20 \times 1) - (20 \times 2) - (40 \times 2)4 + R_E\,(5)$$

$$R_E = 76 \text{ kN} \uparrow$$

แทนค่าหา R_A

$$\Sigma F_y = R_A - (20) - (20) - (80) + (76)$$

$$R_A = 44 \text{ kN} \uparrow$$

หาโมเมนต์ดัดในคาน $\Sigma M = 0$

$$M_A = 0 \text{ kN•m}$$

$$+(44 \times 1) + M_B = 0 \qquad M_B = 44 \text{ kN•m}$$

$$+(44 \times 2) + (20 \times 1) - M_C = 0 \qquad M_C = 68 \text{ kN•m}$$

$$+(44 \times 3) - (20 \times 2) - (20 \times 1) - M_D = 0 \qquad M_D = 72 \text{ kN•m}$$

$$M_E = 0 \text{ kN•m}$$

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด B $M_m = |M_B| = 72$ kN•m

$$c = 0.0735 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1}{12} bh^3$$

$$= \frac{1}{12}(0.4)(0.147)^3 - \frac{1}{12}(0.4 - 0.02)(0.107)^3$$

$$= 6.709 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

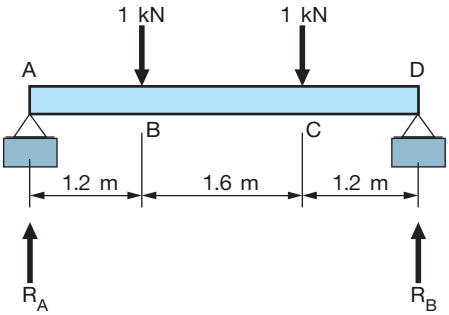
$$\sigma_{allow} = \frac{Mc}{I} = \frac{(72 \times 10^3)(0.0735)}{(6.709 \times 10^{-5})}$$

$$= 78.877 \text{ MN/m}^2$$

ตอบ

เฉลยแบบฝึกหัดทบทวน บทที่ 7

1. คาน ABCD รับแรงกระทำบนคานดังแสดงในรูป จงหาระยะการโก่งตัวของคานตรงกลางคาน และตรงที่แรงกระทำ เมื่อคานมีขนาดกว้าง 240 mm หนา 80 mm E = 14 GN/m^2



วิธีทำ

$$\Sigma M = 0 \text{ ให้ A เป็นจุดหมุน (จุดหมุนเป็น 0)}$$

$$\Sigma M_A = -(1 \times 1.2) - (1 \times 2.8) + R_B(4)$$

$$R_B = 1 \text{ kN} \uparrow \qquad R_A = 1 \text{ kN} \uparrow$$

$$M = R_A x - (x - 1.2) - (x - 2.8)$$

$$M = x - (x - 1.2) - (x - 2.8)$$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -P\frac{a}{L}x$$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -M$$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -x + (x - 1.2) + (x - 2.8)$$

$$EI\frac{dy}{dx} = \frac{-x^2}{2} + \frac{(x - 1.2)^2}{2} + \frac{(x - 2.8)^2}{2} + C_1 \longrightarrow (1)$$

$$Ely = \frac{-x^3}{6} + \frac{(x - 1.2)^3}{6} + (x - 2.8)^3$$

$$+ C_1x + C_2 \longrightarrow (2)$$

$x = 0$, $y = 0$, $C_2 = 0$ เมื่อ $x = 4$, $y = 0$ แทนค่าใน (1)

$$4C_1 = \frac{4^3}{6} + \frac{(4 - 1.2)^3}{6} + \frac{(4 - 2.8)^3}{6}$$

$$4C_1 = \frac{64 - 21.952 - 1.72}{6} = \frac{40.32}{6}$$

$$C_1 = \frac{6.72}{4} = 1.68$$

จาก (1) จะได้

$$EI\frac{dy}{dx} = \frac{-x^2}{2} + \frac{(x - 1.2)^2}{2} + C_1 \longrightarrow (3)$$

หาค่า x จาก (3) $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\frac{x^2}{2} - \frac{(x - 1.2)^2}{2} = 1.68$$

$$x^2 - x^2 + 2.4x - 1.44 = 1.68 \times 2$$

$$2.4x = (1.68 \times 2) + 1.44$$

$$x = \frac{4.8}{2.4} = 2 \text{ m}$$

นำ $x = 2$ แทนค่าใน (2) หาช่วง CD

$$Ely = \frac{-x^3}{6} + \frac{(x - 1.2)^3}{6} + C_1x \longrightarrow (4)$$

$$Ely = \frac{-2^3}{6} + \frac{(2 - 1.2)^3}{6} + (1.68 - 2)$$

$$Ely = -1.33 + 0.0853 + 3.36$$

$$= 2.1153 \text{ kN•m}^3 \longrightarrow (5)$$

หาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.24)(0.08)^3$$

$$= 1.024 \times 10^{-5}\ m^4$$

เมื่อ $E = 14\ GN/m^2$ แทนค่าใน (5)

เมื่อ $|y|_{max} = t_{\frac{A}{C}}$

$$|y|_{max} = \frac{2.1153 \times 10^3}{(14 \times 10^9)(1.024 \times 10^{-5})}$$

$$= 0.0147$$

การแอ่นตัวของคานตรงที่กลางของคาน = 14.7 mm **ตอบ**

จาก (4) เมื่อ $x = 2.8\ m$

$$Ely = \frac{-2.8^3}{6} + \frac{(2.8 - 1.2)^3}{6} + (1.68 - 2.8)$$

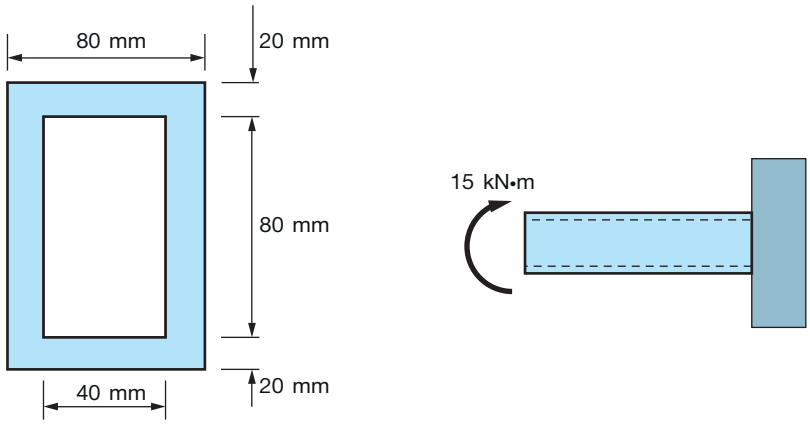
$$= -3.658 + 0.682 + 4.704 = 1.728\ kN{\bullet}m^3$$

เมื่อ $|y|_{max} = t_{\frac{A}{C}}$

$$|y|_{max} = \frac{1.728 \times 10^3}{(14 \times 10^9)(1.024 \times 10^{-5})} = 0.01205$$

การแอ่นตัวของคานตรงที่แรงกระทำ = 12.05 mm **ตอบ**

2. จงหาความเค้นดึงและความเค้นอัดมากที่สุดในหน้าตัดของคาน ดังแสดงในรูป



วิธีทำ

$$\bar{y} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{(A_1 + A_2)} = \frac{(24 \times 10^3) + (90 \times 10^3)}{((40 \times 30) + (20 \times 90))}$$

$$= 38 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.08)(0.12)^3 - \frac{1}{12}(0.04)(0.08)^3$$

$$= 9.81 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

ความเค้นดึงมากที่สุด

$$(\sigma_t)_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{(15{,}000)(0.02)}{9.81 \times 10^{-6}}$$

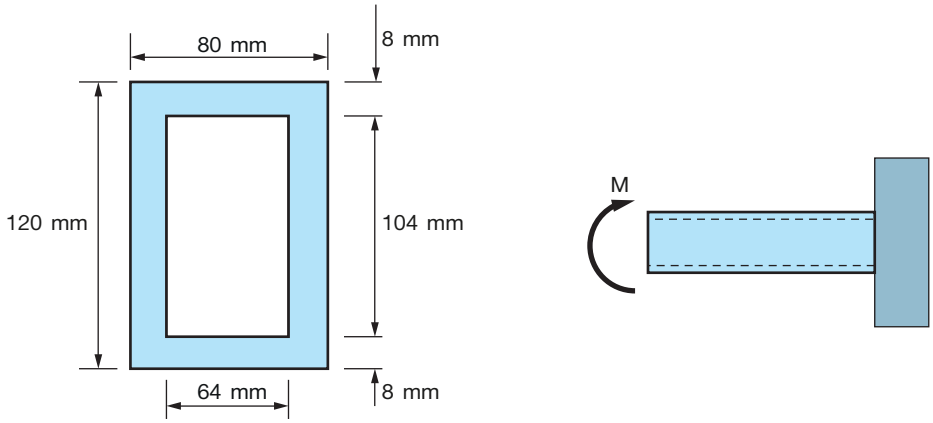
$$= 30.58 \text{ MN/m}^3$$ **ตอบ**

ความเค้นอัดมากที่สุด

$$(\sigma_t)_{max} = \frac{Mc}{I} = -\frac{(15{,}000)(0.02)}{9.81 \times 10^{-6}}$$

$$= -30.58 \text{ MN/m}^3$$ **ตอบ**

3. คานเหล็กแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้ากลวงมี σ_y = 250 MPa และ σ_u = 400 MPa E = 200 GPa กำหนดให้มีค่าความปลอดภัย 3.0 จงหาโมเมนต์ดัดสูงสุดที่เกิดขึ้นในคานและรัศมีการโก่งตัว



วิธีทำ

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.08)(0.12)^3 - \frac{1}{12}(0.064)(0.104)^3$$

$$= 5.52 \times 10^{-6}\ m^4$$

เมื่อค่าความปลอดภัย 3.0

$$\sigma_{allow} = \frac{\sigma_u}{FS} = \frac{(300 \times 10^6)}{3.00}$$

$$= 100\ MPa$$

ความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในคานต้องน้อยกว่า σ_y = 150 MPa

$$\sigma_{allow} = \frac{Mc}{I} \Rightarrow M = \frac{I}{c}\sigma_{allow}$$

$$= \frac{(5.52 \times 10^{-6})}{(0.06)}(100 \times 10^6)$$

$$= 9{,}200\ Nm$$

$$= 9.2\ kN{\bullet}m$$ **ตอบ**

รัศมีการแอ่นตัว ρ

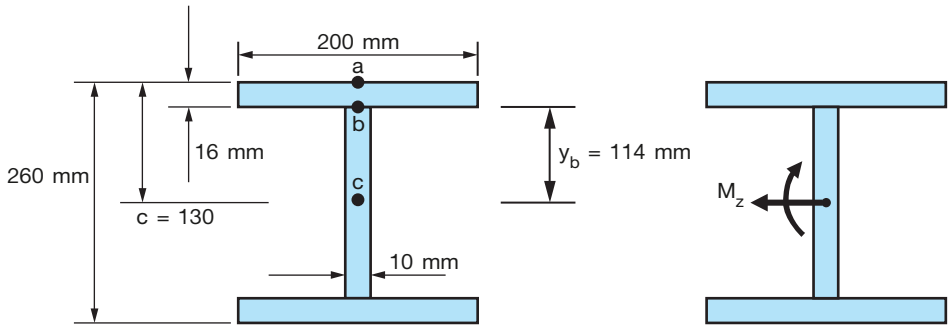
$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_{all}}{E} = \frac{9.2}{(70 \times 10^9)}$$

$$= 1{,}429\ \mu$$

$$\varepsilon_m = \frac{c}{\rho},\ \rho = \frac{c}{\varepsilon_m} = \frac{0.06}{1{,}429\ \mu}$$

$$= 42\ \text{m}$$ **ตอบ**

4. คานเหล็กหน้าตัดปีกกว้าง มี σ_y = 250 MPa และ σ_u = 400 MPa กำหนดให้มีค่าความปลอดภัย 2.5 จงหาโมเมนต์ดัดสูงสุดที่เกิดขึ้นในคาน



วิธีทำ

$$I = \frac{1}{12}bh^3$$

$$= \frac{1}{12}(0.2)(0.26)^3 - \frac{1}{12}(0.2 - 0.01)(0.228)^3$$

$$= 1.05 \times 10^{-4}\ \text{m}^4$$

เมื่อค่าความปลอดภัย 2.5

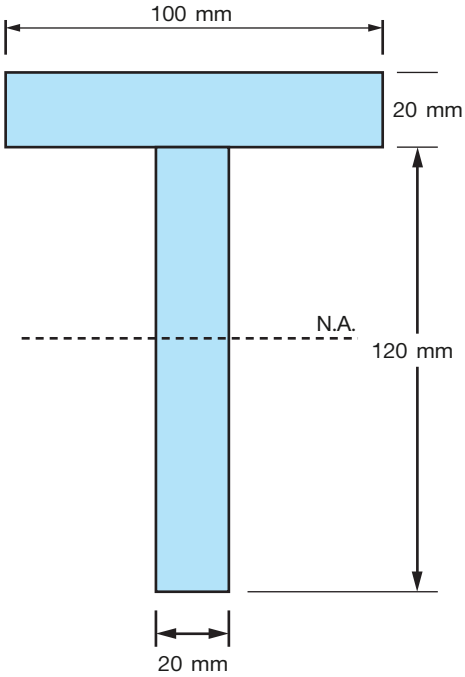
$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{FS} = \frac{(400 \times 10^6)}{25} = 160 \text{ MPa}$$

ความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในคานต้องน้อยกว่า σ_y = 250 MPa

$$M = \frac{I}{c}\sigma_{allow} = \frac{(1.05 \times 10^{-4})}{(0.13)}(160 \times 10^6)$$

$$= 184.62 \text{ kN•m}$$ **ตอบ**

5. คานตัวทีรับแรงเฉือน V = 40 kN จงหาความเค้นเฉือนสูงสุดบนหน้าตัดคาน หนา 20 mm



วิธีทำ

$$\bar{y} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{(A_1 + A_2)}$$

$$\bar{y} = \frac{(20 \times 120)(60) + (100 \times 20)(130)}{((20 \times 120) + (100 \times 20))}$$

$$= 91.82 \text{ mm}$$

$$I = I_{A_1} + I_{A_2}$$

$$I = \left(\frac{1}{12}(0.02)(0.12)^3 + (0.02 \times 0.12)(0.09182 - 0.060)^2\right)$$

$$+ \left(\frac{1}{12}(0.1)(0.02)^3 + (0.1 \times 0.02)(0.13 - 0.09182)^2\right)$$

$$I = 8.29 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$Q = A_1\bar{y}_1 - A_2\bar{y}_2$$

$$Q = (0.02)(0.12)(0.06) - (0.1)(0.02)(0.13)$$

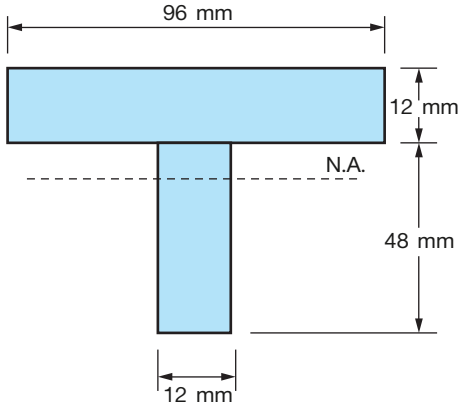
$$= 25 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\tau_{max} = \frac{|V|_{max}Q}{Ib}$$

$$= \frac{(40 \times 10^3)(25 \times 10^{-4})}{(8.29 \times 10^{-6})(0.02)}$$

$$= 60.31 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

6. คานรูปทรงจัตุรัสรูปทรงตัวทีรับแรงเฉือน V = 6 kN จงหาความเค้นเฉือนสูงสุดบนหน้าตัดคาน



วิธีทำ

$$\bar{y} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{(A_1 + A_2)}$$

$$\bar{y} = \frac{(12 \times 48)(24) + (96 \times 12)(54)}{((12 \times 48) + (96 \times 12))}$$

$$= 44 \text{ mm}$$

$$I = I_{A_1} + I_{A_2}$$

$$I = \left(\frac{1}{12}(0.012)(0.048)^3 + (0.012 \times 0.048)(0.044 - 0.024)^2\right)$$

$$+ \left(\frac{1}{12}(0.096)(0.012)^3 + (0.096 \times 0.012)(0.054 - 0.044)^2\right)$$

$$I = 4.7 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$Q = A_1\bar{y}_1 - A_2\bar{y}_2$$

$$Q = (0.012)(0.048)(0.024) - (0.096)(0.012)(0.054)$$

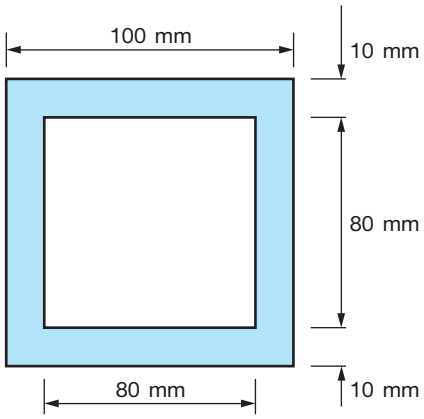
$$= 4.8 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\tau_{max} = \frac{|V|_{max} Q}{Ib}$$

$$= \frac{(6 \times 10^3)(4.8 \times 10^{-5})}{(4.7 \times 10^{-7})(0.012)}$$

$$= 51.06 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

7. จงหาค่าความเค้นเฉือนสูงสุดในคาน เมื่อคานรับแรงเฉือน V = 50 kN



วิธีทำ

หาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด

$$I = \frac{1}{12} bh^3$$

$$I = \frac{1}{12}(0.1)(0.1)^3 - \frac{1}{12}(0.08)(0.08)^3$$

$$= 4.92 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$Q = A_1\bar{y}_1 - A_2\bar{y}_2$$

$$Q = (0.1)(0.1)(0.05) - (0.08)(0.08)(0.04)$$

$$= 2.44 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

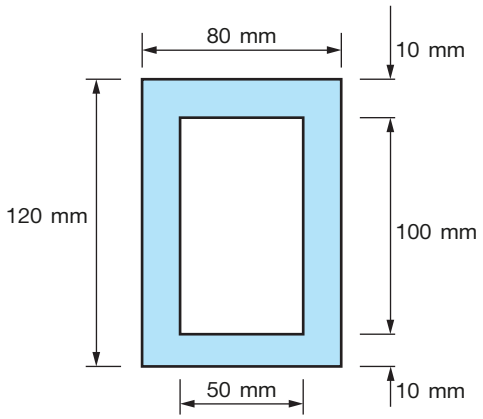
ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{NA} = \frac{VQ}{Ib}$$

$$= \frac{(50 \times 10^3)(2.44 \times 10^{-4})}{4(2.92 \times 10^{-6})(0.025)}$$

$$= 99.18 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

8. จงหาค่าความเค้นเฉือนสูงสุดในคาน เมื่อคานรับแรงเฉือน V = 50 kN



วิธีทำ

หาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด

$$I = \frac{1}{12} bh^3$$

$$I = \frac{1}{12}(0.08)(0.12)^3 - \frac{1}{12}(0.05)(0.01)^3$$

$$= 1.15 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$Q = A_1\bar{y}_1 - A_2\bar{y}_2$$

$$Q = (0.08)(0.12)(0.06) - (0.05)(0.1)(0.05)$$

$$= 3.26 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

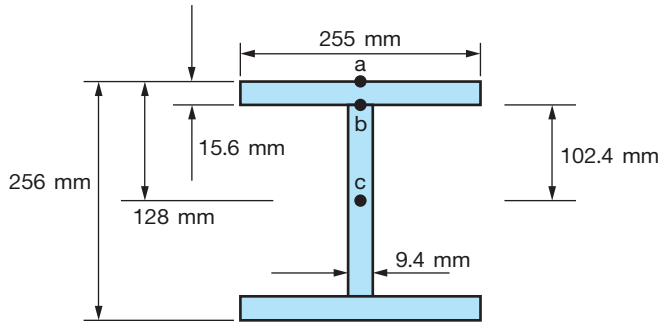
ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{NA} = \frac{VQ}{Ib}$$

$$= \frac{(50 \times 10^3)(3.26 \times 10^{-4})}{(1.15 \times 10^{-5})(0.01)}$$

$$= 141.74 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

9. คานเหล็กรับแรงเฉือน V = 200 kN จงหาความเค้นเฉือนเฉลี่ยในคาน และความเค้นเฉือนที่แนวแกนสะเทินของคาน



วิธีทำ

ในคานแบบ W shapes และ S shapes

$$\tau_{max} = \frac{|V|_{max}}{A_{web}}$$

$$= \frac{(200 \times 10^3)}{(0.3 \times 0.03)}$$

$$= 22.22 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

ความเค้นเฉือนที่แนวแกนสะเทิน

$$I = \frac{1}{12} bh^3$$

$$I = \frac{1}{12}(0.25)(0.3)^3 - \frac{1}{12}(0.25 - 0.03)(0.24)^3$$

$$= 3.09 \times 10^{-4}\ m^4$$

$$Q = A_1\bar{y}_1$$

$$Q = (0.3)(0.03)(0.15)$$

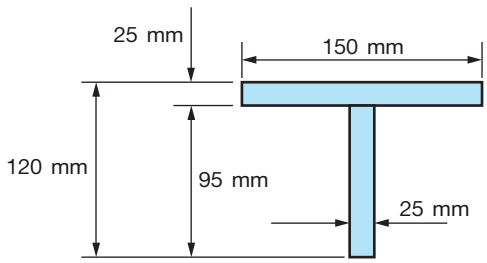
$$= 1.35 \times 10^{-3}$$

$$\tau_{NA} = \frac{VQ}{Ib}$$

$$= \frac{(200 \times 10^3)(1.35 \times 10^{-3})}{(3.09 \times 10^{-4})(0.03)}$$

$$= 29.12\ MPa$$ **ตอบ**

10. คานตัวทีรับแรงเฉือน V = 10 kN จงหาความเค้นเฉือนสูงสุดที่เกิดขึ้นในคาน



วิธีทำ

แบ่งพื้นที่เป็นสี่เหลี่ยม 2 รูปเพื่อหาแนวแกนสะเทิน

$$\bar{y} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{(A_1 + A_2)}$$

$$\bar{y} = \frac{(95 \times 25)(47.5) + (150 \times 2.5)(107.5)}{((95 \times 25) + (150 \times 25))}$$

$$= 84.23\ mm$$

หาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด

$$I = I_{A_1} + I_{A_2}$$

$$I = \left(\frac{1}{12}(0.025)(0.095)^3 + (0.025 \times 0.095)(0.08423 - 0.0475)^2\right)$$

$$+ \left(\frac{1}{12}(0.15)(0.025)^3 + (0.15 \times 0.025)(0.1075 - 0.08423)^2\right)$$

$$I = 5.05 \times 10^{-6}\ m^4$$

ที่แนวแกนสะเทิน Q จะมีค่ามากสุด

$$Q = A_1\bar{y}_1 - A_2\bar{y}_2$$

$$= (0.025)(0.095)(0.0475) - (0.15)(0.025)(0.1075)$$

$$= 2.9 \times 10^{-4}\ m^3$$

ความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นในคานที่แนวแกนสะเทิน

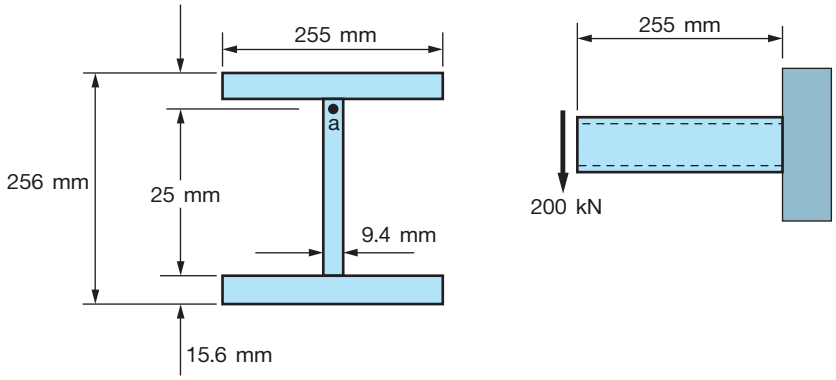
$$\tau_{NA} = \frac{VQ}{Ib}$$

$$= \frac{(10 \times 10^3)(2.9 \times 10^{-4})}{(5.05 \times 10^{-6})(0.025)}$$

$$= 22.97\ MN/m^2$$

ตอบ

11. คานเหล็กแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้ากลวงมี σ_y = 250 MPa และ σ_u = 400 MPa, E = 200 GPa กำหนดให้มีค่าความปลอดภัย 3.0 จงหาโมเมนต์ดัดสูงสุดที่เกิดขึ้นในคาน



วิธีทำ

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.255)(0.256)^3 - \frac{1}{12}(0.255 - 0.0094)(0.2248)^3$$

$$= 1.24 \times 10^{-4}\ m^4$$

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{FS} = \frac{(400 \times 10^6)}{3.00} = 133.33\ MPa$$

ความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในคานต้องน้อยกว่า σ_y = 250 MPa

หาโมเมนต์ดัดสูงสุด

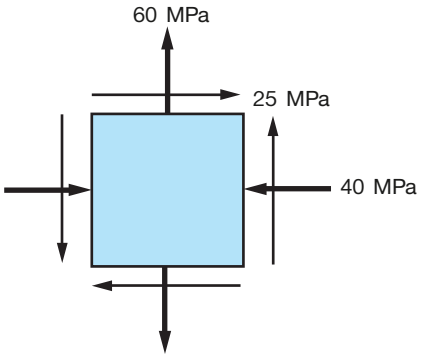
$$c = \frac{1}{12}(0.225) = 0.1125$$

$$M = \frac{I}{c}\sigma_{allow}$$

$$= \frac{(1.24 \times 10^{-4})}{(0.1125)}(133.33 \times 10^6) = 146.97 \times 10^3\ N{\bullet}m$$

$$= 146.97\ kN{\bullet}M$$ **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกหัดทบทวน บทที่ 8



1. จงคำนวณหา

(ก) มุมบิดที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไป

(ข) ความเค้นหลัก

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย

วิธีทำ

$$\sigma_x = -40 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = +60 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = +25 \text{ MPa}$$

(ก) หามุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปสำหรับความเค้นหลัก

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(+25)}{(-40) - 60} = -0.5$$

$$2\theta_p = -26.56^\circ, 153.44^\circ$$

$$\theta_p = -13.28^\circ, 76.72^\circ$$

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน x $\theta_p = -13.28^\circ$,

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน y $\theta_p = 76.72^\circ$ **ตอบ**

(ข) หาความเค้นหลักที่เกิดขึ้น

$$\sigma_{max,min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= 10 \pm \sqrt{(50)^2 + (25)^2}$$

$$\sigma_{max} = 65.90 \text{ MPa และ } \sigma_{min} = -45.90 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย

ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \sqrt{(50)^2 + (25)^2} = 55.90 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปเมื่อมีความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\theta_s = \theta_p - 45 = -58.28^\circ, 31.72^\circ$$

หาค่าความเค้นเฉลี่ย

$$\sigma' = \sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

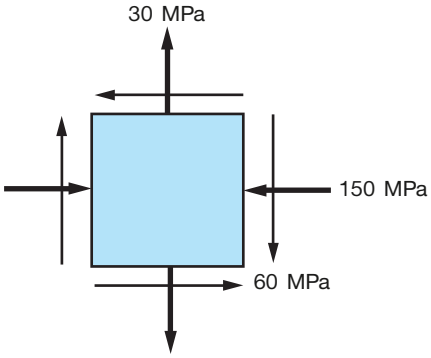
$$= \frac{(-40) + 60}{2} = 10 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

2. จงคำนวณหา

(ก) มุมบิดที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไป

(ข) ความเค้นหลัก

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย



วิธีทำ

$$\sigma_x = -150 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = +30 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -25 \text{ MPa}$$

(ก) หามุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปสำหรับความเค้นหลัก

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(-25)}{(-150) - 30} = 0.277$$

$$2\theta_p = 15.52^\circ, 195.52^\circ$$

$$\theta_p = 7.76^\circ, 97.76^\circ$$

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน x $\theta_p = 7.76^\circ$,

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน y $\theta_p = 97.76^\circ$ **ตอบ**

(ข) หาความเค้นหลักที่เกิดขึ้น

$$\sigma_{max,\ min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= -60 \pm \sqrt{(-90)^2 + (-25)^2}$$

$$\sigma_{max} = -153.41 \text{ MPa}, \ \sigma_{min} = 33.41 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย

ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \sqrt{(-90)^2 + (-25)^2} = 93.41 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปเมื่อมีความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\theta_s = \theta_p - 45 = -37.24^\circ, 52.76^\circ$$

หาค่าความเค้นเฉลี่ย

$$\sigma' = \sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

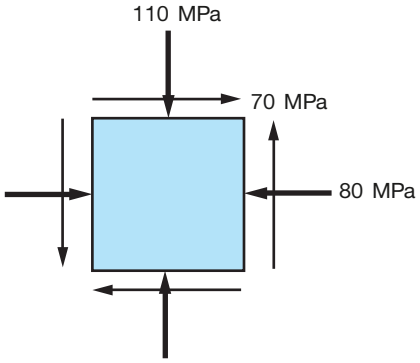
$$= \frac{(-150) + 30}{2} = -60 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

3. จงคำนวณหา

(ก) มุมบิดที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไป

(ข) ความเค้นหลัก

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย



วิธีทำ

$$\sigma_x = -80 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -110 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = +70 \text{ MPa}$$

(ก) หามุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปสำหรับความเค้นหลัก

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(+70)}{(-80) - (-110)} = 4.66$$

$$2\theta_p = 77.90^\circ, 257.90^\circ$$

$$\theta_p = 38.95^\circ, 128.95^\circ$$

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน x $\theta_p = 38.95^\circ$,

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน y $\theta_p = 128.95^\circ$ **ตอบ**

(ข) หาความเค้นหลักที่เกิดขึ้น

$$\sigma_{max,\ min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= 95 \pm \sqrt{(15)^2 + (70)^2}$$

$$\sigma_{max} = 166.59 \text{ MPa},\ \sigma_{min} = 23.41 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย

ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \sqrt{(15)^2 + (70)^2} = 71.59 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปเมื่อมีความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\theta_s = \theta_p - 45 = -6.05^\circ,\ 83.95^\circ$$

หาค่าความเค้นเฉลี่ย

$$\sigma' = \sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

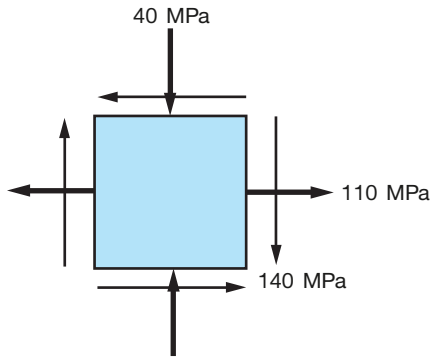
$$= \frac{(-80) + (-110)}{2} = 95 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

4. จงคำนวณหา

(ก) มุมบิดที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไป

(ข) ความเค้นหลัก

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย



วิธีทำ

$$\sigma_x = +110\text{MPa}$$

$$\sigma_y = -40\text{MPa}$$

$$\tau_{xy} = -\ 140\ \text{MPa}$$

(ก) หามุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปสำหรับความเค้นหลัก

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(-140)}{(110) - (-40)} = 1.86$$

$$2\theta_p = 61.82\,^\circ,\ 241.82\,^\circ$$

$$\theta_p = 30.91\,^\circ,\ 120.91\,^\circ$$

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน x $\theta_p = 30.91\,^\circ$,

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน y $\theta_p = 120.91\,^\circ$ **ตอบ**

(ข) หาความเค้นหลักที่เกิดขึ้น

$$\sigma_{max,\ min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= 35 \pm \sqrt{(75)^2 + (-140)^2}$$

$$\sigma_{max} = 193.82\ \text{MPa},\ \sigma_{min} = 123.82\ \text{MPa}$$ **ตอบ**

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย

ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \sqrt{(15)^2 + (70)^2}$$

$$= 158.82\ \text{MPa}$$ **ตอบ**

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปเมื่อมีความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\theta_s = \theta_p - 45 = -14.09^\circ, 75.91^\circ$$

หาค่าความเค้นเฉลี่ย

$$\sigma' = \sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

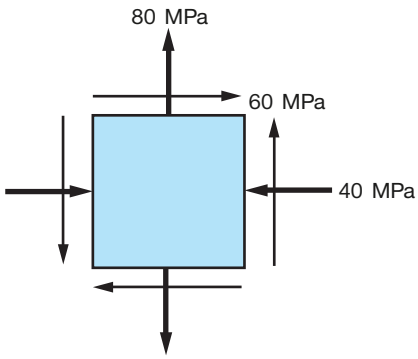
$$= \frac{(-80) + (-110)}{2} = 35 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

5. จากรูปอิลิเมนต์จงคำนวณโดยใช้วงกลมมอร์ เพื่อหา

(ก) ความเค้นหลัก

(ข) จงหามุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไป

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย



วิธีทำ

$$\sigma_x = -40 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = +80 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = +60 \text{ MPa}$$

คำนวณโดยใช้วงกลมมอร์

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

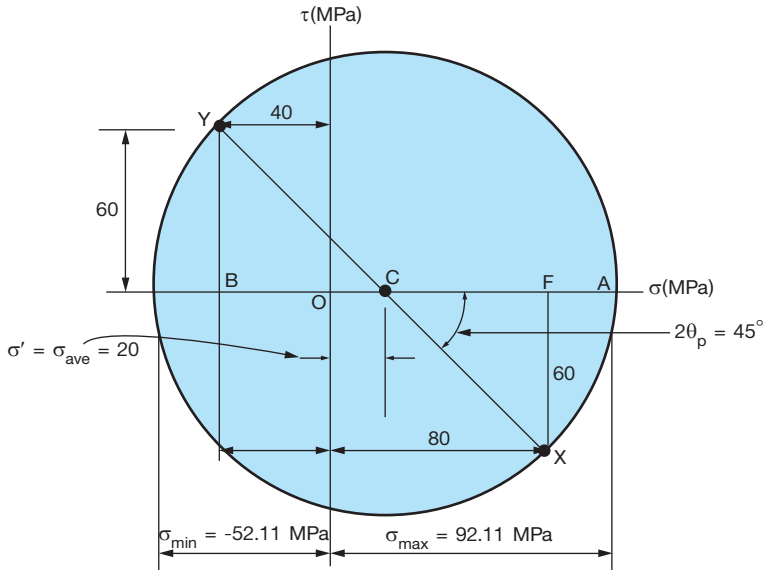
$$\sigma_{ave} = \frac{(-40) + (80)}{2} = 20 \text{ MPa}$$

$$CF = CA - OC$$

$$CF = 60 - 20 = 40 \text{ MPa}$$

$$Fx = 60 \text{ MPa}$$

$$R = CX = \sqrt{(40)^2 + (60)^2} = 72.11 \text{ MPa}$$



(ก) ความเค้นหลัก

$$\sigma_{max} = OA = OC + CA = 20 + 72.11$$

$$= 92.11 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

$$\sigma_{min} = OB = OC - BC = 20 - 72.11$$

$$= -52.11 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

(ข) หามุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไป

$$\tan 2\theta_p = \frac{FX}{CF} = \frac{60}{60} = 1$$

$$2\theta_p = 45^\circ$$

$$\theta_p = 22.5^\circ$$ **ตอบ**

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุด $\tau_{max} = 72.11$ MPa,

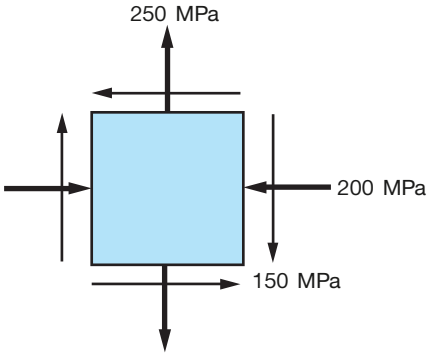
ค่าความเค้นเฉลี่ย $\sigma' = \sigma_{ave} = 20$ MPa **ตอบ**

6. จากรูปอิลิเมนต์จงคำนวณโดยใช้วงกลมมอร์ เพื่อคำนวณหา

(ก) ความเค้นหลัก

(ข) จงหามุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไป

(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุดและค่าความเค้นเฉลี่ย



วิธีทำ

$$\sigma_x = -200 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = +250 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -150 \text{ MPa}$$

คำนวณโดยใช้วงกลมมอร์

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

$$\sigma_{ave} = \frac{(-200) + (250)}{2} = 25 \text{ MPa}$$

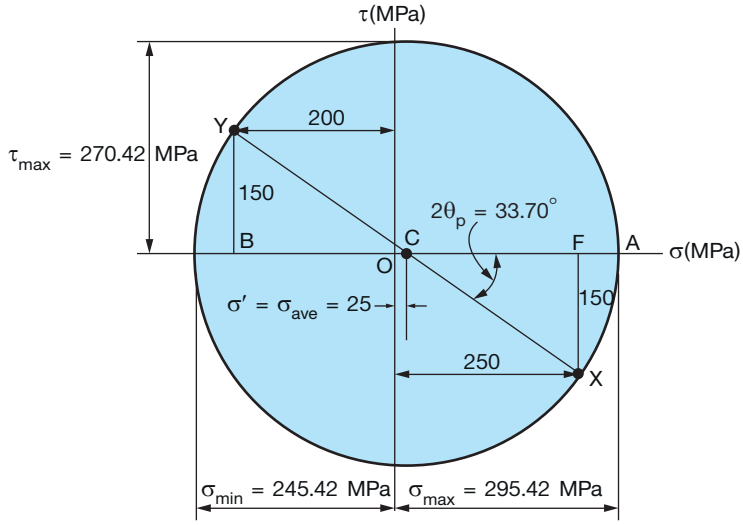
$$CF = CA - OC$$

$$CF = 250 - 25 = 225 \text{ MPa}$$

$$FX = 150 \text{ MPa}$$

$$R = CX = \sqrt{(225)^2 + (150)^2}$$

$$R = 270.42 \text{ MPa}$$



(ก) ความเค้นหลัก

$$\sigma_{max} = OA = OC + CA = 25 + 270.42$$

$$= 295.42 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

$$\sigma_{min} = OB = OC - BC = 25 - 270.42$$

$$= 245.42 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

(ข) หามุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไป

$$\tan 2\theta_p = \frac{FX}{CF} = \frac{150}{225} = 0.666$$

$$2\theta_p = 33.70^\circ$$

$$\theta_p = 16.85^\circ$$ **ตอบ**

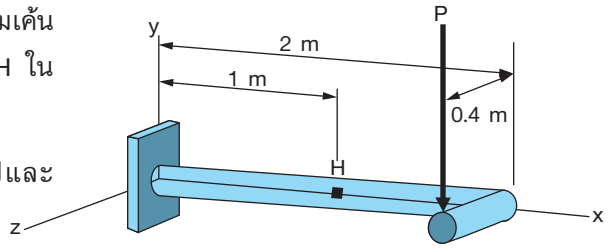
(ค) ความเค้นเฉือนสูงสุด $\tau_{max} = 270.42$ MPa **ตอบ**

ค่าความเค้นเฉลี่ย $\sigma' = \sigma_{ave} = 25$ MPa **ตอบ**

7. ข้องอเหล็กถูกยึดติดกับพื้นรับแรงที่จุด D ค่า P = 500 N ช่วง AB เหล็กขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 36 mm

(ก) จงหาความเค้นหลัก และความเค้นเฉือนสูงสุดบนอิลิเมนต์ที่จุด H ในแนวด้านข้าง (x, y)

(ข) มุมบิดที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปและความเค้นหลักที่จุด H

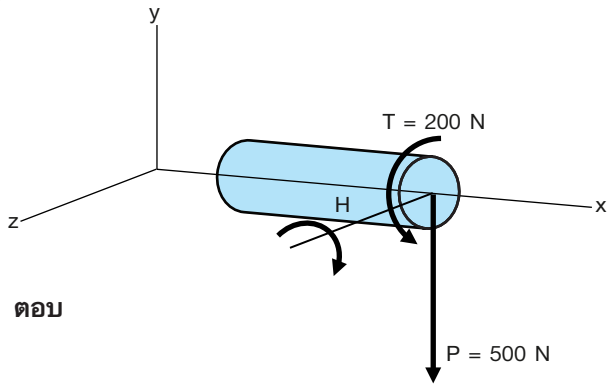


วิธีทำ

$$P = 500 \text{ N}$$

$$T = (500)(0.4) = 200 \text{ N•m}$$

$$M_x = (500)(1) = 500 \text{ N•m}$$



(ก) ความเค้นหลักที่เกิดขึ้น

$$\sigma_x = +\frac{Mc}{I}$$

$$= \frac{(500)(0.018)}{\frac{1}{2}\pi(0.018)^4}$$

$$= 54.60 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{xy} = +\frac{Tc}{J}$$

$$= +\frac{(200)(0.018)}{\frac{1}{2}\pi(0.018)^4}$$

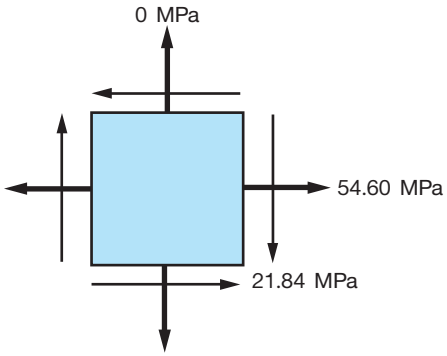
$$= 21.84 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

(ข) มุมบิดที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปและความเค้นหลักที่จุด H

$$\sigma_x = +54.6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 0 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -21.8 \text{ MPa}$$



$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$= \frac{2(-21.8)}{(54) - (0)}$$

$$= 0.807$$

$$2\theta_p = 38.92^\circ, 218.92^\circ$$

$$\theta_p = 19.46^\circ, 109.46^\circ$$

มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน x $\theta_p = 19.46^\circ$ **ตอบ**

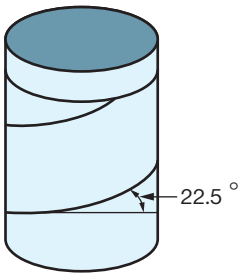
มุมที่อิลิเมนต์บิดเบี้ยวไปแนวแกน Y $\theta_p = 109.46^\circ$ **ตอบ**

$$\sigma_{max,\ min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= 27.3 \pm \sqrt{(27.2)^2}$$

$$\sigma_{max} = 54.5 \text{ MPa}, \quad \sigma_{min} = 0.1 \text{ MPa}$$ **ตอบ**

8. ท่อเหล็กขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 300 mm ทำจากเหล็กแผ่นหนา 6 mm ทำการเชื่อมต่อทำมุม 22.5 ° จากพื้นระนาบ มีแรงกระทำในแนวแกน P = 180 N ส่วนแรงบิด T = 9 kN•m จงหาความเค้นหลัก และความเค้นเฉือนสูงสุดบนอิลิเมนต์ที่รอยเชื่อม ดังแสดงในรูป



วิธีทำ

ความเค้นหลักที่เกิดขึ้น

ความเค้นในแนวเส้นรอบวงของถังทรงกระบอก

$$\sigma_1 = \frac{pt}{t} = \frac{(180 \times 10^3)(0.15)}{(0.006)}$$

$$= 4.5 \text{ MN/m}^2$$

ความเค้นตามแนวยาวของถังทรงกระบอก

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma_1 = \frac{1}{2}(4.5 \times 10^6)$$

$$= 2.25 \text{ MN/m}^2$$

ความเค้นเฉือนสูงสุด

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sigma = \frac{1}{2}(4.5 \times 10^6)$$

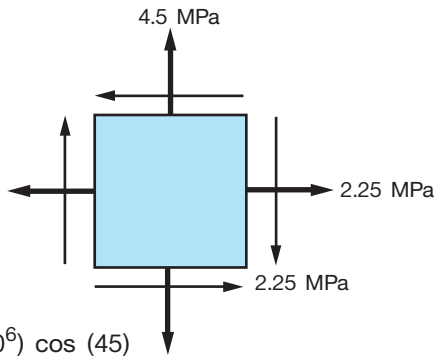
$$= 2.25 \text{ MN/m}^2$$

ความเค้นและความเค้นเฉือนที่เกินที่รอยเชื่อม

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

$$= \frac{(4.5 \times 10^6) + (2.25 \times 10^6)}{2}$$

$$= 3.375 \text{ MPa}$$



$$R = 4.5 - 3.375 = 1.125$$

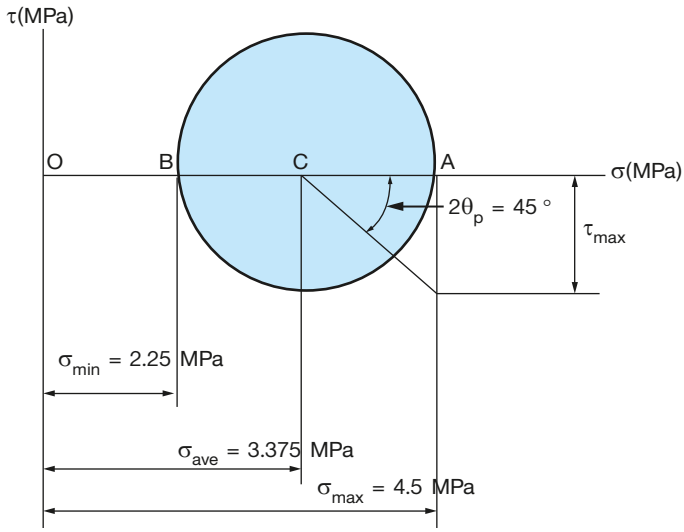
$$\sigma_w = \sigma_{ave} - R\cos 2\theta$$

$$= (3.375 \times 10^6) - (1.125 \times 10^6)\cos(45)$$

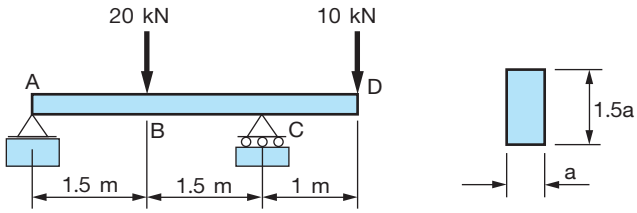
$$\sigma_w = +2.58 \text{ MN/m}^2$$ **ตอบ**

$$\tau_w = R\sin 2\theta = (1.125 \times 10^6)\sin(45)$$

$$= 0.795\ \text{MN/m}^2$$ **ตอบ**



9. จงออกแบบโดยหาความกว้างน้อยที่สุดของคานที่จะรับแรง 10 kN และ 20 kN เมื่อเหล็กที่ใช้ทำคานมีความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ σ_{all} = 10 MPa และความเค้นเฉือนในคาน τ_{all} = 0.8 MPa



วิธีทำ

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{(1 \times 10^4)(0.75a)}{\dfrac{a \times (1.5a)^3}{12}}$$

$$= \frac{26{,}667}{a^3}$$

$$\sigma_{allow} = 10 \times 10^6 = \frac{26{,}667}{a^3}$$

$$a = 0.139 \text{ m}$$

$$\tau_{max} = \frac{|V|_{max}\, Q}{It} = \frac{1.5\ |V|_{max}}{A} = 1.5\ \frac{13{,}333}{1.5a^2}$$

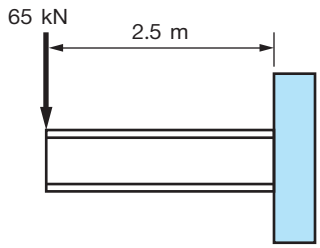
$$= \frac{13{,}333}{a^2}$$

$$\tau_{max} = 0.8 \times 10^6 = \frac{13{,}333}{a^2}$$

$$a = 0.129 \text{ m}$$

ให้ใช้ค่า $a = 0.139$ m ซึ่งเป็นค่าที่มากสุด **ตอบ**

10. จงคำนวณหาความเค้นที่เกิดขึ้นเพื่อออกแบบคานหน้าตัดปีกกว้างว่าสามารถใช้งานได้หรือไม่ เมื่อเหล็กที่ใช้ทำคานมีความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ σ_{all} = 170 MPa และความเค้นเฉือนในคาน τ_{all} = 100 MPa



วิธีทำ

ความเค้นเฉือนและโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในคาน

$$|V|_{max} = |V| = 65 \text{ kN}$$

$$|M|_{max} = (65 \text{ kN})(2.5 \text{ m}) = 162.5 \text{ kN•m}$$

โมดูลัสหน้าตัดที่ที่ยอมให้เกิดขึ้นได้

$$S_{min} = \frac{|M|_{max}}{\sigma_{all}} = \frac{162.5 \text{ kN•m}}{170 \text{ MPa}}$$

$$= 955.9 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$= 956 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

นำค่า $S_{min} = 956 \times 10^3$ mm^3 คานหน้าตัดแบบปีกกว้างเปิดตารางจากบรรณานุกรมจะได้

W530 × 66	W460 × 74
W410 × 60	W360 × 64
W310 × 74	W250 × 80

เลือก W410 × 60 เพราะน้ำหนักของคานเองต่อเมตรน้อยที่สุด 60 kg/m

หาแรงที่เกิดจากน้ำหนักคาน (0.584 kN/m)(2.5) = 1.46 kN ซึ่งน้อยมาก จึงไม่นำมาคิด

ความเค้นแรงเฉือนในคานตัว S และตัว W

$$\tau_{max} = \frac{|V|_{max}}{A_{web}} = \frac{65 \text{ kN}}{3.134 \times 10^{-3} \text{ m}^2}$$

$$= 20.7 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max} < \tau_{all}$$

หาความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นเมื่อคานมีความหนา 12.8 mm

$$y = \frac{1}{2}(407 \text{ mm}) - (12.8 \text{ mm}) = 190.7 \text{ mm}$$

เปิดตารางจะได้ $I = 216 \times 10^6 \text{ mm}^4$

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I}$$

$$= \frac{(162.5 \text{ kN•m})(190.7 \times 10^{-3} \text{ m})}{216 \times 10^{-6} \text{ m}^4}$$

$$= 143.5 \text{ MPa}$$

สามารถใช้งานได้ ความเค้นที่เกิดขึ้นในคานมีค่าน้อยกว่าค่าความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ 143.5 MPa < 170 MPa **ตอบ**

11. ต้องการหาขนาดเพลาที่ใช้วัสดุเหล็กกล้าไร้สนิมเพื่อใช้เป็นแกนเพลาส่งกำลังจากมอร์เตอร์ 100 hp ที่มีความเร็วรอบ 3,000 rpm ความเค้นเฉือนของวัสดุที่จะนำมาใช้ไม่เกิน 150 MPa

วิธีทำ

มอเตอร์ขนาด 100 แรงม้า สามารถหากำลังได้ 2 วิธีซึ่งทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าใกล้เคียงกัน

หาค่ากำลังไฟฟ้า $P = 100(746) = 74{,}600$ วัตต์

หรือวิธีคิดอีกวิธีหนึ่ง $P = 100(550)(0.3048)(4.459) = 74{,}751$ วัตต์

หาค่าความถี่ในการหมุนใน 1 วินาทีของมอเตอร์

$$f = (3{,}000)\frac{1 \text{ Hz}}{60} = 50 \text{ Hz}$$

หาโมเมนต์บิด $T = \dfrac{P}{2\pi f} = \dfrac{74{,}751}{2\pi\,(50 \text{ Hz})} = 238.06 \text{ N•m}$

จากสมการ $\frac{1}{2}\pi c^3 = \dfrac{T}{\tau_{max}}$ แทนค่าหาขนาดเพลา $c^3 = \dfrac{2T}{\pi\tau_{max}}$

$$c^3 = \frac{2T}{\pi\tau_{max}} = \frac{2(238.06)}{\pi\,(150 \times 10^6)}$$

$$= 1.587 \times 10^{-6}$$

$$c = \sqrt[3]{1.587 \times 10^{-6}} = 0.01166 \text{ m} = 11.66 \text{ mm}$$

$d = 23.32$ mm **ตอบ**

12. เหล็กเพลาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางนอก 2 in (นิ้ว) ใช้เป็นเพลาส่งกำลังจากมอเตอร์ 250 hp ที่มีความเร็วรอบ 5,600 rpm ความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นมีค่าเท่าใด

วิธีทำ

หาค่ากำลังไฟฟ้า $P = 250(746) = 186{,}500$ วัตต์

หาค่าความถี่ในการหมุนใน 1 วินาทีของมอเตอร์

$$f = (5{,}600)\frac{1\ \text{Hz}}{60} = 93.33\ \text{Hz}$$

หาโมเมนต์บิด

$$T = \frac{P}{2\pi f} = \frac{186{,}500}{2\pi\ (93.33\ \text{Hz})}$$

$$= 318.19\ \text{N}\bullet\text{m}$$

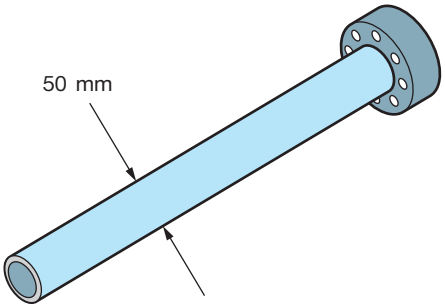
$$\frac{1}{2}\pi c^3 = \frac{T}{\tau_{max}} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{2T}{\pi c^3}$$

$$\tau_{max} = \frac{2(318.19)}{\pi(0.0254^3)}$$

$$= 12.367\ \text{MN/m}^2$$

ตอบ

13. ท่อเหล็กใช้ส่งกำลังขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางนอก 50 mm จงพิจารณาหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางในของท่อเพื่อจะรู้ว่าควรใช้ความหนาเท่าใด เมื่อใช้ส่งกำลัง 100 kW เมื่อความเค้นแรงเฉือนไม่ยอมเกิน 60 MPa ที่มีความเร็วรอบ 1,650 rpm



วิธีทำ

$$T = \frac{60P}{2\pi n} \text{ และ } T = \frac{J\tau_{max}}{c}$$

$$\frac{60P}{2\pi n} = \frac{J\tau_{max}}{c}$$

$$\frac{60(1{,}000 \times 10^3)}{2\pi(1{,}650)} = \frac{\left(\frac{1}{2}\pi(0.05^4 - c_1^4)\right)(60 \times 10^6)}{0.05}$$

$$5{,}800 = \frac{\left(\frac{1}{2}\pi(0.05^4 - c_1^4)\right)(60 \times 10^6)}{0.05}$$

$$\left(\frac{1}{2}\pi(0.05^4 - c_1^4)\right) = \frac{(5{,}800)(0.05)}{(60 \times 10^6)}$$

$$(6.25 \times 10^{-6}) - \left(c_1^4\right) = \frac{2(4.830 \times 10^{-6})}{\pi}$$

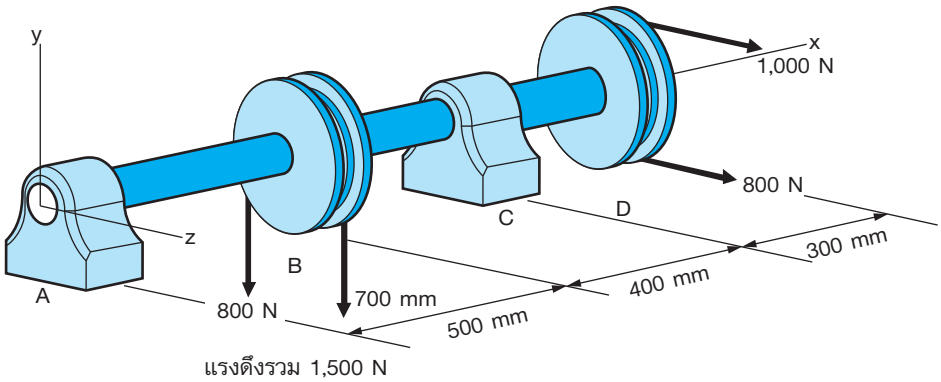
$$\left(c_1^4\right) = (6.25 \times 10^{-6}) - (3.070 \times 10^{-6})$$

$$c = \sqrt[4]{(3.18 \times 10^{-6})}$$

$$c = 0.0422 \text{ m}$$

ดังนั้น c = 42.2 mm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง d = 84.4 mm **ตอบ**

14. จงหาเส้นผ่านศูนย์กลางของเพลาเหล็กเหนียวที่ใช้ในการส่งกำลัง ดังแสดงในรูป ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางพูลเลย์ 203 mm เมื่อเหล็กมีความเค้นเฉือนที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ τ_{allow} = 60 MPa



วิธีทำ เขียนแผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในแนวแกน (x, y)

ให้จุด A เป็นจุดหมุน

$$\Sigma_A = 0$$

$$0 = -(1{,}500 \times 0.5) + (R_C \times 0.9)$$

$$0.9R_C = 750$$

$$R_C = \frac{750}{0.9}$$

$$R_C = 833.33 \text{ N} \uparrow$$

แทนค่า

$$\Sigma F_y = R_A - 1{,}500\text{N} + 833.33 \text{ N}$$

$$R_A = 666.67 \text{ N} \uparrow$$

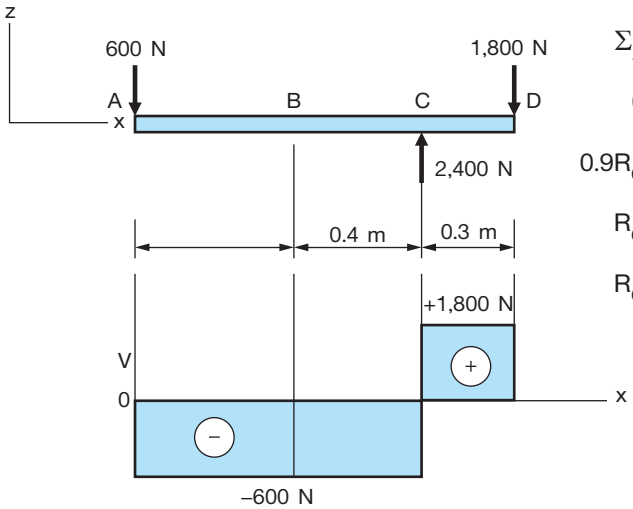
$$M_A = 0$$

$$M_B = 666.67 \times 0.5 = 333.34 \text{ N•m}$$

$$M_C = 0$$

เขียนแผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในแนวแกน (x, y)

ให้จุด A เป็นจุดหมุน



$$\Sigma_A = 0$$

$$0 = (R_C \times 0.9) - (1{,}800 \times 1.2)$$

$$0.9R_C = 2{,}160$$

$$R_C = \frac{2{,}160}{0.9}$$

$$R_C = 2{,}400 \text{ N} \uparrow$$

แทนค่า

$$\Sigma F_z = R_A + 2{,}400\ N - 1{,}800\ N$$

$$R_A = 600\ N \downarrow$$

$$M_A = 0$$

$$M_B = 600 \times 0.5 = 300\ N{\bullet}m$$

$$M_C = 600 \times 0.9 = 540\ N{\bullet}m$$

$$M_D = 0$$

โมเมนต์บิดในคานที่เกิดขึ้นที่พูลเลย์ตรง

จุด B $\quad T_{max} = (800 - 700) \times 0.203 = 20.3\ N{\bullet}m$

และ C $\quad T_{max} = (1{,}000 - 800) \times (0.203) = 40.6\ N{\bullet}m$

แรงเฉือนเกิดมากที่สุดบริเวณ CD $\quad V_m = -833.33\ N$

พิจาณาที่จุด B เมื่อมีโมเมนต์ดัดเกิดขึ้นใน 2 แกน

$$M^2 = M_{xy}^2 + M_{xz}^2$$

$$M = \sqrt{M_{xy}^2 + M_{xz}^2} = \sqrt{333.34^2 + 300^2}$$

$$= 448.45\ N{\bullet}m$$

โมเมนต์ดัดรวมที่เกิดขึ้นที่จุด B รวมแล้วยังมีค่าน้อยกว่า โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นที่จุด C ดังนั้น จุด C มีค่าโมเมนต์ดัดมากที่สุด

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด C $\quad M_m = |M_C| = 540\ N{\bullet}m$

$$c = \left(\frac{2}{\pi\tau_{max}}\left(\sqrt{M^2 + T^2}\right)\right)^{\frac{1}{3}}$$

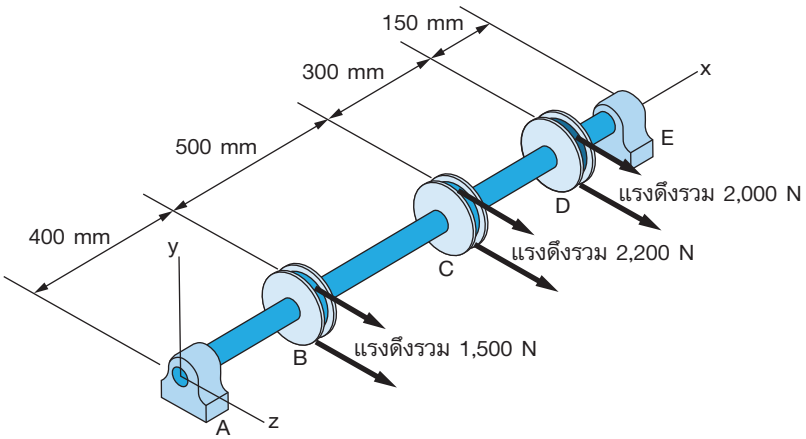
$$= \left(\frac{2}{\pi\,(60 \times 10^6)}\sqrt{540^2 + 40.6^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 0.0286\ m$$

เมื่อ d = 2r $\qquad$ d = 28.6 m ดังนั้นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง

d = 57.2 mm **ตอบ**

15. จงออกแบบเพลาควรมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่าใด เมื่อการทำงานของเพลามีตลับลูกปืนรองรับที่หัวท้ายส่งกำลังด้วยสายพานไปยังระบบทำงานต่างๆ ดังแสดงในรูป โมเมนต์บิดในคานที่เกิดขึ้นที่พูลเลย์มากสุด 50 N•m เมื่อเหล็กมีความเค้นเฉือนที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ τ_{allow} = 60 MPa



วิธีทำ เขียนแผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ในแนวแกน (x, z) แกนเดียว

ให้จุด A เป็นจุดหมุน $\qquad \Sigma_A = 0$

$$0 = -(1{,}500 \times 0.4) - (2{,}200 \times 0.9) - (2{,}000 \times 12) + (R_E \times 1.35)$$

$$1.35\ R_E = 4{,}980$$

$$R_C = \frac{4{,}980}{1.35}$$

$$= 3{,}688.88\ \text{N} \downarrow$$

แทนค่าใน (1)

$$\Sigma F_y = R_A - 1{,}500 - 2{,}200 - 2{,}000 + 3{,}688.88$$

$$R_A = 2011.12 \text{ N} \uparrow$$

$$M_A = 0$$

$$M_B = (368.88 \times 0.4) = 147.55 \text{ N•m}$$

$$M_C = (368.88 \times 0.9) + (1{,}500 \times 0.5) = 1{,}082 \text{ N•m}$$

$$M_D = (368.88 \times 1.2) + (1{,}500 \times 0.8)$$

$$= 2{,}200 \times 0.3 = 2{,}302.66 \text{ N•m}$$

$$M_E = 0$$

โมเมนต์บิดในคานที่เกิดขึ้นที่พูลเลย์มากสุด 50 N•m

แรงเฉือนเกิดมากที่สุดบริเวณ AB $V_m = 2{,}011.12$ N

โมเมนต์ดัดในคานเกิดมากที่สุดที่จุด D $M_m = |M_D| = 2{,}302.66$ N.m

$$c = \left(\frac{2}{\pi\tau_{max}}\left(\sqrt{M^2 + T^2}\right)\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{2}{\pi\,(60 \times 10^6)}\sqrt{2{,}302.66^2 + 50^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$c = 0.029 \text{ m}$$

เมื่อ $d = 2r$ $\quad d = 0.058 \text{ m} \Rightarrow d = 58 \text{ mm}$ **ตอบ**