แผนการจัดการเรียนรู้

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง

รหัสวิชา 3100 - 0301 ท–ป–น 3-0-3

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2557

จัดทำโดย

ครู.....

วิทยาลัย.....

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

รายการตรวจสอบและอนุญาตให้ใช้

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง

☐ ควรอนุญาตให้ใช้การสอนได้

☐ ควรปรับปรุงเกี่ยวกับ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

หัวหน้าแผนกวิชา

...../...../.....

☐ เห็นควรอนุญาตให้ใช้การสอนได้

☐ ควรปรับปรุงดังเสนอ

☐ อื่น ๆ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

...../...../.....

☐ อนุญาตให้ใช้การสอนได้

☐ อื่น ๆ

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้อำนวยการ

...../...../.....

คำนำ

แผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอนในรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (ท-ป-น) 3-0-3 รหัสวิชา 3100 – 0301 หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2557 ของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา ผู้จัดทำได้ใช้กระบวนการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้ การแก้ปัญหา การจัดกระบวนการ รวมทั้งการประเมินตามสภาพจริง ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการเรียนรู้ ที่สามารถนำความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตประจำวันและการทำงาน นอกจากนี้ในแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ยังมีการสอดแทรกความรู้ควบคู่คุณธรรม โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์เช่น ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ความซื่อสัตย์สุจริต การมีส่วนร่วมในชั้นเรียน ความสามัคคีและความเป็นประชาธิปไตย ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้จะมีประโยชน์ต่อนักเรียนนักศึกษา อย่างสูงสุดในการเรียนรู้วิชากลศาสตร์วิศวกรรม

ลงชื่อ.....

(.....)

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	ค
สารบัญ	ง
ลักษณะรายวิชา	จ
วิเคราะห์หัวข้อเรื่อง	ฉ
รายละเอียดหัวข้อเรื่อง	ช
รายละเอียดจุดประสงค์การปฏิบัติ	ญ
กำหนดการเรียนรู้	ฎ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	14
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	31
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	47
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	67
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	92
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	108
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	119
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9	149

	ลักษณะรายวิชา
	รหัสวิชา 3100 – 0301 **ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง** **ท-ป-น 3-0-3**
	หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ประเภทวิชาอุตสาหกรรม

จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

1. เข้าใจวิธีการหาแรงในโครงสร้าง
2. สามารถคำนวณแรงปฏิกิริยา แรงเฉือน โมเมนต์ดัด เส้นอิทธิพล การโก่งตัวของคาน แรงในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน และคานต่อเนื่อง
3. มีกิจนิสัยในการทำงานที่ดี สนใจใฝ่รู้ ทำงานด้วยความรอบคอบ และมีความรับผิดชอบ

สมรรถนะรายวิชา

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับหลักการวิเคราะห์แรงภายในโครงสร้าง
2. คำนวณแรงปฏิกิริยาและแรงภายในโครงสร้าง
3. เขียนเส้นอิทธิพลในคานและโครงข้อหมุน
4. คำนวณค่าการโก่งตัวของคาน

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นที่เกี่ยวกับโครงสร้าง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัด แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน เส้นอิทธิพลในคานและโครงข้อหมุน การโก่งตัวของคานโดยวิธีพื้นที่โมเมนต์และ คานเสมือน การวิเคราะห์คานต่อเนื่องโดยวิธีสมการสามโมเมนต์

	วิเคราะห์หัวข้อเรื่อง
	รหัสวิชา 3100 – 0301 **ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง** **ท-ป-น 3-0-3**
	หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ประเภทวิชาอุตสาหกรรม

การวิเคราะห์หัวข้อเรื่อง แบบแผนภูมิลำดับ (Scalar Pattern) หรือ แบบแผนภูมิปะการัง (Coral Pattern)

	วิเคราะห์หัวข้อเรื่อง
	รหัสวิชา 3100 – 0301 **ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง ท-ป-น 3-0-3**
	หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ประเภทวิชาอุตสาหกรรม

หัวข้อหลัก(Main Element) / หน่วยการเรียนรู้ (Learning Unit)	**แหล่งข้อมูล**				
	A	B	C	D	E
1. โครงสร้าง	✓			✓	✓
2. น้ำหนักบรรทุกบนโครงสร้าง	✓			✓	✓
3. แรงปฏิกิริยา	✓			✓	✓
4. โครงข้อหมุน	✓			✓	✓
5. แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด	✓			✓	✓
6. การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต	✓			✓	✓
7. สมการสามโมเมนต์	✓			✓	✓
8. อินฟลูเอ็นซไลน	✓			✓	✓
9. เคเบิล					

หมายเหตุ A : คำอธิบายรายวิชา
B : ผู้เชี่ยวชาญ
C : ผู้ชำนาญงาน
D : ประสบการณ์ของครูผู้สอน
E : เอกสาร/ตำรา/คู่มือ

	รายละเอียดหัวข้อเรื่อง
	รหัสวิชา 3100 – 0301 **ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง ท-ป-น 3-0-3**
	หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ประเภทวิชาอุตสาหกรรม
หัวข้อหลัก (Main Element) / หน่วยการเรียนรู้ (Learning Unit)	**หัวข้อย่อย (Element)**
1. โครงสร้าง	1.1 วิวัฒนาการโครงสร้าง
	1.2 ประเภทของโครงสร้าง
	1.3 จุดรองรับ
	1.4 แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง
	1.5 ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง
2. น้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง	2.1 น้ำหนักบรรทุกคงที่
	2.2 น้ำหนักบรรทุกจร
	2.3 แรงลม
	2.4 น้ำหนักบรรทุกกระแทก
	2.5 แรงแผ่นดินไหว
	2.6 แรงดันน้ำและดิน
	2.7 การรวมน้ำหนักบรรทุก
3. แรงปฏิกิริยา	3.1 สมการสมดุลสถิตยศาสตร์
	3.2 คานอย่างง่าย
	3.3 แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ
	3.3 คานที่มีสมการเงื่อนไข
	3.5 โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน
4. โครงข้อหมุน	4.1 โครงข้อหมุน
	4.2 การวิเคราะห์โครงข้อหมุน
	4.3 วิธีจุดต่อ
	4.4 แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์
	4.5 วิธีภาคตัด
	4.6 การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม
	4.7 โครงข้อหมุน 3 มิติ

5. แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด	5.1 แรงภายในคาน
	5.2 การคิดเครื่องหมาย
	5.3 สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด
	5.4 แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด
	5.5 ความสัมพันธ์ของแรงภายใสคานและน้ำหนักบรรทุก
	5.6 แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด
	5.7 เส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัวของคาน
6. การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต	6.1 วิธีอินทิเกรตสองครั้ง
	6.2 วิธีพื้นที่โมเมนต์
	6.3 วิธีคานคอนจูเกต
7. สมการสามโมเมนต์	7.1 สมการสามโมเมนต์
8. อินฟลูเอ็นซไลน	8.1 อินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยวิธีสมการสมดุล
	8.2 หลักการของ MULLER-BRESLAU’S
	8.3 อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น
	8.4 อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน
	8.5 ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด
9. เคเบิล	9.1 เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด
	9.2 เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจาย

	รายละเอียดจุดประสงค์การปฏิบัติ
	รหัสวิชา 3100 – 0301 **ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง ท-ป-น 3-0-3**
	หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ประเภทวิชาอุตสาหกรรม
หัวข้อหลัก (Main Element) / หน่วยการเรียนรู้ (Learning Unit)	**จุดประสงค์การปฏิบัติ (Performance Objectives)**
1. โครงสร้าง	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างเบื้องต้น แนวคิดพื้นฐานวิวัฒนาการโครงสร้าง ประเภทของโครงสร้าง จุดรองรับ แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการเกี่ยวกับพื้นฐานวิวัฒนาการโครงสร้าง ประเภทของโครงสร้าง จุดรองรับ สร้างแบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้างได้ จำแนกประเภทของดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้างได้ 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนพื้นฐานวิวัฒนาการโครงสร้าง ประเภทของโครงสร้าง จุดรองรับ แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง
2. น้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร แรงลม น้ำหนักบรรทุกกระแทก แรงแผ่นดินไหว แรงดันน้ำและดิน และการรวมน้ำหนักบรรทุก 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคิด คำนวณเกี่ยวกับน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร แรงลม น้ำหนักบรรทุกกระแทก แรงแผ่นดินไหว แรงดันน้ำและดิน และการรวมน้ำหนักบรรทุก 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนเรื่องน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร แรงลม น้ำหนักบรรทุกกระแทก แรงแผ่นดินไหว แรงดันน้ำและดิน และการรวมน้ำหนักบรรทุก
3. แรงปฏิกิริยา	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการสมดุลสถิตยศาสตร์ คานอย่างง่าย แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ คานที่มีสมการเงื่อนไข โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการเกี่ยวกับสมการสมดุลสถิตยศาสตร์ คำนวณหาแรงปฏิกิริยาของคานอย่างง่าย คานที่มีแรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ คานที่มีสมการเงื่อนไข โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนเรื่อง สมการสมดุลสถิตยศาสตร์ คานอย่างง่าย แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ คานที่มีสมการเงื่อนไข โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน

4. โครงข้อหมุน	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงข้อหมุน การวิเคราะห์โครงข้อหมุน วิธีจุดต่อ แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์ วิธีภาคตัด การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม โครงข้อหมุน 3 มิติ 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการโครงข้อหมุน การวิเคราะห์โครงข้อหมุนโดยวิธีจุดต่อ การหาแรงภายในชิ้นส่วนที่เป็นศูนย์ การวิเคราะห์โครงข้อหมุนโดยวิธีภาคตัด การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสมและโครงข้อหมุน 3 มิติ 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องโครงข้อหมุน การวิเคราะห์โครงข้อหมุน วิธีจุดต่อ แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์ วิธีภาคตัด การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม โครงข้อหมุน 3 มิติ
5. แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับแรงภายในคาน สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด เส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาแรงภายในคาน การสร้างสมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด การเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด การหาค่าความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก การคำนวณหาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด การเขียนเส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องแรงภายในคาน สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด เส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว
6. การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาการโก่งตัวของคานโดยวิธีอินทิเกรตสองครั้ง วิธีพื้นที่โมเมนต์ วิธีคานคอนจูเกต 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องคำนวณหาการโก่งตัวของคานโดยวิธีอินทิเกรตสองครั้ง วิธีพื้นที่โมเมนต์ วิธีคานคอนจูเกต
7. สมการสามโมเมนต์	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงสร้างอย่างยากโดยวิธีสมการสามโมเมนต์ 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาโมเมนต์ภายในและแรงปฏิกิริยาโดยการวิเคราะห์โครงสร้างอย่างยากโดยใช้วิธีสมการสามโมเมนต์ 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงสร้างอย่างยากโดยวิธีสมการสามโมเมนต์

8. อินฟลูเอ็นซไลน	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับอินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล หลักการของ MULLER-BRESLAU'S อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล การใช้หลักการของ MULLER-BRESLAU'S การคำนวณหาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น การคำนวณหาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน การคำนวณหาค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนเรื่องอินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล หลักการของ MULLER-BRESLAU'S อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด
9. เคเบิล	1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด และเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ 2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาค่าแรงภายในของเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด และแรงภายในของเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ 3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนเรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด และเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ

	กำหนดการเรียนรู้		
	รหัสวิชา 3100 – 0301 **ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง ท-ป-น 3-0-3**		
	หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ประเภทวิชาอุตสาหกรรม		
หน่วยที่	**ชื่อหน่วยการเรียนรู้**	**สัปดาห์ที่**	**ชั่วโมง**
1.	โครงสร้าง	1	3
2.	น้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง	2	3
3.	แรงปฏิกิริยา	3-4	6
4.	โครงข้อหมุน	5-7	12
5.	แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด	8-10	12
6.	การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต	11-13	12
7.	สมการสามโมเมนต์	14	3
8.	อินฟลูเอ็นซไลน	15-17	12
9.	เคเบิล	18	3
รวม		18	54

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	**หน่วยที่ 1**
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย โครงสร้าง	สอนครั้งที่ 1/18
ชื่อเรื่อง โครงสร้าง		จำนวน 3 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 วิวัฒนาการโครงสร้าง

1.2 ประเภทของโครงสร้าง

1.3 จุดรองรับ

1.4 แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง

1.5 ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง

2. สาระสำคัญ

โครงสร้าง (Structures) จะประกอบขึ้นด้วยชิ้นส่วน (Elements) ต่างๆ ประกอบเข้าด้วยกันหรือยึดโยงกันอยู่ในตำแหน่งต่างๆ ในลักษณะ 3 มิติ ประเภทโครงสร้างสามารถแบ่งคือ คานและเสา (Beam and Columns) ซึ่งคาน (Beam) เมื่อรับน้ำหนักจะทำให้เกิดการดัด (flexural) ตัว เกิดการโก่งตัว เสา (Columns) จะรับน้ำหนักทางแนวแกนเป็นหลัก แต่ถ้าเป็นโครงข้อแข็งเสาจะรับโมเมนต์ดัดด้วย โครงข้อหมุน (Trusses) เป็นโครงสร้างที่ประกอบด้วยชิ้นส่วนที่เป็นท่อนหรือแท่งตรงมายึดต่อกันเป็นรูปสามเหลี่ยม สมมุติฐานให้รับเฉพาะแรงดึง (Tension Force) หรือแรงอัด (Compression Force) เท่านั้น
ส่วนโครงโค้ง (Arches)ตัวโครงสร้างจะอยู่ได้ด้วยน้ำหนักกดทับของตัวเองเพื่อให้เกิดแรงอัดขึ้นอย่างสม่ำเสมอ

เคเบิล (Cables)เป็นโครงสร้างมีรูปทรงเป็นแท่งเรียวตรง (Tie Rod) จะใช้รับแรงดึงที่เกิดขึ้นจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับโครงสร้าง ส่วนโครงสร้างพื้นผิว (Surface Structural)คือโครงสร้างที่มีความหนาน้อยมากเมื่อเทียบกับขนาดของตัวโครงสร้างเอง

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างเบื้องต้น แนวคิดพื้นฐานวิวัฒนาการโครงสร้าง ประเภทของโครงสร้าง จุดรองรับ แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง

2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการเกี่ยวกับพื้นฐานวิวัฒนาการโครงสร้าง ประเภทของโครงสร้าง จุดรองรับ สร้างแบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้างได้ จำแนกประเภทของดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้างได้

3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนพื้นฐานวิวัฒนาการโครงสร้าง ประเภทของโครงสร้าง จุดรองรับ แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง

4. สาระการเรียนรู้

4.1 วิวัฒนาการโครงสร้าง (Evolution Structures)

มนุษย์รู้จักการทำที่อยู่อาศัย มีการสันนิฐานกันว่าไม่น่าเกิน 10 000 ปี เนื่องจากก่อนหน้านี้มนุษย์จะอาศัยอยู่ตามถ้ำ ป่า เขา เมื่อได้รู้จักการทำเกษตรกรรมและการเลี้ยงสัตว์ มนุษย์จึงเริ่มมีการสร้างที่พักอาศัยขึ้นใกล้กับที่ทำกินของตัวเอง เริ่มจากการทำกระโจมโดยใช้หนังสัตว์มาขึงโดยมีเสากลาง และนี้คือปฐมบทของวิวัฒนาการโครงสร้าง (Evolution Structures)

ต่อมามนุษย์เริ่มอยู่ร่วมกันเป็นสังคม มีจำนวนคนที่มากขึ้น มีผู้นำ มีความเชื่อต่างๆ เกิดขึ้น จุดนี้เองที่โครงสร้างได้มีวิวัฒนาการจากโครงสร้างเล็กๆ ที่ไม่ซับซ้อน มีพื้นที่ใช้สอยไม่มาก สู่โครงสร้างที่ใหญ่โตขึ้นเพื่อใช้เป็นศูนย์รวมจิตใจ ใช้เป็นที่กราบไหว้เคารพบูชาสิ่งศักดิ์

รูปที่ 1.1 นครวัด

ที่มา www.google.co.th/search=Angkor+Wat&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi_5KfK9LrWAhXFs48KHYIVDsQQ_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgrc=gqzRFCdk6p-gQM:

ในเอเชียเองก็ได้มีสิ่งก่อสร้างขนาดใหญ่เกิดขึ้นเช่นเดียวกัน โดยราวศตวรรษที่ 12 ชาวขอมได้ก่อสร้างนครวัด (Aagkor Wat) ขึ้นเพื่อใช้เป็นศาสนสถานตั้งอยู่ในเมืองพระนคร จังหวัดเสียมราฐ ประเทศกัมพูชา ตัวประสาทก่อสร้างด้วยหินทราย หินดินดานหรือศิลาแลงมาวางซ้อนทับกันเป็นโครงสร้าง มีขนาดพื้นที่มากถึง 200 000 ตารางเมตร เป็นต้น

ในระยะเวลาต่อมาได้มีนักวิจัย นักวิทยาศาสตร์สมัยใหม่ ได้ค้นคว้าทฤษฎีทางคณิตศาสตร์-ฟิสิคส์ขึ้นหลายอย่าง เมื่อนำทฤษฎีเหล่านั้นมาใช้วิเคราะห์ออกแบบโครงสร้างและพัฒนาวัสดุที่นำมาก่อสร้าง ส่งผลให้เกิดโครงสร้างที่สลับซับซ้อน ตอบสนองความต้องการของมนุษย์ได้มากขึ้น เช่น ปีคริตศักราช 1564 - 1642 กาลิเรโอ กาลิเลอี (Galileo Galilei) นักวิทยาศาสตร์ ชาวอิตาลี ได้ศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีความเร่ง

คงที่ ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของวิชาฟิสิกส์ในเรื่องจลนศาสตร์ เซอร์ไอแซก นิวตัน (Isaac Newton) นักฟิสิกส์ นักคณิตศาสตร์ ได้มีงานเขียน เรื่อง Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica มีเนื้อหาเกี่ยวกับกฎแรงโน้มถ่วงสากล และ กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Laws of Motion) ซึ่งถือเป็นรากฐานทางวิทยาศาสตร์-ฟิสิกส์ ราวปี 1635 – 1703 โรเบริต ฮุค (Robert Hooke) ได้ศึกษาเกี่ยวกับค่าความสัมพันธ์ของสมการเชิงเส้นระหว่าง แรงและการเสียรูปของวัสดุ โดยกฎของเขาชื่อว่า กฎของฮุค (Hooke's law) เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler) นักคณิตศาสตร์-ฟิสิกส์ ชาวสวิต ได้พัฒนาการออกแบบโครงสร้างโดยใช้วิธีเดาค่า (Trial and Error) ซึ่งราวศตวรรษที่ 1707-1783 ผลงานอันเป็นที่ยอมรับในหมู่วิศวกรรมโครงสร้างอย่างสูงได้แก่ ทฤษฎีการโก่งเดาะของเสา (Theory of Buckling of Column) ซึ่งถือเป็นศาสตร์ด้านกลศาสตร์ (Mechanics) นำมาใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้าง เป็นต้น

ในส่วนของอาคารตึกบุรจญ์เคาะลีฟะฮ์ (Burj Khalifa Building) หรือหอคอยดูไบ ประเทศสหรัฐอาหรับเอมิเรตส์ เป็นตึกที่มีความสูงประมาณ 828 เมตร มีจำนวน 163 ชั้น ซึ่งก็ได้ชื่อว่าเป็นตึกที่มีความสูงที่สุดในโลกอีกแห่งหนึ่ง

รูปที่ 1.2 ตึกบุรจญ์เคาะลีฟะฮ์

ที่มา https://th.wikipedia.org/wiki/%บุรจญ์เคาะลีฟะฮ์

4.2 ประเภทของโครงสร้าง (Classification of Structures)

โครงสร้าง (Structures) จะประกอบขึ้นด้วยชิ้นส่วน (Elements) ต่างๆ ประกอบเข้าด้วยกันหรือยึดโยงกันอยู่ในตำแหน่งต่างๆ ในลักษณะ 3 มิติ โดยโครงสร้างจะทำหน้าที่เป็นตัวถ่ายน้ำหนัก แรงต่างๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการใช้งานตลอดจนการรับน้ำหนักกระทำต่างๆ เพื่อการตั้งอยู่ของตัวโครงสร้างเอง แล้วถ่ายน้ำหนักต่างๆ เหล่านั้นลงสู่พื้นดิน โดยประเภทโครงสร้างสามารถแบ่งได้ดังนี้

1.2.1 คานและเสา (Beam and Columns)

1.2.2 โครงข้อแข็ง (Frames)

1.2.3 โครงข้อหมุน (Trusses)

1.2.4 โครงโค้ง (Arches)

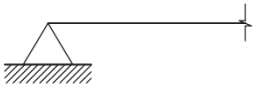
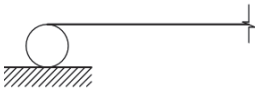
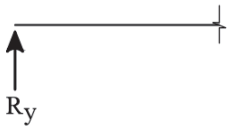
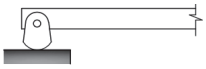
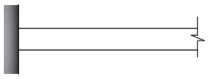
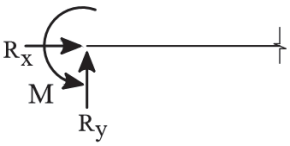
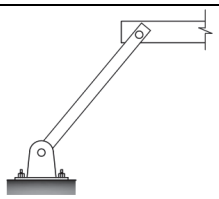
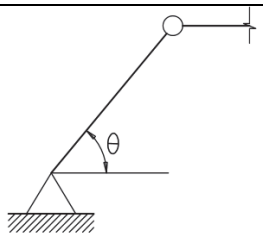
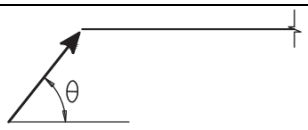
1.2.5 เคเบิล (Cables)

1.2.6 โครงสร้างพื้นผิว (Surface Structural)

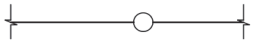
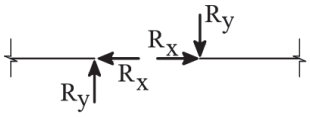
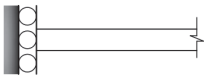
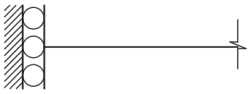
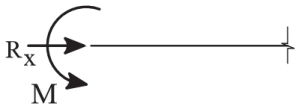
4.3 จุดรองรับ (Support)

ตารางที่ 4.1 แสดงจุดรองรับชนิดต่างๆ โดยแนวคิดจุดรองรับที่มีการใช้กันอย่างกว้างขวางได้แก่ จุดรองรับแบบบานพับ , จุดรองรับแบบล้อเลื่อนและจุดรองรับแบบยึดแน่น

ตารางที่ 1.1 แสดงจุดรองรับชนิดต่างๆ (Type of Support)

ชนิด (Type)	สัญลักษณ์ (Symbol)	แบบร่าง (Sketch)	แรงปฏิกิริยา (Reaction Force)	ตัวไม่รู้ค่า (Unknowns)
แบบหมุด (Pin)				2
ล้อเลื่อน (Roller)				1
ล้อโยก (Rocker)				
แผ่นยางแข็ง (Elastomeric Pad)				
ยึดแน่น (Fixed End)				3
ข้อยึด (Link)				1

ตารางที่ 1.1 (ต่อ) แสดงจุดรองรับชนิดต่างๆ (Type of Support)

ชนิด (Type)	สัญลักษณ์ (Symbol)	แบบร่าง (Sketch)	แรงปฏิกิริยา (Reaction Force)	ตัวไม่รู้ค่า (Unknowns)
บานพับ (Hinge)				-
ที่เลื่อน (Guide)				2

โครงสร้าง (Structures) ในการคำนวณหาค่าแรงต่างๆ ที่เกิดกับชิ้นส่วนโครงสร้าง จะต้องใส่จุดรองรับ (Support) ให้กับโครงสร้างนั้น โดยจุดรองรับนี้จะเป็นเพียงแนวคิดจุดรองรับ (Ideal Support) ที่ผู้คำนวณออกแบบทำการใส่ลงไปในโครงสร้างจำลอง (Analytical Model) โดยกระทำผ่านแนวแกนสะเทินของชิ้นส่วนโครงสร้าง ซึ่งแต่ละจุดรองรับจะมีแรงต้านทานอยู่ หรือจำนวนตัวไม่รู้ค่า ซึ่งจะเรียกชื่อในภาพรวมว่า “แรงปฏิกิริยา” (Reaction)

4.3.1 จุดรองรับแบบหมุด (Pin Support)

จุดรองรับแบบหมด (Pin Support) เป็นแนวคิดจุดรองรับของโครงสร้างที่ยึดรั้งแบบหมุดที่ไม่คิดค่าแรงเสียดทาน จุดรองรับแบบนี้จึงยอมให้โครงสร้างหมุนตัวได้โดยอิสระ (Rotate Freely) แต่จะไม่ยอมให้เกิดการเคลื่อนตัวตามแนวแกน ดังนั้นจะมีแรงปฏิกิริยาหรือตัวไม่รู้ค่าจำนวน 2 แรง คือ แรงในแนวขนานกับแรงในแนวตั้งฉากกับฐานจุดรองรับ

4.3.2. จุดรองรับแบบล้อเลื่อน (Roller Support)

จุดรองรับแบบล้อเลื่อน (Roller Support) เป็นแนวคิดจุดรองรับของโครงสร้างที่วางไว้หรือกดทับไว้ในทิศทางตั้งฉากกับฐานจุดรองรับ จุดรองรับแบบนี้ จะยอมให้โครงสร้างเกิดการหมุนรอบแกนที่ตั้งฉากกับแนวระนาบของฐานจุดรองรับได้ และให้มีการเคลื่อนตัวหรือขยับตัวตามแนวขนานกับฐานจุดรองรับได้ จุดรองรับแบบนี้จึงมีแรงที่ทำหน้าที่ต้านทานหรือแรงปฏิกิริยาจำนวน 1 แรงเท่านั้น คือ แรงในแนวตั้งฉากกับฐานจุดรองรับ

4.3.3. จุดรองรับแบบยึดแน่น (Fixed Support)

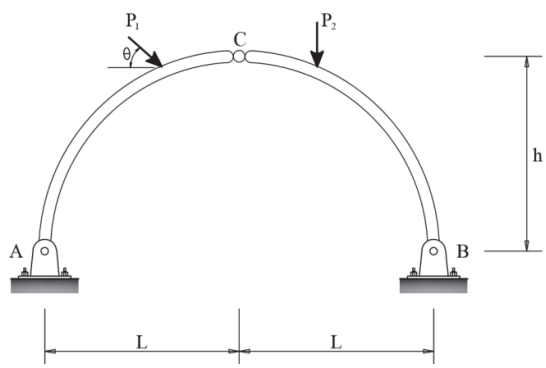
จุดรองรับแบบยึดแน่น (Fixed Support) เป็นแนวคิดจุดรองรับของโครงสร้างที่ยึดรั้งโครงสร้างไว้ในทิศทางขนานและตั้งฉากกับแนวแกนสะเทินของโครงสร้างอีกทั้งจุดรองรับแบบนี้ไม่ยอมให้โครงสร้างเกิดการหมุนรอบแกนที่ตั้งฉากกับแนวระนาบของฐานจุดรองรับได้ ดังนั้นจุดรองรับแบบนี้จะมีแรงปฏิกิริยาจำนวน 3 แรง คือ แรงในแนวขนานกับแรงในแนวตั้งฉาก และโมเมนต์ดัด

4.4 แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง (Structures Analytical Models)

ในการสร้างแบบจำลองของโครงสร้างจะต้องอาศัยการเขียนรูปอิสระของโครงสร้าง (Free-Body Diagrams) การเขียนรูปอิสระจะเขียนได้ใน 2 ลักษณะ ดังนี้

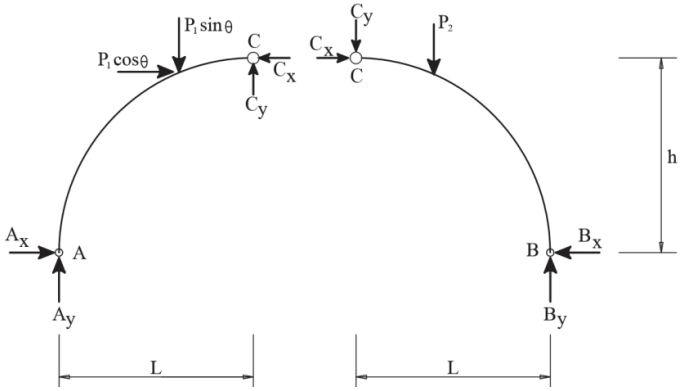
ลักษณะที่ 1 การเขียนรูปอิสระทั้งหมดของโครงสร้าง หรือทั้งชิ้นส่วนโครงสร้าง แสดงตัวอย่างดังรูปที่ 1.19 รูปโจทย์กำหนดเป็นโครงโค้งแบบ Three-Hinged Arch มีแรงกระทำจากภายนอก

ทำการเขียนรูปอิสระ ที่แรงกระทำจากน้ำหนักบรรทุกภายนอก P_1 กระทำอยู่ในลักษณะเอียงเป็นมุม θ กับแนวแกน x ใช้หลักการตรีโกณมิติหาองค์ประกอบของแรงในแนวแกน x และ y ส่วนแรง P_2 กระทำอยู่ในแนวแกน y อยู่แล้วจึงไม่ต้องหาองค์ประกอบใดๆ



รูปที่ 1.19 แสดง โจทย์กำหนดโครงสร้างแบบโครงโค้ง Three-Hinged Arch และสัญลักษณ์ของจุดรองรับ

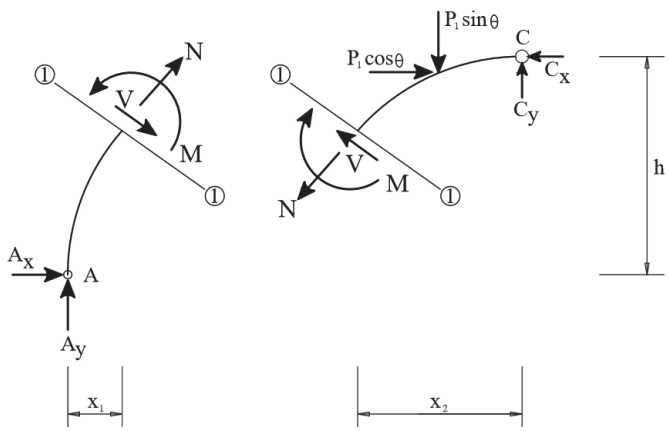
พิจารณาแรงตรงจุดรองรับ ที่จุด A เป็นแบบหมุด (Pin Support) มีแรงปฏิกิริยา 2 ตัวคือ ในแนวแกน x ตั้งชื่อเป็น A_x ทิศทางสมมติให้ ชี้ขึ้น และในแนวแกน y ตั้งชื่อเป็น A_y ทิศทางสมมติให้ ชี้ไปทางขวามือ ที่จุด B เป็นแบบหมุดเช่นเดียวกันใช้แนวทางการเขียนแรงปฏิกิริยาเช่นเดียวกับจุด A ส่วนการตรวจสอบทิศทางของแรงปฏิกิริยาที่ถูกต้องจะเกิดจากการคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาเหล่านั้น โดยจะอธิบายในบทที่ 3



รูปที่ 1.20 แสดง การเขียนรูปอิสระทั้งหมดของโครงสร้าง

ที่จุด C จะมีจุดรองรับแบบบานพับ (Hinge Support) ซึ่งเป็นจุดรองรับแบบพิเศษจะมีแรงปฏิกิริยาภายในเกิดขึ้นในแนวแกน x และแกน y ก็ต่อเมื่อทำการแยกชิ้นส่วนของโครงสร้างออกจากกันที่จุดนี้ แต่ถ้าประกอบโครงสร้างเข้าด้วยกันที่จุดนี้ค่าแรงปฏิกิริยาภายในจะเกิดการหักล้างกันเนื่องจากทิศทางตรงข้ามกัน ทำให้แรงปฏิกิริยาภายในเป็นศูนย์ แต่จะเกิดแรงภายในแกน x และ y แทน โดยที่ไม่มีโมเมนต์ดัดภายในเกิดขึ้น ณ จุดนี้ รูปอิสระทั้งหมดของโครงสร้างแสดงดังรูปที่ 1.20

ลักษณะที่ 2 การเขียนรูปอิสระเฉพาะส่วนของโครงสร้างหรือเฉพาะหน้าตัดใดๆ แสดงตัวอย่างดังรูปที่ 1.21 สามารถเขียนรูปอิสระเฉพาะส่วนของโครงโค้งแบบ Three-Hinged Arch โดยที่นี้จะยกตัวอย่างการเขียนรูปอิสระของหน้าตัด 1-1 ที่ด้านซ้ายมือ จะเกิดแรงภายในขึ้นมา 3 แรง โดยทำการสมมติทิศทางขึ้นมาก่อน แรงภายในดังกล่าวได้แก่ แรงตามแนวแกน (Axial Force) แรงเฉือน (Shear Force) และโมเมนต์ดัด (Bending Moment) ส่วนหน้าตัด 1-1 ที่ด้านขวามือจะเกิดแรงภายในขึ้นเช่นเดียวกันกับด้านซ้ายมือแต่มีทิศทางตรงข้ามกัน จะอธิบายโดยละเอียดอีกครั้งในบทที่ 4



รูปที่ 1.21 แสดง การเขียนรูปอิสระเฉพาะส่วนของโครงสร้างหรือเฉพาะหน้าตัดใดๆ

1.5 ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง (Determinacy and Stability Structures)

ก่อนที่จะทำการคำนวณโครงสร้าง เราจะต้องทราบว่าโครงสร้างนั้น เป็นโครงสร้างประเภทใด เพื่อจะได้เลือกใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสม ซึ่งวิธีการจำแนกโครงสร้างจะพิจารณาจาก จำนวนแรงปฏิกิริยา แรงภายใน จำนวนชิ้นส่วนหรือจุดต่อของโครงสร้าง ร่วมกับจำนวนสมการสมดุล โดยจะไม่นำเอาแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกที่มากับโครงสร้างเกี่ยวข้อง โดยผลที่ได้จะจำแนกโครงสร้างออกเป็น 3 ประเภท คือ

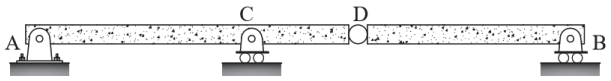
1. โครงสร้างไร้เสถียรภาพ (Structural is statically unstable) หมายถึง โครงสร้างที่ไม่มั่นคงหรือทรงตัวอยู่ไม่ได้ ไม่ควรนำไปก่อสร้าง

2. โครงสร้างอย่างง่าย (Structural is statically determinate) หมายถึง โครงสร้างที่สามารถคำนวณได้ โดยใช้สมการสมดุล

3. โครงสร้างอย่างยาก (Structural is statically indeterminate) หมายถึง โครงสร้างที่ไม่สามารถคำนวณได้ โดยใช้สมการสมดุล จะต้องอาศัยเงื่อนไขอื่นๆ เข้าช่วย

การจำแนกโครงสร้างจะมีการพิจารณาใน 2 กรณีคือ กรณีของการสถิตยศาสตร์ภายนอก และกรณีของสถิตยศาสตร์ภายใน อธิบายดังต่อไปนี้

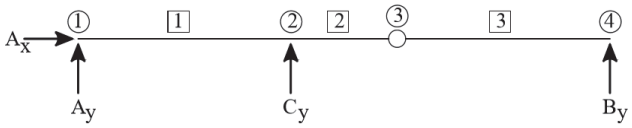
ตัวอย่าง จากโครงสร้างแสดงดังรูปที่ 1.24 จงจำแนกโครงสร้างดังกล่าว โดยวิเคราะห์ทั้งสถิตยศาสตร์ภายนอกและภายใน



รูปที่ 1.24

วิธีทำ เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch)

เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams)



สถิตยศาสตร์ภายนอก [1.1] $R = 3 + C$

แทนค่า $4 = 3 + 1$

คำนวณ $4 = 4$

เป็นไปตามสมการที่ 1.1 เป็นโครงสร้างอย่างง่าย **ตอบ**

สถิตยศาสตร์ภายใน [1.3] $R + 3M = 3j + C$

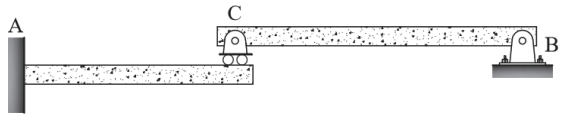
แทนค่า $4 + 3(3) = 3(4) + 1$

คำนวณ $13 = 13$

เป็นไปตามสมการที่ 1.3 เป็นโครงสร้างอย่างง่าย **ตอบ**

ข้อสังเกต ตัวอย่างที่ 1.1 สมการเงื่อนไขที่จุด D จะเป็นแบบ Hinge จะคิดเป็น $C = 1$

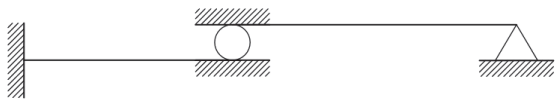
ตัวอย่าง จากโครงสร้างแสดงดังรูปที่ 1.25 จงจำแนกโครงสร้างดังกล่าว โดยวิเคราะห์ทั้งสถิตยศาสตร์ภายนอกและภายใน



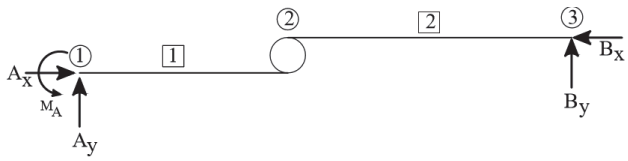
รูปที่ 1.25

วิธีทำ

เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch)



เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams)



สถิตยศาสตร์ภายนอก [1.1] $R = 3 + C$

แทนค่า $5 = 3 + 2$

คำนวณ $5 = 5$

เป็นไปตามสมการที่ 1.1 เป็นโครงสร้างอย่างง่าย **ตอบ**

สถิตยศาสตร์ภายใน [1.3] $R + 3M = 3j + C$

แทนค่า $5 + 3(2) = 3(3) + 2$

คำนวณ $11 = 11$

เป็นไปตามสมการที่ 1.3 เป็นโครงสร้างอย่างง่าย **ตอบ**

ข้อสังเกต ตัวอย่างที่ 1.2 สมการเงื่อนไขที่จุด *C* จะเป็นแบบ Internal Hinge จะคิดเป็น $C = 2$

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องโครงสร้าง
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องโครงสร้างเบื้องต้น แนวคิดพื้นฐานวิวัฒนาการโครงสร้าง ประเภทของโครงสร้าง จุดรองรับ แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง

4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 1 ในหนังสือแบบเรียนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 1 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 1
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 1
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 1 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 1 เรื่องโครงสร้าง

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 1 เรื่องโครงสร้าง

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 1 โครงสร้าง

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล

บทที่ 1 กลศาสตร์

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301	**วิทยาลัย** .....
ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**.....	**ครู** .....

ที่	**รายการประเมิน**	***คะแนนแบบทดสอบ**		****คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้**		***ข้อที่**	****ข้อที่**
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	วิวัฒนาการโครงสร้าง						
2	ประเภทของโครงสร้าง						
3	จุดรองรับ						
4	แบบจำลองในการวิเคราะห์โครงสร้าง						
5	ดีเทอร์มิเนทและความมั่นคงของโครงสร้าง						
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		**รวม**	

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	**หน่วยที่ 2**
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย น้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง	สอนครั้งที่ 2/18
ชื่อเรื่อง น้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง		จำนวน 3 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 น้ำหนักบรรทุกคงที่

1.2 น้ำหนักบรรทุกจร

1.3 แรงลม

1.4 น้ำหนักบรรทุกกระแทก

1.5 แรงแผ่นดินไหว

1.6 แรงดันน้ำและดิน

1.7 การรวมน้ำหนักบรรทุก

2. สาระสำคัญ

น้ำหนักบรรทุกคงที่ (Dead Load) คือน้ำหนักบรรทุกเนื่องมาจากแรงโน้มถ่วงโลก (Gravity Framing) จะเป็นน้ำหนักที่เกี่ยวข้องกับตัวของโครงสร้างเองและวัสดุซึ่งกระทำอยู่ในลักษณะถาวร หน่วยจะเป็น น้ำหนักต่อปริมาตร เช่น กิโลนิวตันต่อลูกบาศก์เมตร ได้แก่ น้ำหนักของคอนกรีตเสริมเหล็ก น้ำหนักของเหล็ก หรือน้ำหนักของฝ้าเพดาน

น้ำหนักบรรทุกจร(Live Load) หมายถึงน้ำหนักบรรทุกที่กระทำชั่วคราวและอาจมีการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักได้ในภายหลังซึ่งน้ำหนักบรรทุกจรที่กระทำในแนวดิ่ง ได้แก่ น้ำหนักของผู้ใช้อาคาร น้ำหนักสิ่งของเครื่องใช้ต่างๆ เช่น ตู้ เตียง เครื่องใช้ไฟฟ้า น้ำหนักบรรทุกจรประเภทอื่น ได้แก่ แรงลม แรงเนื่องจากแผ่นดินไหว

กรณีที่โครงสร้างรับน้ำหนักบรรทุกด้วยกันหลายประเภทที่จะต้องมีการรวมน้ำหนักบรรทุกตามข้อกำหนดในการออกแบบ ดังนี้

มาตรฐานของ ASCE

กรณีที่ 1 $1.4\,\mathrm{D}$

กรณีที่ 2 $1.2\,\mathrm{D} + 1.6\mathrm{L} + 0.5(\mathrm{L_r}\ \mathrm{or}\ \mathrm{S})$

กรณีที่ 3 $1.2\,\mathrm{D} + 1.6(\mathrm{L_r}\ \mathrm{or}\ \mathrm{S}) + (\mathrm{L}\ \mathrm{or}\ 0.5\mathrm{W})$

ตามมาตรฐานของ วสท. (1008-38 : วิธีกำลัง)

กรณีที่ 1 $W_U = 1.4\,D + 1.7L$ สำหรับอาคารที่ไม่คิดแรงลม

ตามกฎกระทรวง ฉบับที่ 6 (พ.ศ.2527)

กรณีที่ 1 $W_U = 1.7\,D + 2.0L$ สำหรับอาคารที่ไม่คิดแรงลม

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร แรงลม น้ำหนักบรรทุกกระแทก แรงแผ่นดินไหว แรงดันน้ำและดิน และการรวมน้ำหนักบรรทุก

2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคิด คำนวณเกี่ยวกับน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร แรงลม น้ำหนักบรรทุกกระแทก แรงแผ่นดินไหว แรงดันน้ำและดิน และการรวมน้ำหนักบรรทุก

3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนเรื่องน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร แรงลม น้ำหนักบรรทุกกระแทก แรงแผ่นดินไหว แรงดันน้ำและดิน และการรวมน้ำหนักบรรทุก

4. สาระการเรียนรู้

4.1 น้ำหนักบรรทุกคงที่ (Dead Load)

น้ำหนักบรรทุกจากแรงโน้มถ่วงโลก (Gravity Framing) จะเป็นน้ำหนักที่เกี่ยวข้องกับตัวของโครงสร้างเองซึ่งกระทำอยู่ในลักษณะถาวร เช่น ส่วนประกอบของพื้น ฝ้าเพดาน ระบบท่อต่างๆ เหล่านี้จะถือว่าเป็นน้ำหนักบรรทุกเนื่องมาจากแรงโน้มถ่วงโลกหรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า น้ำหนักบรรทุกคงที่ (Dead Load)

เมื่อต้องการออกแบบโครงสร้าง หลักจากได้รับรายละเอียดของแบบก่อสร้างจากสถาปนิกแล้ววิศวกรจะต้องจำลองรูปแบบโครงสร้างและคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกที่มากระทำกับโครงสร้าง ซึ่งน้ำหนักบรรทุกอันดับแรกที่ต้องคำนวณหาคือน้ำหนักบรรทุกคงที่ โดยจะได้จากขนาดมิติของตัววัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างเอง ซึ่งจะได้จากการเลือกใช้วัสดุที่ทำ ความกว้างยาวของวัสดุจากแบบแปลน ข้อมูลเหล่านี้จะถูกคูณด้วยหน่วยน้ำหนักของวัสดุซึ่งเป็นค่าคงที่ที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลกนั่นเอง เช่น น้ำหนักของพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กจะหาได้จากการนำเอาพื้นที่หน้าตัดคูณเข้ากับหน่วยน้ำหนักคอนกรีตเสริมเหล็ก ค่าที่ได้จะเป็นน้ำหนักกระทำแบบกระจายต่อความยาว

อย่างไรก็ตาม วัสดุที่มาเป็นส่วนประกอบของอาคารบางอย่าง อาจต้องมีการตั้งสมมุติฐานขึ้นมาหรือการประมาณการขึ้นมา หรือใช้การทดลองหาน้ำหนักจากวัสดุจริง ยกตัวอย่างเช่น น้ำหนักของฝ้าเพดานยิบซั่มฉาบเรียบพร้อมโครงเคร่าโลหะ อาจประมาณได้เป็น $0.48\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ ซึ่งจะเป็นน้ำหนักต่อพื้นที่โดยประมาณที่น้อยสุดของน้ำหนักบรรทุกคงที่ที่ใช้ในการคำนวณโครงสร้าง แสดงดังตารางที่ 1.1

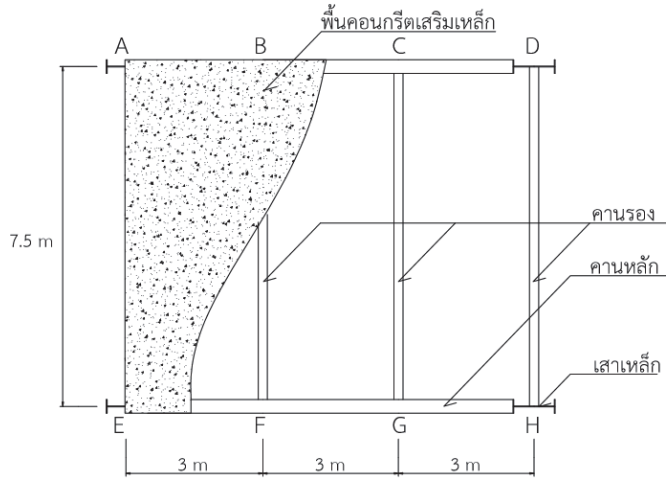
ตารางที่ 2.1 แสดง น้ำหนักบรรทุกคงที่ ประเภทน้ำหนักของวัสดุ

น้ำหนักของวัสดุ (Material Weights)		
วัสดุ (Material)	**น้ำหนัก (Weight)**	**หน่วย (Unit)**
เหล็ก (Steel)	77.00	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$
อลูมิเนียม (Aluminum)	25.9	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$
คอนกรีตเสริมเหล็ก น้ำหนักปกติ (Reinforced concrete Normal weight)	23.60	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$
คอนกรีตเสริมเหล็ก น้ำหนักเบา (Reinforced concrete Light weight)	14.10-18.90	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$
อิฐ (Brick)	18.9	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$
ไม้ (Wood)	6.3	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}$

ตารางที่ 2.2 แสดง น้ำหนักบรรทุกคงที่ ประเภทน้ำหนักส่วนประกอบของอาคาร

น้ำหนักส่วนประกอบของอาคาร (Building Component Weights)		
ส่วนประกอบ (Component)	**น้ำหนัก (Weight)**	**หน่วย (Unit)**
ฝ้าเพดาน ยิบซั่มฉาบเรียบโครงเคร่าโลหะ (Ceilings Gypsum plaster on suspended metal lath)	0.48	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$
พื้นคอนกรีตเสริมเหล็ก คิดความหนาที่ 10 cm (Reinforced concrete slab per 10 cm of thickness)	2.36	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$
ผนังก่ออิฐ คิดความหนาที่ 10 cm (Wall Clay brick per 10 cm of thickness)	1.89	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$
ผนังยิบซั่มบอร์ด คิดความหนาที่ 2.54 cm (Wall Gypsum board per 2.54 cm of thickness)	0.19	$\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$

ตัวอย่าง จากระบบโครงสร้างพื้น คาน เสา ของอาคารแห่งหนึ่งแสดงดังรูปที่ 2.1 โดยเป็นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กหล่อกับที่มีความหนา 12.50 cm มีคานรองและคานหลักรองรับเพื่อถ่ายน้ำหนักลงสู่เสาตามลำดับ ถ้ากำหนดให้ คานรองใช้เหล็ก WF 450 x 760 พื้นที่หน้าตัด 96.76 cm^2 คานหลักใช้เหล็ก WF 900 x 286 พื้นที่หน้าตัด 364 cm^2 จงเขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch) คาน CG , DH และ AD



รูปที่ 2.1

วิธีทำ

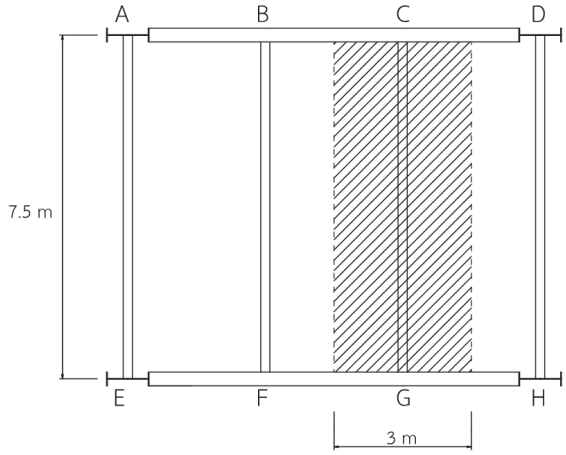
จากตารางที่ 2.1 คอนกรีตเสริมเหล็ก น้ำหนักปกติ $W_{concrete} = 23.60\ \frac{kN}{m^3}$

ความหนาของพื้นคอนกรีต $t_{slab} = 12.50\ cm$

คำนวณหาน้ำหนักของพื้นคอนกรีต $W_{slab} = (23.60)(12.50)(10^{-2})\ \frac{m \cdot kN}{m^3}$

คิดเป็นต่อตารางเมตร $W_{slab} = 2.95\ \frac{kN}{m^2}$

พิจารณาแถบน้ำหนักของแผ่นพื้นลงคาน CG กรณีนี้เป็นพื้นแบบทางเดียว



รูปที่ 2.2

พิจารณาแถบน้ำหนักแผ่นพื้นลงคาน CG (กรณีเป็นพื้นทางเดียว) ที่ระยะความกว้าง 3.00 m

คิดต่อความยาวของคาน CG $W_{slab} = (2.95)(3)\ \frac{m \cdot kN}{m^2}$

$W_{slab} = 8.85\ \frac{kN}{m}$

น้ำหนักบรรทุกคงที่จากน้ำหนักของตัวคาน CG เอง

จากตารางที่ 2.1 น้ำหนักเหล็ก $W_{steel} = 77.00\ \frac{kN}{m^3}$

คานรองใช้เหล็ก WF 450 x 760 มีพื้นที่หน้าตัด $A_{steel} = 96.76\ cm^2$

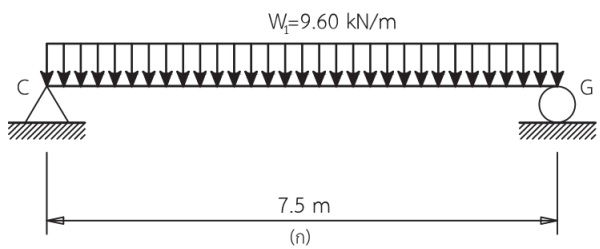
คิดต่อความยาวของคาน CG $W_{CG} = (77.00)(96.76)(10^{-4})\ \frac{m^2 kN}{m^3}$

$W_{CG} = 0.745\ \frac{kN}{m}$

รวมน้ำหนักบรรทุกคงที่ทั้งหมดที่กระทำกับคาน CG $W_1 = 8.85 + 0.745$

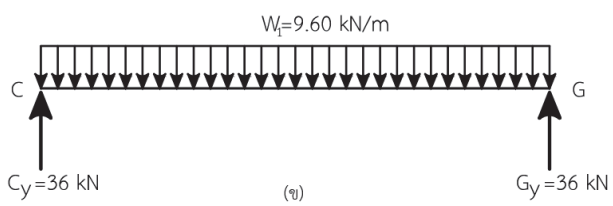
คิดจำนวนเต็ม $W_1 = 9.60\ \frac{kN}{m}$

เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch) โดยน้ำหนัก W_1 จะเป็นแรงแบบกระจาย (Distribution load) กระทำตลอดความยาวของคาน CG หน่วยเป็น กิโลนิวตันต่อเมตร ใส่แนวคิดจุดรองรับที่จุด C และ G



ตอบ

เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams)



รูปที่ 2.3

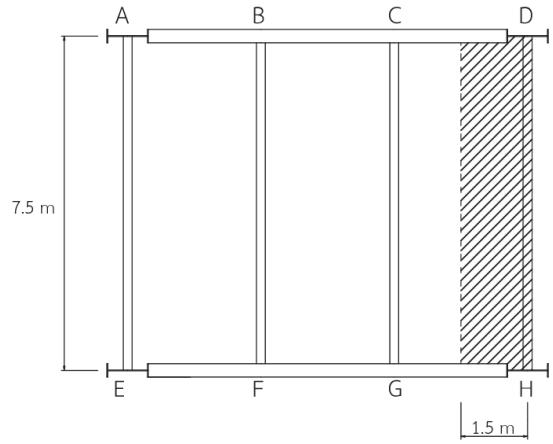
คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุด C และ G โดยจะอธิบายโดยละเอียดอีกครั้งในบทที่ 3 ค่าแรงปฏิกิริยา $C_y = 36\ kN$ และ $G_y = 36\ kN$ จะเป็นแรงกระทำแบบจุด (Point load)

พิจารณาแถบน้ำหนักแผ่นพื้นลงคาน DH (กรณีเป็นพื้นทางเดียว) ที่ระยะความกว้าง 1.50 m

คิดต่อความยาวของคาน DH $W_{slab} = (2.95)(1.5)\ \frac{m \cdot kN}{m^2}$

$W_{slab} = 4.425\ \frac{kN}{m}$

น้ำหนักบรรทุกคงที่จากน้ำหนักของตัวคาน DH เอง $W_{DH} = 0.745\ \frac{kN}{m}$ (ใช้หน้าตัดเหล็กเดิม)

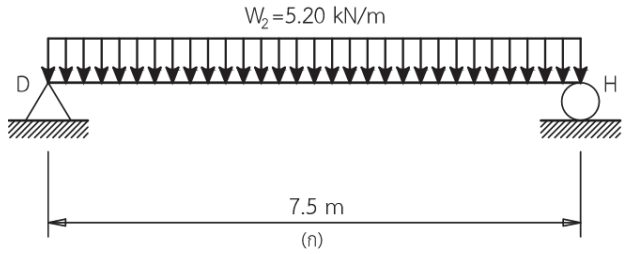


รูปที่ 2.4

รวมน้ำหนักบรรทุกคงที่ทั้งหมดที่กระทำกับคาน DH $W_2 = 4.425 + 0.745$

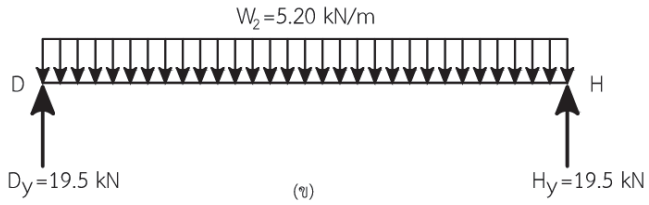
คิดจำนวนเต็ม $W_2 = 5.20\ \frac{kN}{m}$

เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch) โดยน้ำหนัก W_2 จะเป็นแรงแบบกระจาย (Distribution load) กระทำตลอดความยาวของคาน CG หน่วยเป็น กิโลนิวตันต่อเมตร ใส่แนวคิดจุดรองรับที่จุด D และ H



ตอบ

เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams)



รูปที่ 2.5

คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุด D และ H โดยจะอธิบายโดยละเอียดอีกครั้งในบทที่ 3 ค่าแรงปฏิกิริยา $D_y = 19.5\ kN$ และ $H_y = 19.5\ kN$ จะเป็นแรงกระทำแบบจุด (Point load) กระทำกับเสาเหล็ก

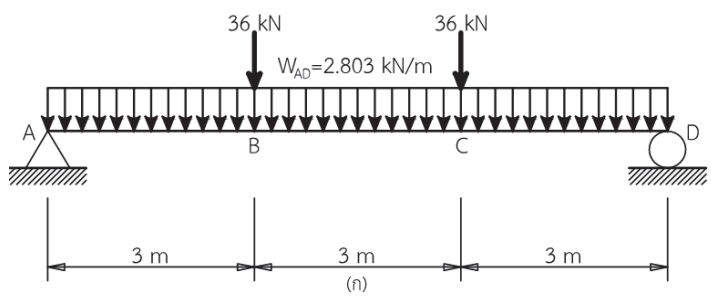
พิจารณาคานหลัก AD

คานหลักใช้เหล็ก WF 900 x 286 มีพื้นที่หน้าตัด $A_{steel} = 364\ cm^2$

คิดต่อความยาวของคาน AD $W_{AD} = (77.00)(364)(10^{-4})\ \frac{m^2 kN}{m^3}$

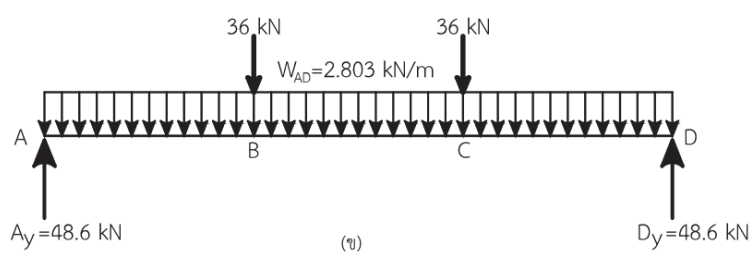
$$W_{AD} = 2.803\ \frac{kN}{m}$$

เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch) โดยน้ำหนัก W_{AD} จะเป็นแรงแบบกระจาย (Distribution load) กระทำตลอดความยาวของคาน AD หน่วยเป็น กิโลนิวตันต่อเมตร ใส่แนวคิดจุดรองรับที่จุด A และ D ส่วนแรงปฏิกิริยาของคานรอง 2 ตัวใน คือ คาน BF และ CG ซึ่งเป็นแรงกระทำแบบจุด มีค่า $P = 36\ kN$ กระทำอยู่ตรงจุด B และ C ตามลำดับ



ตอบ

เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams)



รูปที่ 2.6

คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุด D และ H โดยจะอธิบายโดยละเอียดอีกครั้งในบทที่ 3 ค่าแรงปฏิกิริยา $A_y = 48.6\ kN$ และ $D_y = 48.6\ kN$ จะเป็นแรงกระทำแบบจุด (Point load) กระทำกับเสาเหล็ก หน่วยเป็นกิโลนิวตัน รวมกับแรงปฏิกิริยาของคานรองตัวริม $D_y = 19.5\ kN$ หรือ $H_y = 19.5\ kN$ ดังนั้น น้ำหนักบรรทุกคงที่ตามแนวแกนที่กระทำลงเสาเหล็ก มีค่าเท่ากับ $P_D = 48.6 + 19.5 = 68.1\ kN$

2.2 น้ำหนักบรรทุกจร (Live Load)

น้ำหนักบรรทุกจร (Live Load) หมายถึงน้ำหนักบรรทุกที่กระทำชั่วคราวและอาจมีการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักได้ในภายหลังซึ่งน้ำหนักบรรทุกจรที่กระทำในแนวดิ่ง ได้แก่ น้ำหนักของผู้ใช้อาคาร น้ำหนักสิ่งของเครื่องใช้ต่างๆ เช่น ตู้ เตียง เครื่องใช้ไฟฟ้า หรืออาจเป็นน้ำหนักของเครื่องจักร เครื่องมือ สินค้า เป็นต้น ในประเทศไทย น้ำหนักบรรทุกจรสำหรับโครงสร้างอาคารจะมีข้อบัญญัติน้ำหนักบรรทุกจรขั้นต่ำขึ้นอยู่กับกฎหมายของแต่ละท้องที่ ที่ทำการก่อสร้างอาคารนั้นๆ สำหรับกรุงเทพมหานครฯ ได้ออกข้อบัญญัติตามกฎกระทรวง ฉบับที่ 6 (พ.ศ.2527) ออกตามความในพระราชบัญญัติควบคุมอาคาร พ.ศ. 2522 โดยแสดงค่าน้ำหนัก เป็น กิโลกรัมต่อตารางเมตร แต่อย่างไรก็ตามได้แปลงเป็นค่าประมาณของหน่วยกิโลนิวตันต่อตารางเมตรไว้ ดังแสดงในตารางที่ 1.2

ตารางที่ 2.3 แสดง น้ำหนักบรรทุกจร

ส่วนประกอบของอาคารหรือปะเภทของอาคาร (Building Component or Building Case)	น้ำหนัก (Weight)	หน่วย (Unit)	น้ำหนัก (Weight)	หน่วย (Unit)
หลังคา	30	$\frac{kg}{m^2}$	0.3	$\frac{kN}{m^2}$
กันสาด หลังคาคอนกรีต	100	$\frac{kg}{m^2}$	1.0	$\frac{kN}{m^2}$
ที่พักอาศัย โรงเรียนอนุบาล ห้องน้ำ ห้องส้วม	150	$\frac{kg}{m^2}$	1.5	$\frac{kN}{m^2}$
ห้องแถว ตึกแถวใช้พักอาศัย อาคารชุด หอพัก โรงแรม	200	$\frac{kg}{m^2}$	2.0	$\frac{kN}{m^2}$
สำนักงาน ธนาคาร	250	$\frac{kg}{m^2}$	2.5	$\frac{kN}{m^2}$
อาคารพาณิชย์ มหาวิทยาลัย วิทยาลัย โรงเรียน โรงพยาบาล	300	$\frac{kg}{m^2}$	3.0	$\frac{kN}{m^2}$
ห้องโถง บันได ช่องทางเดินของอาคารชุด หอพัก โรงแรม สำนักงานและธนาคาร	300	$\frac{kg}{m^2}$	3.0	$\frac{kN}{m^2}$
ตลาด ห้างสรรพสินค้าภัตตาคาร หอประชุม โรงมหรสพ ภัตตาคาร ห้องประชุม ห้องอ่านหนังสือในห้องสมุด หอสมุด ที่จอดรถยนต์นั่ง	400	$\frac{kg}{m^2}$	4.0	$\frac{kN}{m^2}$
ห้องโถง บันไดหรือทางเดินของอาคารพาณิชย์ มหาวิทยาลัย วิทยาลัย โรงเรียน	400	$\frac{kg}{m^2}$	4.0	$\frac{kN}{m^2}$
คลังสินค้า โรงกีฬา พิพิธภัณฑ์ อัฒจันทร์ โรงงานอุตสาหกรรม โรงพิมพ์ ห้องเก็บเอกสารและพัสดุ	500	$\frac{kg}{m^2}$	5.0	$\frac{kN}{m^2}$
ห้องโถง บันไดหรือ ช่องทางเดินของตลาด ห้างสรรพสินค้า ห้องประชุม หอประชุม ภัตตาคาร โรงมหรสพ ห้องสมุดและหอสมุด	500	$\frac{kg}{m^2}$	5.0	$\frac{kN}{m^2}$
ห้องเก็บหนังสือของห้องสมุดหรือหาสมุด	600	$\frac{kg}{m^2}$	6.0	$\frac{kN}{m^2}$
ที่จอดหรือเก็บรถยนต์บรรทุกเปล่า	>800	$\frac{kg}{m^2}$	8.0	$\frac{kN}{m^2}$

2.3 แรงลม (Wind Load)

โครงสร้างอาคารคือการเกิดขึ้นของสิ่งก่อสร้างในอาณาบริเวณตามความต้องการใช้งานของมนุษย์ สิ่งหนึ่งที่โครงสร้างนั้นๆจะต้องเผชิญและหลีกเลี่ยงไม่ได้คือ แรงลม (wind load) การพิจารณาจะอาศัยสถิติความเร็วลมที่เกิดขึ้นในบริเวณนั้น โดยใช้ความเร็วของกระแสลมมากที่สุดที่บันทึกได้ในรอบ 50 ปี มาใช้ โดยประเทศไทยมีการทำเป็นข้อกฎหมายไว้ในกฎกระทรวง ฉบับที่ 6 (พ.ศ.2527) ออกตามความในพระราชบัญญัติควบคุมอาคาร พ.ศ. 2522 กำหนดแรงลมขั้นต่ำที่กระทำตั้งฉากกับโครงอาคาร ดังแสดงในตาราง

ตารางที่ 2.4 แสดง น้ำหนักบรรทุกจร (แรงลม)

ส่วนประกอบของอาคารหรือปะเภทของอาคาร (Building Component or Building Case)	น้ำหนัก (Weight)	หน่วย (Unit)	น้ำหนัก (Weight)	หน่วย (Unit)
ส่วนของอาคารที่สูงไม่เกิน 10 เมตร	50	$\frac{kg}{m^2}$	0.5	$\frac{kN}{m^2}$
ส่วนของอาคารที่สูงเกิน 10 เมตร แต่ไม่เกิน 20 เมตร	80	$\frac{kg}{m^2}$	0.8	$\frac{kN}{m^2}$
ส่วนของอาคารที่สูงเกิน 20 เมตร แต่ไม่เกิน 40 เมตร	120	$\frac{kg}{m^2}$	1.2	$\frac{kN}{m^2}$
ส่วนของอาคารที่สูงกว่า 40 เมตร	160	$\frac{kg}{m^2}$	1.6	$\frac{kN}{m^2}$

2.4 น้ำหนักบรรทุกกระแทก (Impact Load)

น้ำหนักบรรทุกกระแทก (Impact Load) เกิดจากน้ำหนักบรรทุกจรแบบเคลื่อนที่มากระทำกับโครงสร้างแบบทันทีทันใด เช่น รถยนต์แล่นขึ้นบนคอสะพาน โดยมาตรฐานการออกแบบของ AASHTO ได้กำหนดน้ำหนักบรรทุกกระแทกคำนวณได้จากสมการ 2.1

$$I = \frac{15.24}{L+38} \leq 0.3 \qquad \text{.....[2.1]}$$

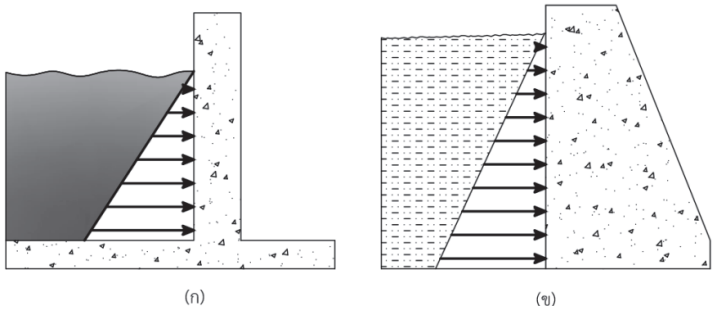
โดยที่ L = ช่วงความยาวของสะพาน มีหน่วยเป็น m

2.5 แรงแผ่นดินไหว (Earthquake Load)

แรงแผ่นดินไหว (Earthquake Load) เป็นแรงที่กระทำกับโครงสร้างอาคารในลักษณะส่งผ่านแรงโดยการเคลื่อนตัวของพื้นดินซึ่งจะสัมพันธ์กันกับการตอบสนองของโครงสร้างนั้นๆ กล่าวคือแรงแผ่นดินไหวทำให้เกิดการสั่นสะเทือนทั้งแนวราบและแนวดิ่ง แต่การสั่นตัวทางแนวดิ่งจะน้อยมากจึงไม่นำมาพิจารณา ผลของการสั่นตัวทางแนวราบจะทำให้เกิดแรงเฉือนขึ้นในเสา จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับมวลน้ำหนักและค่าความแข็งแกร่งของตัวโครงสร้างนั้นๆ ซึ่งรายละเอียดในการออกแบบน้ำหนักเนื่องจากแรงแผ่นดินไหวมีค่อนข้างมากในตำราเล่มนี้จะขอกล่าวไว้แบบคร่าวๆ พอเป็นที่เข้าใจ

2.6 แรงดันน้ำและดิน (Hydrostatic and Soil Pressures)

แรงดันน้ำและดิน (Hydrostatic and Soil Pressures) จะกระทำกับโครงสร้างในลักษณะแรงรูปสามเหลี่ยม กล่าวคือแรงจะกระทำมากที่สุดตรงฐานหรือส่วนล่างสุดของโครงสร้างและจะค่อยๆ ลดลงจนเป็นศูนย์ที่ผิวบนโครงสร้าง รูป ก แสดงโครงสร้างถักเก็บน้ำโดยมีแรงดันน้ำกระทำ รูป ข แสดงโครงสร้างเขื่อนกันดิน



รูปที่ 2.7 แสดงโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงดันน้ำ แรงดันดิน

2.7 การรวมน้ำหนักบรรทุก (Load Combinations)

จากที่ทำการอธิบายมาแล้วจะเห็นว่ามีน้ำหนักบรรทุกด้วยกันหลายประเภทที่จะมากระทำกับโครงสร้างที่เราออกแบบ ประกอบด้วย น้ำหนักบรรทุกตายตัว (D) , น้ำหนักบรรทุกจร (L) , น้ำหนักบรรทุกจรหลังคา (L_r) , แรงลม (W) , แรงแผ่นดินไหว (E) และน้ำหนักหิมะ (S) ทั้งนี้ตามข้อกำหนดในการออกแบบด้วยวิธีกำลัง ตามมาตรฐานของ ASCE ให้มีการรวมน้ำหนักบรรทุกเข้าด้วยกันโดยคูณค่าเฟกเตอร์แสดงดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 $1.4\,D$

กรณีที่ 2 $1.2\,D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S)$

กรณีที่ 3 $1.2\,D + 1.6(L_r \text{ or } S) + (L \text{ or } 0.5W)$

กรณีที่ 4 $1.2\,D + 1.0W + L + 0.5(L_r \text{ or } S)$

กรณีที่ 5 $1.2\,D + 1.0E + L + 0.2S$

ตามมาตรฐานของ วสท. (1008-38 : วิธีกำลัง) ประเทศไทย กำหนดให้ใช้น้ำหนักบรรทุกประลัยในการคำนวณออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็ก ดังนี้

กรณีที่ 1 $W_U = 1.4\,D + 1.7L$ สำหรับอาคารที่ไม่คิดแรงลม

กรณีที่ 2.1 $W_U = 0.75(1.4\,D + 1.7L \pm 1.7W)$ สำหรับอาคารที่คิดแรงลม

กรณีที่ 2.2 $W_U = 0.9\,D \pm 1.3W$ สำหรับอาคารที่คิดแรงลม

โดยให้เลือกใช้กรณีที่ให้ค่าน้ำหนักประลัยมากกว่า แต่ทั้งนี้ต้องไม่น้อยกว่า กรณีที่ 1

ตามกฎกระทรวง ฉบับที่ 6 (พ.ศ.2527) ออกตามความในพระราชบัญญัติควบคุมอาคาร พ.ศ. 2522 ได้กำหนดให้ใช้น้ำหนักบรรทุกประลัยในการคำนวณส่วนต่างๆของอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กตามทฤษฎีกำลังประลัยดังนี้

กรณีที่ 1	$W_U = 1.7\,D + 2.0L$	สำหรับอาคารที่ไม่คิดแรงลม
กรณีที่ 2.1	$W_U = 0.75(1.7\,D + 2.0L + 2.0W)$	สำหรับอาคารที่คิดแรงลม
กรณีที่ 2.2	$W_U = 0.9\,D + 1.3W$	สำหรับอาคารที่คิดแรงลม

โดยให้เลือกใช้กรณีที่ให้ค่าน้ำหนักประลัยมากกว่า แต่ทั้งนี้ต้องไม่น้อยกว่า กรณีที่ 1

ตัวอย่าง เสาโครงสร้างอาคารแห่งหนึ่งมีน้ำหนักกระทำตามแนวแกนดังนี้ น้ำหนักบรรทุกคงที่ $D = 400\ kN$, $L = 540\ kN$ และ $L_r = 90\ kN$ จงรวมน้ำหนักบรรทุกตามมาตรฐาน ASCE

วิธีทำ

กรณีที่ 1 $1.4\,D$

กรณีที่ 2 $1.2\,D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S)$

กรณีที่ 3 $1.2\,D + 1.6(L_r \text{ or } S) + (L \text{ or } 0.5W)$

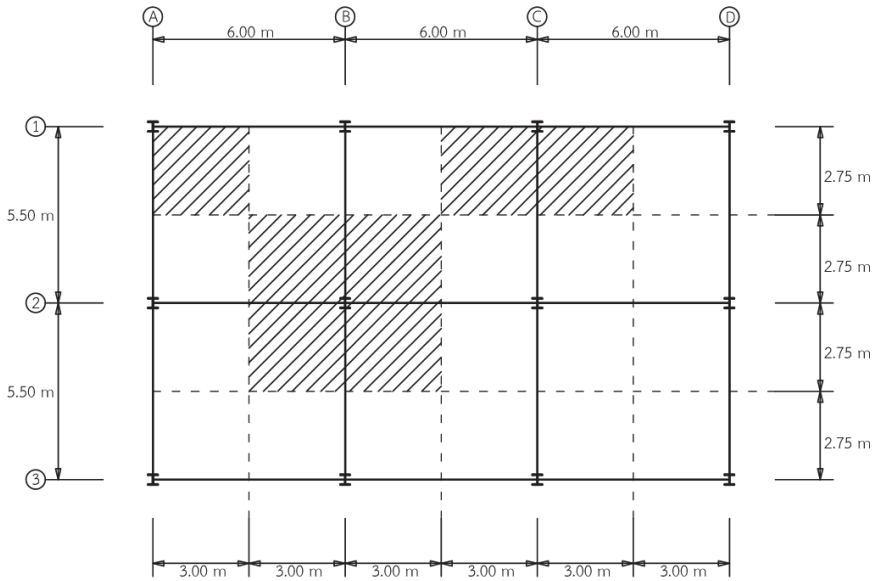
$$= 1.4(400) = 560\ kN$$

$$= 1.2\,(400) + 1.6(540) + 0.5(90) = 1389\ kN$$

$$= 1.2\,(400) + 1.6(90) + (540) = 1164\ kN$$

เลือกใช้ การรวมน้ำหนักบรรทุก กรณีที่ 2 ให้ค่าแรงตามแนวแกนลงสู่เสาที่ $1389\ kN$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2.3 จากแปลนโครงสร้างธนาคาร แสดงดังรูป 2.8 ใช้คานเหล็ก WF 300 x 94.0 มีพื้นที่หน้าตัด 119.8 cm^2 รับแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กหนา 15 cm มีวัสดุตกแต่งผิวหน้า $0.49\ \frac{kN}{m^2}$ โดยใต้แผ่นพื้นมีระบบฝ้าเพดาน ยิบซั่มฉาบเรียบโครงเคร่าโลหะ และที่คานขอบทั้งสี่ด้านรับน้ำหนักบรรทุกจากผนังก่ออิฐสูง 3.00 m คิดความหนาที่ 10 cm จงใช้วิธี Tributary area method คำนวณหาน้ำหนักบรรทุกประลัยตามแนวแกนที่กระทำกับเสา A_1 , B_2 , C_1 ใช้การรวมแรงตามมาตรฐานของ วสท.



รูปที่ 2.8

วิธีทำ

วิธี Tributary area method คือการหาพื้นที่รับน้ำหนักที่จะกระทำลงในเสาแต่ละต้น แสดงโดยพื้นที่แรเงา

หาน้ำหนักของแผ่นพื้นคอนกรีต $W_{slab} = (23.60)(15)(10^{-2})\ \frac{m \cdot kN}{m^3}$

คิดต่อพื้นที่ $W_{slab} = 3.54\ \frac{kN}{m^2}$

วัสดุตกแต่งผิวหน้า $W_{finishing} = 0.49\ \frac{kN}{m^2}$

น้ำหนักระบบฝ้าเพดาน คิดต่อพื้นที่ $W_{ceilings} = 0.48\ \frac{kN}{m^2}$

น้ำหนักคานเหล็ก $W_{steel} = (77.00)(119.8)(10^{-4})\ \frac{m^2 kN}{m^3}$

คิดต่อความยาว $W_{steel} = 0.922\ \frac{kN}{m}$

น้ำหนักผนัง ที่คานขอบ $W_{walls} = (1.89)(3)\ \frac{m \cdot kN}{m^2}$

คิดต่อความยาว $W_{walls} = 5.67\ \frac{kN}{m}$

น้ำหนักบรรทุกจร อาคารหอสมุด $W_L = 3.0\ \frac{kN}{m^2}$

หาน้ำหนักบรรทุกประลัย ลงเสา A_1

พื้นที่ A_1 $A_1 = (2.75)(3.00) = 8.25\ m^2$

ความยาวของคานขอบ $L_1 = 2.75 + 3.00 = 5.75\ m$

น้ำหนักบรรทุกคงที่

$$P_{DA_1} = [(3.54 + 0.49 + 0.48)(8.25)]\frac{m^2 \cdot kN}{m^2} + [(0.922 + 5.67)(5.75)]\frac{m \cdot kN}{m}$$

$$P_{DA_1} = 75.112\ kN$$

น้ำหนักบรรทุกจร $P_{LA_1} = (3.0)(8.25)\frac{m^2 \cdot kN}{m^2}$

$P_{LA_1} = 24.75\ kN$

น้ำหนักบรรทุกประลัยตามมาตรฐานของ วสท. $P_U = 1.4\ D + 1.7L$

น้ำหนักประลัยตามแนวแกน $P_U = [1.4\ (75.112) + 1.7(24.75)]\ kN$

คิดจำนวนเต็ม $P_U = 148\ kN$ **ตอบ**

หาน้ำหนักบรรทุกประลัย ลงเสา B_2

พื้นที่ B_2 $B_2 = (5.5)(6.00) = 33\ m^2$

ความยาวของคานใน $L_{2in} = 5.5 + 6 = 11.5\ m$

น้ำหนักบรรทุกคงที่

$$P_{DB_2} = [(3.54 + 0.49 + 0.48)(33)]\frac{m^2 \cdot kN}{m^2} + [(0.922)(11.5)]\frac{m \cdot kN}{m}$$

$$P_{DB_2} = 159.433\ kN$$

น้ำหนักบรรทุกจร $P_{LB_2} = (3.0)(33)\frac{m^2 \cdot kN}{m^2}$

$P_{LB_2} = 99\ kN$

น้ำหนักบรรทุกประลัยตามมาตรฐานของ วสท. $P_U = 1.4\ D + 1.7L$

น้ำหนักประลัยตามแนวแกน $P_U = [1.4\ (159.433) + 1.7(99)]\ kN$

คิดเป็นจำนวนเต็ม $P_U = 392\ kN$ **ตอบ**

หาน้ำหนักบรรทุกคงที่ ลงเสา C_1

พื้นที่ C_1 $C_1 = (2.75)(6.00) = 16.5\ m^2$

ความยาวของคานใน $L_{1in} = 2.75\ m$

ความยาวของคานขอบ $L_1 = 6\ m$

น้ำหนักบรรทุกคงที่

$$P_{DC_1} = [(3.54 + 0.49 + 0.48)(16.5)]\frac{m^2 \cdot kN}{m^2} + [(0.922 + 5.67)(6.00) + (0.922)(2.25)]\frac{m \cdot kN}{m}$$

$$P_{DC_1} = 116.042\ kN$$

น้ำหนักบรรทุกจร $P_{LC_1} = (3.0)(16.5)\frac{m^2 \cdot kN}{m^2}$

$P_{LC_1} = 49.5\ kN$

น้ำหนักบรรทุกประลัยตามมาตรฐานของ วสท. $P_U = 1.4\ D + 1.7L$

น้ำหนักประลัยตามแนวแกน $P_U = [1.4\ (116.042) + 1.7(49.5)]\ kN$

คิดเป็นจำนวนเต็ม $P_U = 247\ kN$ **ตอบ**

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องน้ำหนักบรรทุกบนโครงสร้าง
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร แรงลม น้ำหนักบรรทุกกระแทก แรงแผ่นดินไหว แรงดันน้ำและดิน และการรวมน้ำหนักบรรทุก
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 2 ในหนังสือแบบเรียนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 2 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 2
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 2
2. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 2 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 2 เรื่องน้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 2 เรื่องน้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 2 น้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล

บทที่ 2 น้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301 | **วิทยาลัย** .....

ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**..... | **ครู** .....

ที่	**รายการประเมิน**	***คะแนนแบบทดสอบ**		****คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้**		***ข้อที่**	****ข้อที่**
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	น้ำหนักบรรทุกคงที่						
2	น้ำหนักบรรทุกจร						
3	แรงลม						
4	น้ำหนักบรรทุกกระแทก						
5	แรงแผ่นดินไหว						
6	แรงดันน้ำและดิน						
7	การรวมน้ำหนักบรรทุก						
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		**รวม**	

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	**หน่วยที่ 3**
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา	สอนครั้งที่ 3-4/18
ชื่อเรื่อง น้ำหนักบรรทุกกระทำบนโครงสร้าง		จำนวน 6 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 สมการสมดุลสถิตยศาสตร์

1.2 คานอย่างง่าย

1.3 แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ

1.4 คานที่มีสมการเงื่อนไข

1.5 โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน

2. สาระสำคัญ

แรงปฏิกิริยา (Reaction) คือแรงที่เกิดขึ้นตรงจุดรองรับของโครงสร้าง การที่จะคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาได้ จะต้องใช้สมการสมดุลสถิตยศาสตร์ (Equations of Statics Equilibrium) เข้าช่วย ซึ่งในกรณีพิจารณาวัตถุในระนาบ (x-y plan) สมการสมดุลมีดังนี้

$$\sum \mathrm{Fx} = 0 \tag{3.1}$$

$$\sum \mathrm{Fy} = 0 \tag{3.2}$$

$$\sum \mathrm{M_{point}} = 0 \tag{3.3}$$

ในการคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาในโครงสร้างเสถียรภาพอย่างง่ายใดๆ จะมีขั้นตอนการทำ โดยขั้นตอนแรก คือการเขียนแบบร่างโครงสร้างและตามด้วยการเขียนรูปอิสระขึ้นมาจากนั้นจะเป็นขั้นตอนการสร้างสมการ ดังนี้

การพิจารณาเลือกสร้างสมการใดและคำนวณค่าจากสมการใดออกมาก่อนหรือหลังนั้น มีความสำคัญมาก ซึ่งจะขึ้นอยู่กับลักษณะของโครงสร้างและแรงที่มากระทำ โดยส่วนมากการสร้างสมการ (ก3) จะเลือกจุดหมุนตรงจุดที่แรงปฏิกิริยากระทำเสมอ

เมื่อได้ค่าแรงปฏิกิริยาทั้งหมดแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้อง โดยการสร้างสมการ (ก4) ขึ้นซึ่งเป็นสมการใช้หลักการของสมการ (3.3) คือต้องมีการเลือกจุดหมุน ซึ่งขั้นตอนนี้ไม่จำเป็นต้องเป็นจุดที่แรงปฏิกิริยารองรับ ถ้าสมการนี้เป็นจริงแสดงว่าค่าแรงปฏิกิริยาที่คำนวณได้ถูกต้อง

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการสมดุลสถิตยศาสตร์ คานอย่างง่าย แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ คานที่มีสมการเงื่อนไข โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน

2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการเกี่ยวกับสมการสมดุลสถิตยศาสตร์ คำนวณหาแรงปฏิกิริยาของคานอย่างง่าย คานที่มีแรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ คานที่มีสมการเงื่อนไข โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน

3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนเรื่อง สมการสมดุลสถิตยศาสตร์ คานอย่างง่าย แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ คานที่มีสมการเงื่อนไข โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน

4. สาระการเรียนรู้

4.1 สมการสมดุลสถิตยศาสตร์ (Equations of Statics Equilibrium)

สมการสมดุล (Equilibrium Equations) ในการคำนวณโครงสร้าง คือผลรวมของแรง และผลรวมของผลของแรง ที่กระทำกับวัตถุใดๆ เท่ากับศูนย์ เพื่อให้วัตถุนั้นอยู่ในสภาวะหยุดนิ่ง ในกรณีพิจารณาวัตถุในระนาบ (x-y plan) สมการสมดุลมีดังนี้

ผลรวมของแรงในแนวแกน x เท่ากับศูนย์ $\sum \mathrm{Fx} = 0$ (3.1)

ผลรวมของแรงในแนวแกน y เท่ากับศูนย์ $\sum \mathrm{Fy} = 0$ (3.2)

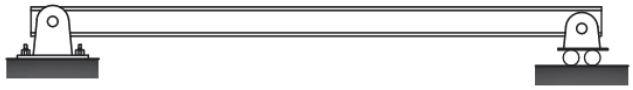
ผลรวมของผลของแรงหรือโมเมนต์ของแรงรอบจุดใดๆ เท่ากับศูนย์ $\sum \mathrm{M_{point}} = 0$ (3.3)

สมการ (3.1) (3.2) เป็นผลที่ได้จากแรงที่กระทำกับโครงสร้าง ในแนวขนานและตั้งฉากกับแกนสะเทินของโครงสร้าง สำหรับสมการ (3.3) ได้จากผลของแรงดังกล่าว หรือโมเมนต์ของแรงที่เกิดขึ้นกับโครงสร้าง โดยโมเมนต์จะหมุนรอบแกน Z ในผลรวมของแรงในแนวแกนหรือโมเมนต์ของแรงเท่ากับศูนย์

4.2 คานอย่างง่าย (Simply Beam)

คานอย่างง่าย (Simply Beam) คือคานที่ใช้วิธีการจำแนกแล้วทั้งสถิตยศาสตร์ภายนอกและภายในว่าเป็นแบบอย่างง่ายและมีความเสถียรภาพ แบ่งออกได้เป็น 3 ประเภทด้วยกันคือ

1. คานช่วงเดียวรองรับอย่างง่าย (Simply Supported Beam) เป็นคานช่วยเดียวมีจุดรอบรับปลายด้านหนึ่งเป็นแบบหมุด (Pin Support) และปลายอีกด้านหนึ่งเป็นแบบล้อเลื่อน (Roller Support) , ล้อโยก (Rocker) , แผ่นยางแข็ง (Elastomeric Pad) หรือ ข้อยึด(Link) อย่างใดอย่างหนึ่ง



(ก)

รูปที่ 3.1 (ก)

2. คานช่วงเดียวปลายยื่น (Overhanging Beam) เป็นคานช่วยเดียวมีจุดรอบรับปลายด้านหนึ่งเป็นแบบหมุด (Pin Support) ปลายด้านหนึ่งเป็นเป็นแบบล้อเลื่อน (Roller Support) , ล้อโยก (Rocker) , แผ่นยางแข็ง (Elastomeric Pad) หรือ ข้อยึด(Link) อย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งจะมีปลายข้างหนึ่ง หรือสองข้างคานจะยื่นออกมาเป็นปลายอิสระจากจุดรองรับ

(ข)

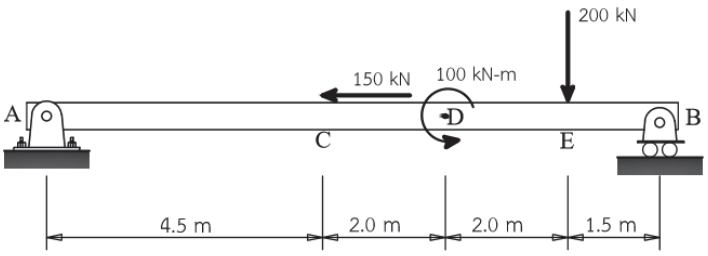
รูปที่ 3.1 (ข)

3. คานยื่น (Cantilevered Beam) ปลายด้านหนึ่งจะมีจุดรองรับแบบยึดแน่น (Fixed Support) ปลายด้านหนึ่งจะเป็นคานยื่นปลายอิสระ

(ค)

รูปที่ 3.1 (ค)

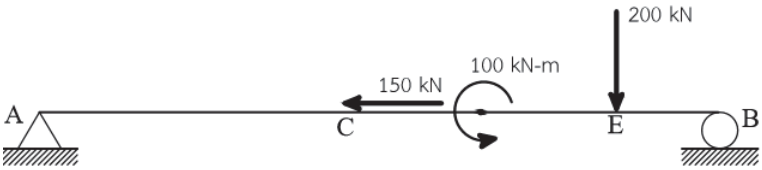
พิจารณารูปที่ 3.2 (ก) โจทย์ปัญหาแสดงคานช่วงเดียวมีจุดรองรับ ซึ่งเป็นโครงสร้างเสถียรภาพอย่างง่าย



(ก)

รูปที่ 3.2 (ก)

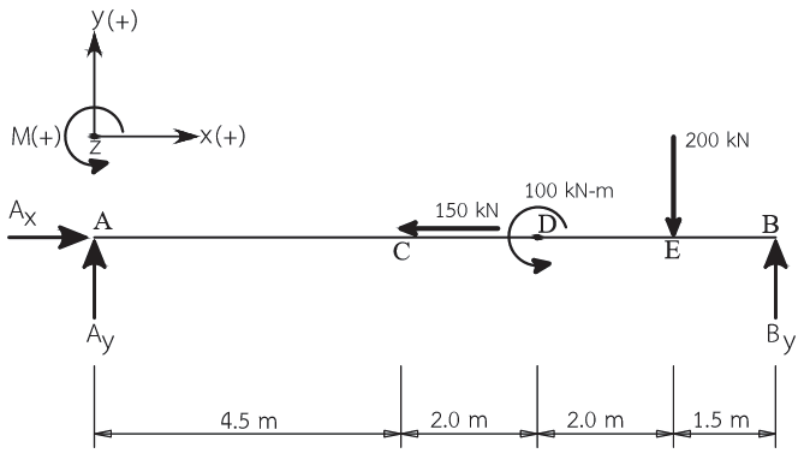
เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch) แสดงดังรูปที่ 3.2 (ข) ซึ่งจะแสดงระบบชุดของแรงภายนอกที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกบนโครงสร้าง และแบบร่างจุดรองรับ



(ข)

รูปที่ 3.1 (ข)

เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams) แสดงดังรูปที่ 3.2 (ค) ซึ่งจะแสดงเพิ่มขึ้นมาในส่วนของระบบชุดของแรงปฏิกิริยา จำนวนของแรงปฏิกิริยาจะเขียนขึ้นตามชนิดของจุดรองรับนั่นคือที่จุด A เป็นจุดรองรับแบบหมุด (Pin Support) ซึ่งจะมีตัวไม่รู้ค่า 2 ตัว คือแรงในแนวแกน x และ y ที่จุด B เป็นจุดรองรับแบบล้อเลื่อน (Roller Support) ซึ่งจะมีตัวไม่รู้ค่า 1 ตัว คือแรงในแนวแกน y ส่วนทิศทางของแรงปฏิกิริยาเราจะกำหนดให้เป็นทิศทางบวกไว้ก่อนเสมอ กล่าวคือตามสากลจะให้แรงในแนวแกน x ที่ชี้ทิศไปทางขวามือมีค่าเป็นบวก ส่วนตรงข้ามมีค่าเป็นลบ แรงในแนวแกน y ที่ชี้ทิศขึ้นด้านบนมีค่าเป็นบวก ส่วนตรงข้ามมีค่าเป็นลบ สำหรับโมเมนต์ที่หมุนรอบแกน z ที่จุดใดๆ บนโครงสร้างให้โมเมนต์ที่มีทิศทางการหมุนทวนเข็มนาฬิกาเป็นค่าบวก ส่วนการหมุนทิศทางตรงข้าม (ตามเข็มนาฬิกา) มีค่าเป็นลบ



(ค)

รูปที่ 3.2 (ค)

การหาค่าแรงปฏิกิริยาจะทำได้โดยใช้สมการสมดุลเข้าช่วยเหลือ นั่นคือ จาก (3.1) ผลรวมของแรงในแนวแกน x เท่ากับศูนย์หรือ $\sum \mathrm{Fx} = 0$ พิจารณารูปอิสระของโครงสร้าง รูป 3.2 (ค) แรงในแกน x มีอยู่ 2 แรงโดยทั้งสองแรงจะถูกนำมารวมกันตามเครื่องหมาย ภายใต้เงื่อนไขเท่ากับ ศูนย์ นั่นคือ

$$+\mathrm{A_x} - 150 = 0 \quad \mathrm{kN} \qquad (ก1)$$

จาก (3.2) ผลรวมของแรงในแนวแกน y เท่ากับศูนย์หรือ $\sum \mathrm{Fy} = 0$ พิจารณารูปอิสระของโครงสร้าง รูป 3.2 (ค) แรงในแกน y มีอยู่ 3 แรงโดยทั้งสามแรงจะถูกนำมารวมกันตามเครื่องหมาย ภายใต้เงื่อนไขเท่ากับ ศูนย์ นั่นคือ

$$+\mathrm{A_y} + \mathrm{B_y} - 200 = 0 \quad \mathrm{kN} \qquad (ก2)$$

จาก (3.3) ผลรวมของผลของแรงหรือโมเมนต์ของแรงที่จุดใดๆ เท่ากับศูนย์ $\sum \mathrm{M_{point}} = 0$ พิจารณารูปอิสระของโครงสร้าง รูป 3.2 (ค) ในการคำนวณเกี่ยวกับโมเมนต์ของแรงที่เกี่ยวข้องกับวิชาทฤษฎีโครงสร้างจะเป็นการคำนวณหาโมเมนต์รอบจุดใดๆ ดังนั้นเราจะต้องกำหนดจุดที่ต้องการคำนวณหาโมเมนต์ขึ้นมา ในที่นี้

จะทำการกำหนดจุดหมุนขึ้นที่จุด A นั่นหมายความว่าแรงหรือโมเมนต์ใดๆก็ตามที่ทำให้จุด A เกิดการหมุนได้ ให้นำมารวมกันตามเครื่องหมาย ภายใต้เงื่อนไขเท่ากับ ศูนย์

$$+B_y(10) - 200(8.5) + 100 = 0 \quad \text{kN} \qquad (ก3)$$

จากทั้งสามสมการจะพบว่า (ก1) (ก3) คือสมการตัวแปรเดียวสามารถหาค่าออกมาได้ง่าย แต่ (ก2) เป็นสมการ 2 ตัวแปร จะหาค่าออกมาได้ยาก และยังพบว่า (ก2) และ (ก3) มีความสัมพันธ์กันคือเป็นสมการที่มีตัวแปรไม่รู้ค่าร่วมกันคือ B_y ซึ่งถ้าเราจัดระเบียบวิธีการคำนวณใหม่โดยคำนวณสมการ (ก3) ก่อนเพื่อให้ได้ค่า B_y แล้วนำค่าที่ได้มาแทนในสมการ (ก2) ก็จะได้ค่า A_y แสดงวิธีการคำนวณ ดังนี้

$$+B_y(10) - 200(8.5) + 100 = 0 \ (\text{kN} \cdot \text{m})$$

$$+B_y(10) - 1600 = 0 \ (\text{kN} \cdot \text{m})$$

$$+B_y = \frac{1600}{10}\left(\frac{\text{kN}\cdot\text{m}}{\text{m}}\right)$$

ค่าตัวแปรที่คำนวณค่าออกมา $+B_y = 160 \ \text{kN}$

นำค่าตัวแปรที่ได้ลงแทนใน (ก2) $+A_y + 160 - 200 = 0 \quad \text{kN}$

$$+A_y - 40 = 0 \quad \text{kN}$$

ค่าตัวแปรที่คำนวณค่าออกมา $+A_y = 40 \ \text{kN}$

ส่วนสมการ (ก1) มีความเป็นอิสระต่อสมการทั้งสองจึงสามารถคำนวณค่าออกมาได้โดยไม่ต้องเกี่ยวข้องกับค่าตัวแปรจากสมการอื่น แสดงวิธีการคำนวณดังนี้

$$+A_x - 150 = 0 \quad \text{kN}$$

ค่าตัวแปรที่คำนวณค่าออกมา $+A_x = 150 \ \text{kN}$

ในการสร้างสมการ (3.3) หรือ $\sum M_{point} = 0$ ซึ่งที่นี้จะได้สมการ (ก3) ออกมาโดยเลือกจุด A เป็นจุดหมุนนั้นมีนัยสำคัญอยู่ในตัวคือเมื่อจุด A เป็นจุดหมุน จะทำให้แรง A_y ถูกละทิ้งไปได้เพราะแรง A_y จะไม่ทำให้จุด A เกิดการหมุนจึงไม่นำมาคิด ทำให้สมการ (ก3) ที่ได้มีตัวไม่รู้ค่าแค่ตัวเดียวคือ B_y ทำให้แก้สมการออกมาได้ง่าย เช่นกันถ้าเรากำหนดจุดหมุนที่ B ก็จะทำให้เราได้สมการมีตัวแปรตัวเดียวเช่นกันคือ A_y ซึ่งสังเกตว่าการกำหนดจุดหมุนทั้ง A และ B เพื่อให้ได้มาซึ่งสมการตัวแปรเดียวเป็นการกำหนดจุดหมุนตรงจุดรองรับนั่นเอง

ถ้าเราทดลองกำหนดจุดหมุนที่จุดอื่นที่ไม่ใช่จุดรองรับ ลองเลือกจุด D จะได้ว่า

เงื่อนไข $\sum M_D = 0$ ทิศทางบวก

$$100 - 200(2) + B_y(3.5) - A_y(6.5) = 0 \quad (\text{kN} \cdot \text{m})$$

$$-300 + B_y(3.5) - A_y(6.5) = 0 \quad (\text{kN} \cdot \text{m})$$

$$+B_y(3.5) - A_y(6.5) = 300 \quad (\text{kN} \cdot \text{m}) \qquad (ก4)$$

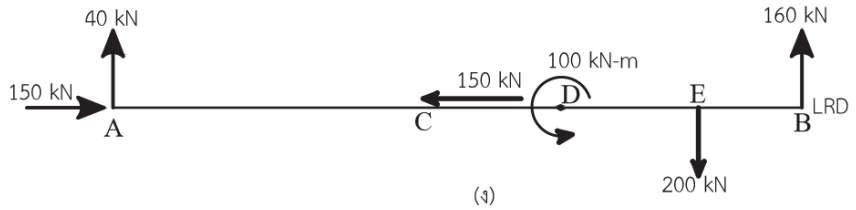
สมการ (ก4) ที่ได้จะเป็นสมการสองตัวแปรซึ่งจะแก้สมการออกมาได้ยาก นี้คือเหตุผลที่เราจำเป็นต้องกำหนดจุดหมุนที่จุดรองรับ แต่อย่างไรก็ดี การสร้างสมการ (ก4) ขึ้นมาก็มีประโยชน์เพราะเราสามารถนำเอาค่า A_y และ B_y มาแทนลงในสมการ เพื่อเป็นการตรวจสอบค่าตัวแปรที่เราคำนวณหาได้ ว่ามีความถูกต้องหรือไม่ซึ่งตามทฤษฎี จากชุดของแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกและแรงเนื่องจากแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ ไม่ว่าจะคำนวณหาโมเมนต์ที่จุดๆ ใดของคาน สมการจะต้องเป็นจริง

$$+(160)(3.5) - (40)(6.5) = 300 \quad (\mathrm{kN \cdot m})$$

สมการ (ก4) เป็นจริง $$300 = 300 \quad (\mathrm{kN \cdot m})$$

ข้อสังเกตอย่างหนึ่งในการสร้างสมการ (ก4) จะพบว่าเมื่อเราเลือกจุด D เป็นจุดหมุน แต่ที่จุด D มีโมเมนต์กระทำอยู่ เท่ากับ $100\ \mathrm{kN \cdot m}$ หมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา เราจะต้องนำโมเมนต์ดังกล่าวมาทำการคำนวณด้วย โดยคิดเครื่องหมายตามทิศทางบวก ซึ่งผู้อ่านบางท่านอาจเกิดความสับสนว่าเมื่อเลือกจุดหมุนที่จุดใด แรงที่กระทำตรงจุดนั้นจะต้องไม่นำมาคิด ซึ่งไม่เป็นความจริงเสมอไป และในโครงสร้างคานยังมีแรง $150\ \mathrm{kN}$ และแรง A_x กระทำอยู่ แต่เราไม่ต้องนำแรงเหล่านี้มาคิด เพราะเป็นแรงที่ไม่ทำให้จุด D หมุน ดังนั้นเราควรจำว่า เมื่อกำหนดจุดหมุนจุดใดก็ตามให้นำแรงที่ทำให้จุดนั้นๆ เกิดการหมุนมาคิดคำนวณทั้งหมดโดยยึดเครื่องหมายตามทิศทางบวกดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

เมื่อเราคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาและได้ตรวจสอบความถูกต้องแล้ว เราจะนำแรงเนื่องจากจุดรองรับและแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกมาเขียนเป็นแผนภาพน้ำหนักบรรทุกและแรงปฏิกิริยา : LRD. (Load and Reaction Diagram) แสดงดังรูปที่ 3.2 (ง)

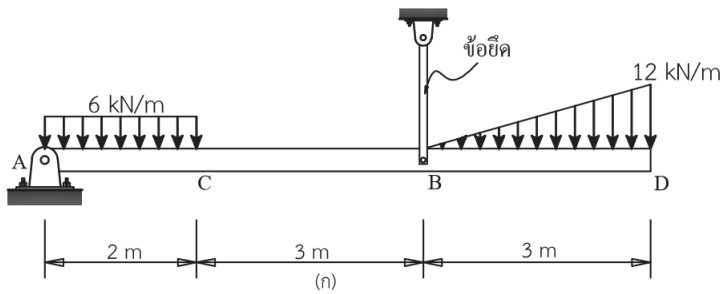


(ง)

3.3 แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงไม่สม่ำเสมอ (Non - Uniformly Distributed Load)

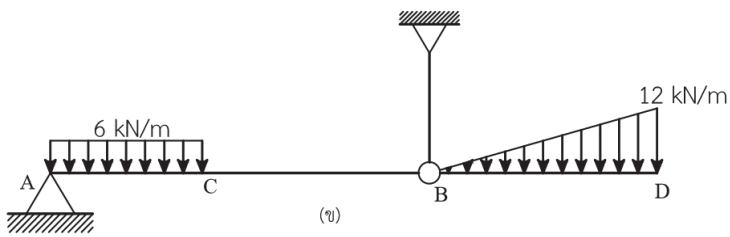
แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงไม่สม่ำเสมอ (Non - Uniformly Distributed Load) ได้จากการประยุกต์น้ำหนักที่มากระทำกับโครงสร้างในลักษณะกระจายเป็นบริเวณในลักษณะค่อยๆ เพิ่มขึ้นหรือลดลงแบบไม่สม่ำเสมอตลอดพื้นที่นั้นๆ เช่น น้ำหนักจากแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กสองทาง แรงดันจากน้ำ แรงดันจากดิน เป็นต้น

ตัวอย่าง คานช่วงเดียวปลายยื่นรับน้ำหนักบรรทุกภายนอก แสดงดังรูปที่ 3.6 (ก) จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และข้อยึด B



รูปที่ 3.6

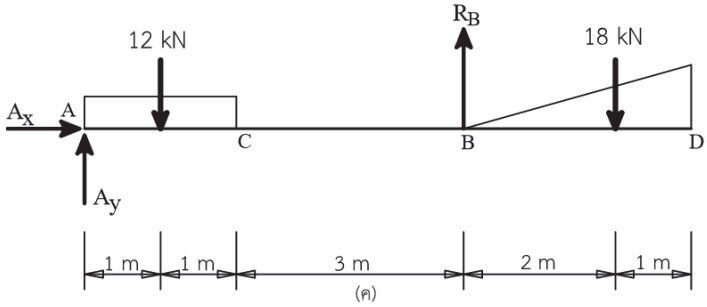
วิธีทำ เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch)



ขั้นตอนที่ 1 เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams)

พิจารณาแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจาย $\mathrm{W} = 12\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$ ทำให้เป็นแรงกระทำแบบจุด ดังนี้ $\mathrm{P} = \left(\frac{1}{2}\right)(3)(12) = 18\ \mathrm{kN}$ ซึ่งมาจากสูตรหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั่นเอง

โดยแรงกระทำแบบจุดจะกระทำตรงจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือที่ด้านซ้ายมือ มีระยะ $\left(\frac{2}{3}\right)(3) = 2\ \mathrm{m}$ ที่ด้านขวามือมีระยะ $\left(\frac{1}{3}\right)(3) = 1\ \mathrm{m}$



ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมการสมดุล (ก1) , (ก3) และ (ก2)

$\sum Fx = 0 \quad \rightarrow \qquad A_x = 0 \quad kN$ (ก1)

$\sum M_B = 0 \quad \circlearrowleft \qquad R_B(5) - 18(7) - 12(1) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad A_y + R_B - 12 - 18 = 0 \quad kN$ (ก2)

ขั้นตอนที่ 3 แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ (ก1) , (ก3) และ (ก2)

$A_x = 0 \ kN$ **ตอบ**

$R_B = 27.6 \quad kN$ **ตอบ**

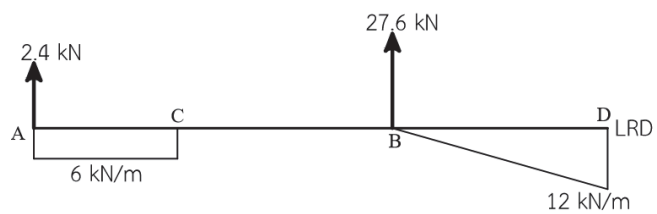
$A_y = 2.4 \quad kN$ **ตอบ**

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบความถูกต้อง เลือกจุด D

$\sum M_D = 0 \quad \circlearrowleft \qquad -2.4(8) + 12(7) - 27.6(3) + 18(1) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก4)

$0 = 0$ สมการเป็นจริง

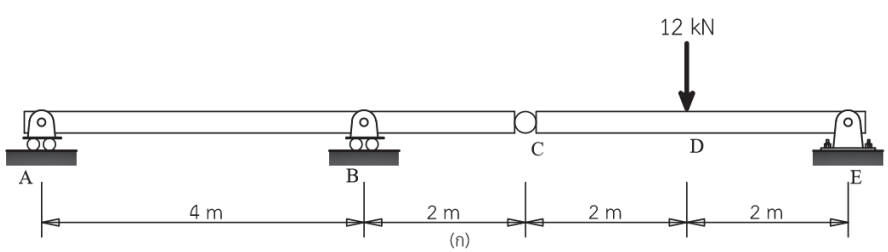
ขั้นตอนที่ 5 เขียนแผนภาพน้ำหนักบรรทุกและแรงปฏิกิริยา



3.4 คานที่มีสมการเงื่อนไข (Equation of Condition with on Beam)

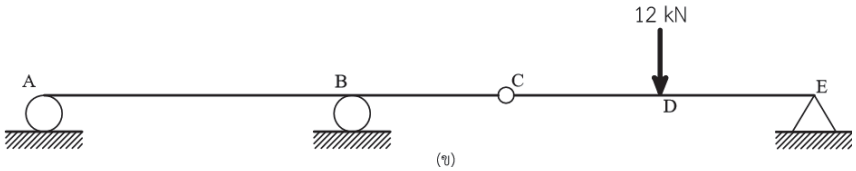
จากที่เราได้คำนวณหาแรงปฏิกิริยาของคานอย่างง่ายมาแล้ว ต่อไปเราจะคำนวณคานที่มีสมการเงื่อนไข ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นคานอย่างยากแต่เมื่อมีจำนวนตัวเงื่อนอยู่ในคานแล้วทำให้เป็นคานอย่างง่ายขึ้นมา

ตัวอย่าง คาน แสดงดังรูปที่ 3.8 (ก) จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และ B

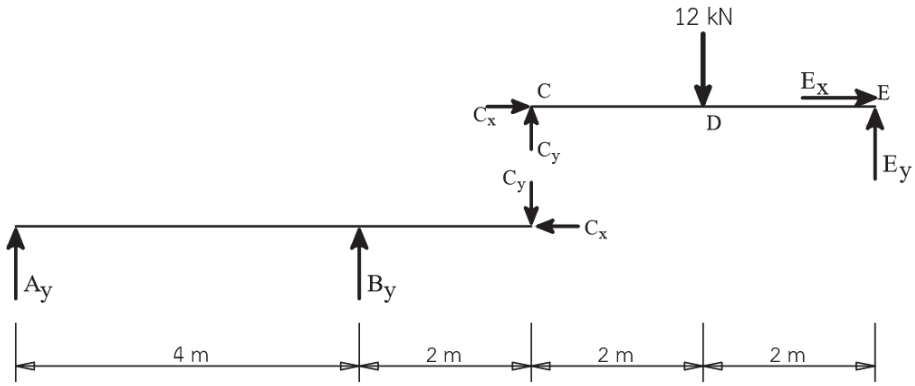


รูปที่ 3.8

วิธีทำ เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch)



ขั้นตอนที่ 1 เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams)



ขั้นตอนที่ 2 พิจารณาช่วงคาน C-E สร้างสมการสมดุล (ก3) และ (ก2)

$\sum M_C = 0$ $\quad E_y(4) - 12(2) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

$\sum Fy = 0$ $\quad E_y + C_y - 12 = 0 \quad kN$ (ก2)

ขั้นตอนที่ 3 แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ (ก3) และ (ก2)

$E_y = 6 \quad kN$ **ตอบ**

$C_y = 6 \quad kN$ **ตอบ**

ย้อนกลับมาขั้นตอนที่ 2 พิจารณาช่วงคาน A-C สร้างสมการสมดุล (ก1) , (ก3) และ (ก2)

$\sum Fx = 0$ $\quad C_x = 0 \quad kN$ (ก1)

$\sum M_A = 0$ $\quad B_y(4) - 6(6) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

$\sum Fy = 0$ $\quad A_y + B_y - 6 = 0 \quad kN$ (ก2)

ทำขั้นตอนที่ 3 อีกครั้ง แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ (ก1) , (ก3) และ (ก2)

$C_x = 0 \quad kN$ **ตอบ**

$B_y = 9 \quad kN$ **ตอบ**

$A_y = -3 \quad kN$ **ตอบ**

แรงปฏิกิริยา A_y เป็นลบ แสดงว่าทิศทางที่เราสมมติไว้ตอนต้นเป็นทิศทางบวกผิด ทิศทางที่แท้จริงจะเป็นหัวลูกศรลง

ย้อนกลับมาขั้นตอนที่ 2 พิจารณาช่วงคาน C-E สร้างสมการสมดุล (ก1)

$$\sum Fx = 0 \quad \longrightarrow \quad C_x + E_x = 0 \quad kN \qquad (ก1)$$

ทำขั้นตอนที่ 3 อีกครั้ง แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก1)

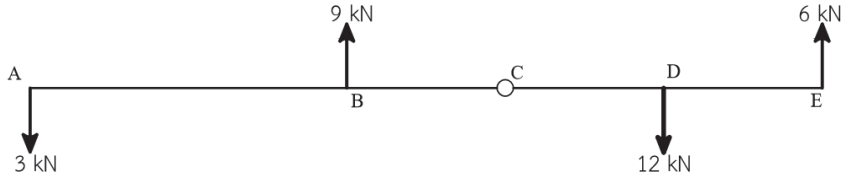
$$E_x = 0 \quad kN$$ **ตอบ**

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบความถูกต้อง เลือกจุด A

$$\sum M_A = 0 \quad \circlearrowright \quad 9(4) - 12(8) + 6(10) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก4)$$

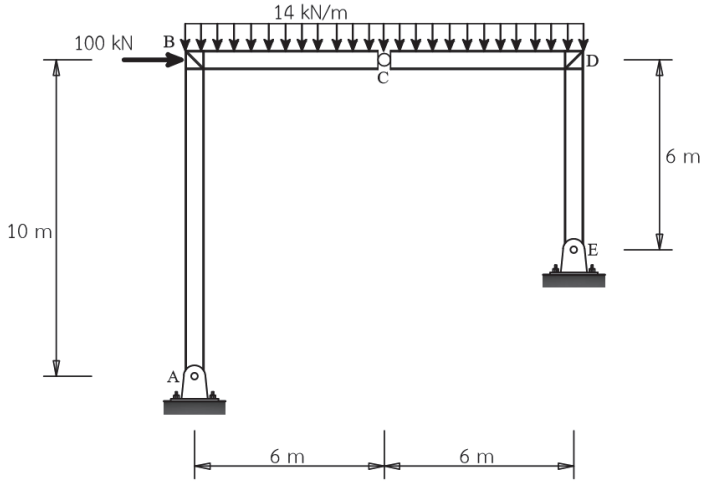
$$0 = 0$$ สมการเป็นจริง

ขั้นตอนที่ 5 เขียนแผนภาพน้ำหนักบรรทุกและแรงปฏิกิริยา (LRD)



(ง)

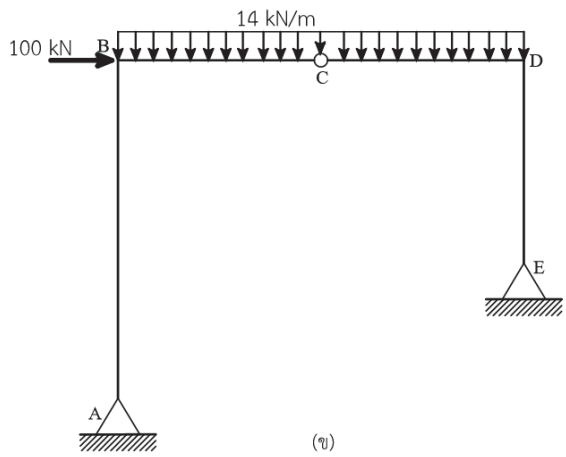
ตัวอย่าง โครงข้อแข็งแสดงดังรูปที่ 3.11 (ก) จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ



(ก)

รูปที่ 3.11

วิธีทำ เขียนแบบร่างโครงสร้าง (Sketch)



(ข)

ขั้นตอนที่ 1 เขียนรูปอิสระ (Free-Body Diagrams)

ขั้นตอนที่ 2 พิจารณาคานช่วง A-C สร้างสมการสมดุล (ก3)

$\sum M_C = 0$ $\quad -A_y(6) + A_x(10) + 84(3) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3-1)

พิจารณาคานช่วง A-E (ทั้งโครงสร้าง) สร้างสมการสมดุล (ก3)

$\sum M_C = 0$ $\quad -A_y(12) + A_x(4) - 100(6) + 84(9) + 84(3) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3-2)

ขั้นตอนที่ 3 แก้สมการหาค่าตัวแปร จัดรูปสมการ

$$6A_y - 10A_x = 252 \quad (kN \cdot m) \qquad \text{(ก3-1)}$$

$$12A_y - 4A_x = 408 \quad (kN \cdot m) \qquad \text{(ก3-2)}$$

นำ 2 คูณเข้ากับ (ก3-1)

$$12A_y - 20A_x = 504 \quad (kN \cdot m) \qquad \text{(ก3-3)}$$

นำ (ก3-3) - (ก3-2)

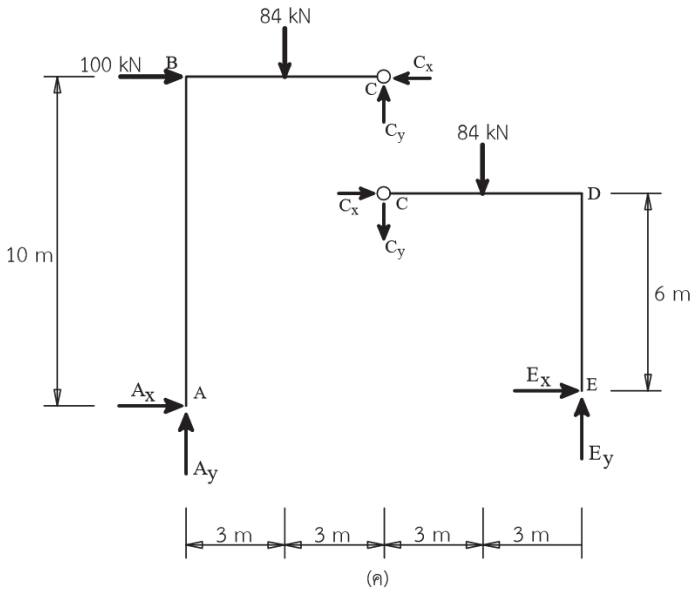
$$-16A_x = 96 \quad (kN \cdot m)$$

$$A_x = -6 \quad kN$$

นำ A_x แทนลงใน (ก3-1)

$$6A_y - 10(-6) = 252 \quad (kN \cdot m)$$

$$A_y = 32 \quad kN$$



(ค)

ย้อนกลับทำขั้นตอนที่ 2 พิจารณาทั้งโครงสร้าง สร้างสมการสมดุล (ก1) และ (ก2)

$\sum Fx = 0 \quad \longrightarrow \quad A_x + E_x + 100 = 0 \quad kN$ (ก1)

$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \quad A_y + E_y - 84 - 84 = 0 \quad kN$ (ก2)

ย้อนกลับทำขั้นตอนที่ 3 แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ (ก1) และ (ก2)

$E_x = -94 \ kN$ **ตอบ**

$E_y = 136 \ kN$ **ตอบ**

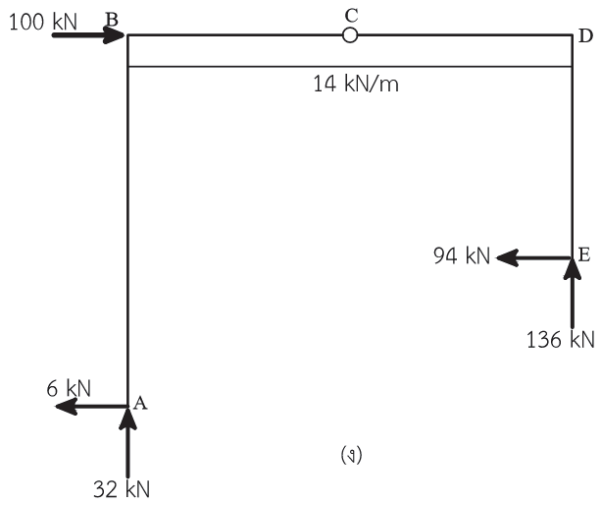
แรงปฏิกิริยา A_x เป็นลบ แสดงว่าทิศทางที่แท้จริงจะเป็นหัวลูกศรไปทางขวาเช่นเดียวกับแรง E_x

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบความถูกต้อง เลือกจุด E

$\sum M_E = 0 \quad \circlearrowright \quad -32(12) - 6(4) - 100(6) + 14(12)(6) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก4)

$0 = 0$ สมการเป็นจริง

ขั้นตอนที่ 5 เขียนคำตอบในรูปอิสระ (การเขียนแผนภาพ LRD ในโครงข้อแข็ง จะอธิบายในบทที่ 5)



(ง)

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องแรงปฏิกิริยา
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับสมการสมดุลสถิตยศาสตร์ คานอย่างง่าย แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ คานที่มีสมการเงื่อนไข โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน

4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 3 ในหนังสือแบบเรียนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 3 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 3
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 3
2. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 3 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 3 เรื่องแรงปฏิกิริยา

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 3 เรื่องแรงปฏิกิริยา

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 3 แรงปฏิกิริยา

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล
บทที่ 3 แรงปฏิกิริยา

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301				**วิทยาลัย**			
ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**.....				**ครู**			
ที่	**รายการประเมิน**	***คะแนนแบบทดสอบ**		****คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้**		***ข้อที่**	****ข้อที่**
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	สมการสมดุลสถิตยศาสตร์						
2	คานอย่างง่าย						
3	แรงกระทำแบบกระจายเพิ่มขึ้นหรือลดลงสม่ำเสมอ						
4	คานที่มีสมการเงื่อนไข						
5	โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุน						
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				**100**		**รวม**	

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	หน่วยที่ 4
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย โครงข้อหมุน	สอนครั้งที่ 5-7/18
ชื่อเรื่อง โครงข้อหมุน		จำนวน 9 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 โครงข้อหมุน

1.2 การวิเคราะห์โครงข้อหมุน

1.3 วิธีจุดต่อ

1.4 แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์

1.5 วิธีภาคตัด

1.6 การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม

1.7 โครงข้อหมุน 3 มิติ

2. สาระสำคัญ

โครงข้อหมุน (Truss) เป็นโครงสร้างที่ประกอบด้วยชิ้นส่วนที่เป็นท่อนหรือแท่งตรงเรียวยาวโยงยึดกันเป็นรูปสามเหลี่ยม ยึดติดกันด้วยการเชื่อมหรือใช้สลักเกลียว รับแรงตามแนวแกน (Axis Force) จะมีแรงอยู่ 2 ชนิด คือแรงดึง (Tensile Force) และแรงอัด (Compression Force)

วิธีจุดต่อ (Method of Joint) เป็นวิธีพื้นฐานของการวิเคราะห์แรงภายในโครงข้อหมุนทำโดยการพิจารณาแรงภายในในแต่ละจุดต่อ โดยมีการอ้างอิงต่อแกนพิกัดฉากของโครงข้อหมุน (Global Coordinate) หรืออ้างอิงแกนพิกัดฉากของชิ้นส่วน (Local Coordinate) จากนั้นจะสร้างสมการสมดุล ก1 และ ก2 แก้สมการหาค่าตัวแปรออกมาก

สมการ ก1 ผลรวมของแรงในแนวแกน x เท่ากับศูนย์ $\sum \mathrm{Fx} = 0$

สมการ ก2 ผลรวมของแรงในแนวแกน y เท่ากับศูนย์ $\sum \mathrm{Fy} = 0$

วิธีภาคตัด (Method of Section) ตัดรูปของโครงข้อหมุนตามแนวตัดหนึ่งทำให้โครงข้อหมุนถูกแบ่งออกเป็นสองส่วนโดยแนวของภาคตัดจะกระทำผ่านชิ้นส่วนที่ต้องการทราบค่า จากนั้นพิจารณาสมการสมดุลเข้าใช้หาแรงภายในชิ้นส่วนที่ถูกตัดผ่าน โดยจะหาจากโครงข้อหมุนเพียงส่วนเดียวที่ถูกเลือกพิจารณา (ด้านซ้ายหรือขวา)

สมการสมดุลที่จะใช้หาค่าในวิธีนี้จะสามารถใช้ได้ทั้งสามสมการ นั่นคือ สามารถใช้สมการ ก1 สมการ ก2 และ ก3 แก้สมการหาค่าตัวแปรออกมาก

สมการ ก3 ผลรวมของผลของแรงหรือโมเมนต์ของแรงรอบจุดใดๆ เท่ากับศูนย์ $\sum \mathrm{M}_{\mathrm{point}} = 0$

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงข้อหมุน การวิเคราะห์โครงข้อหมุน วิธีจุดต่อ แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์ วิธีภาคตัด การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม โครงข้อหมุน 3 มิติ

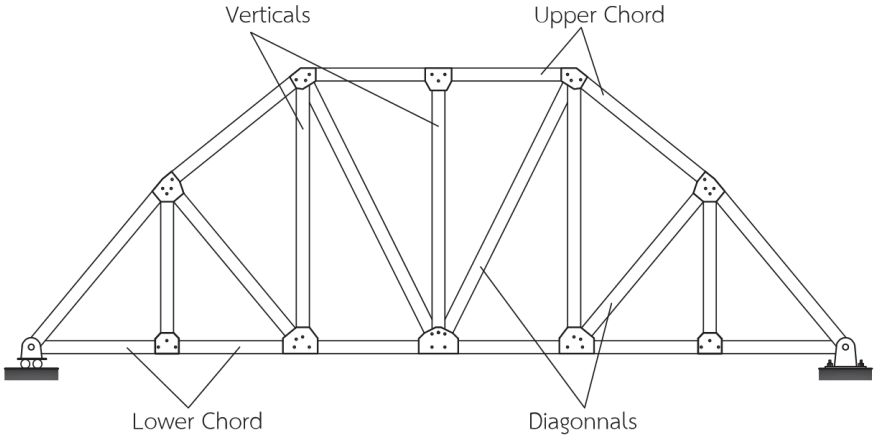
2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการโครงข้อหมุน การวิเคราะห์โครงข้อหมุนโดยวิธีจุดต่อ การหาแรงภายในชิ้นส่วนที่เป็นศูนย์ การวิเคราะห์โครงข้อหมุนโดยวิธีภาคตัด การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสมและโครงข้อหมุน 3 มิติ

3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องโครงข้อหมุน การวิเคราะห์โครงข้อหมุน วิธีจุดต่อ แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์ วิธีภาคตัด การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม โครงข้อหมุน 3 มิติ

4. สาระการเรียนรู้

4.1 โครงข้อหมุน (Truss)

พิจารณารูปที่ 4.1 เป็นแบบจำลองโครงข้อหมุนแบบ Pattern มีจุดรองรับด้านหนึ่งเป็นแบบล้อเลื่อนและอีกด้านหนึ่งเป็นแบบหมุด โครงสร้างดังกล่าวจะใช้สำหรับสะพานมีชิ้นส่วนประกอบด้วยแท่งตรง ชิ้นส่วนขอบด้านล่างจะเรียกว่า Lower Chord ชิ้นส่วนขอบด้านบนจะเรียกว่า Upper Chord ชิ้นส่วนด้านในจะมี 2 ประเภท คือชิ้นส่วนแนวตั้ง เรียกว่า Vertical และชิ้นส่วนแนวเอียงเรียกว่า Diagonnals ในส่วนของชิ้นส่วนในแนวตั้งมักมีระยะห่างกัน 3 m - 7 m หรือมากกว่านั้น ส่วนชิ้นส่วนแนวเอียงนิยมใช้เป็นค่ามุมที่ลงตัวที่ 45°, 60° หรือใช้เป็นค่าความชันที่ 3 : 4 หรือ 4 : 3

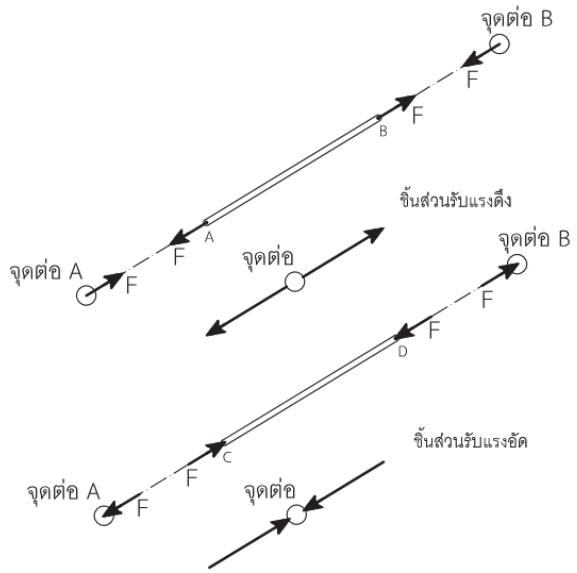


รูปที่ 4.1

4.2 การวิเคราะห์โครงข้อหมุน (Analysis of Truss)

โดยหลักการวิเคราะห์จะมีข้อสมมติฐานไว้ดังนี้

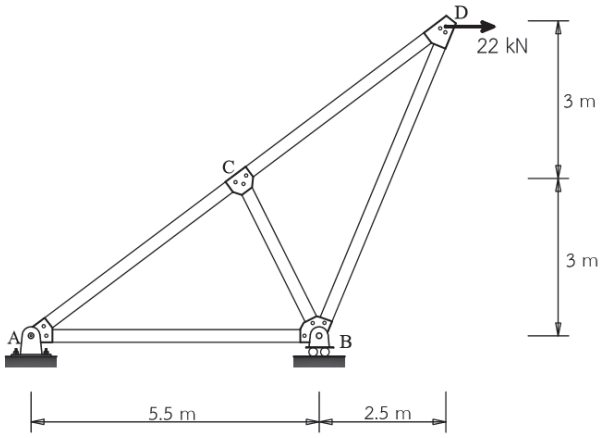
แรงตามแนวแกน (Axis Force) จะมีแรงอยู่ 2 ชนิด คือแรงดึง (Tensile Force) และแรงอัด (Compression Force) โดยแรงดึงจะเขียนทิศทางแทนด้วยหัวลูกศรชี้ทิศออกจากจุดต่อ ส่วนแรงอัดจะเขียนทิศทางแทนด้วยหัวลูกศรชี้ทิศเข้าหาจุดต่อ แสดงดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5

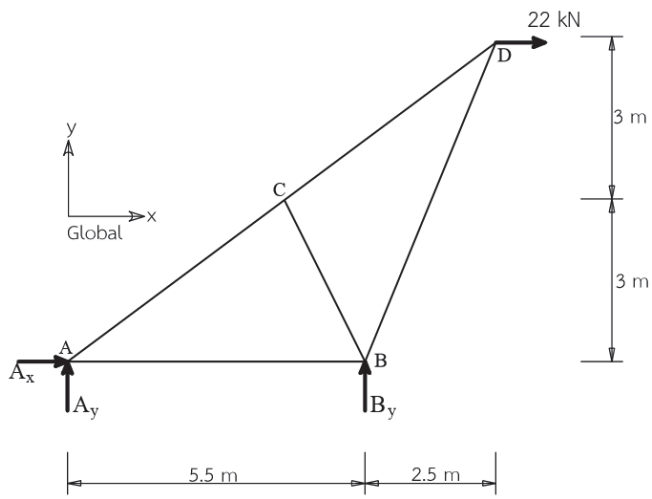
4.3 วิธีจุดต่อ (Method of Joint)

พิจารณารูปที่ 4.7 ประกอบ โครงข้อหมุนอย่างง่ายทั้งสถิตยศาสตร์ภายนอกและสถิตยศาสตร์ภายในในการคำนวณหาค่าแรงภายในโดยวิธีจุดต่อมีหลักการพิจารณาดังนี้



รูปที่ 4.7

ขั้นตอนที่ 1 ทำการคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ เขียนรูปอิสระของโครงข้อหมุน แสดงดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8

สร้างสมการสมดุล

$\sum Fx = 0 \quad \rightarrow \quad A_x + 22 = 0 \quad kN$ (ก1)

$\sum M_A = 0 \quad \circlearrowright \quad B_y(5.5) - 22(6) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \quad A_y + B_y = 0 \quad kN$ (ก2)

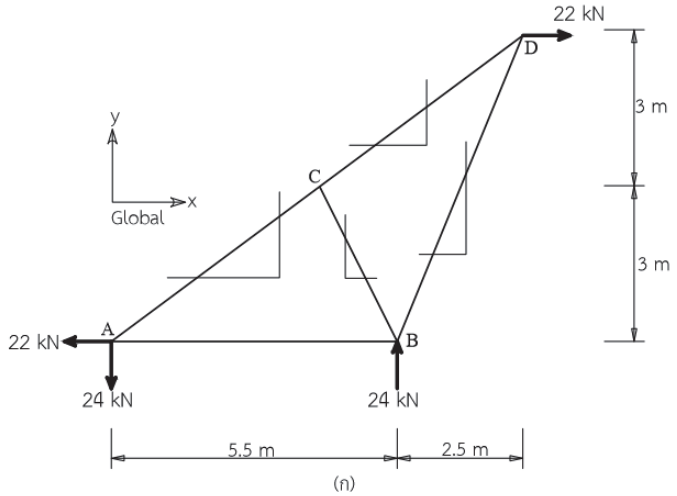
แก้สมการหาค่าตัวแปร

$$A_x = -22 \ kN$$

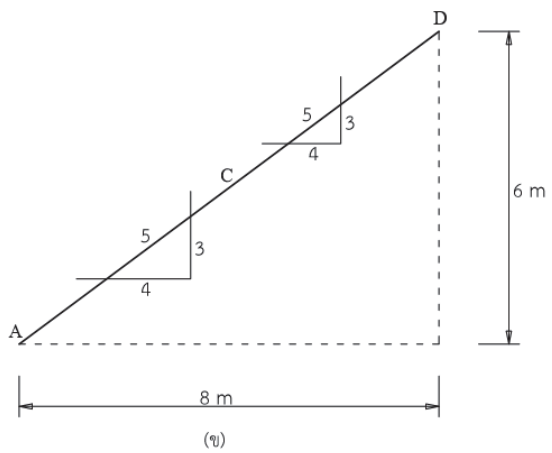
$$B_y = 24 \quad kN$$

$$A_y = -24 \quad kN$$

ขั้นตอนที่ 2 หาค่าความชัน

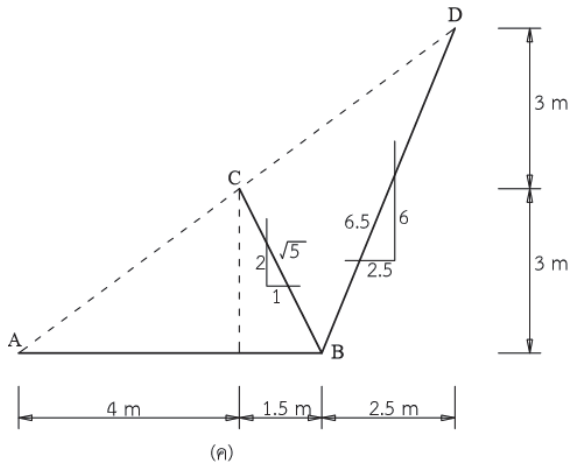


รูปที่ 4.9 (ก)



รูปที่ 4.9

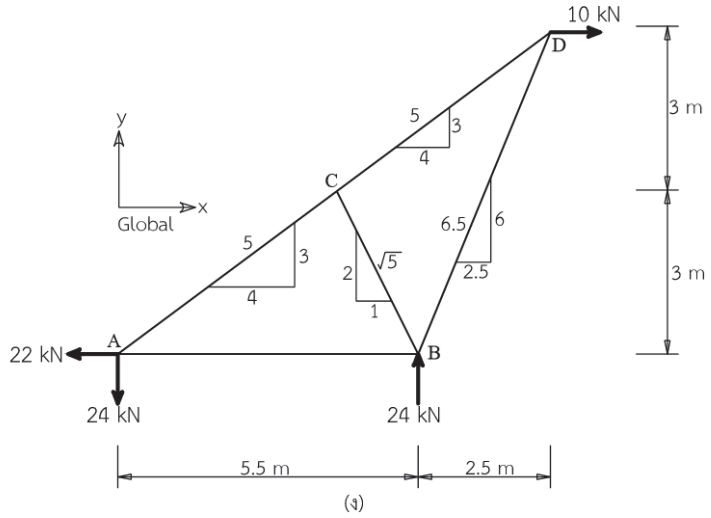
จากรูปที่ 4.9 (ข) ค่าความชัน (Slope) ของเส้นตรงเอียง ACD หาได้จาก $\mathrm{m} = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$ หรือ $\frac{6}{8}$ ใช้ 2 ตัด จะได้ว่า $\frac{3}{4}$ ค่าระยะแนวเอียงหาได้จากตรีโกณมิติ $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$



รูปที่ 4.9 (ค)

จากรูปที่ 4.9 (ค) ค่าความชัน (Slope) ของเส้นตรงเอียง BD หาได้จาก $\frac{6}{2.5}$ และไม่มีค่าไหนตัดได้ ค่าระยะแนวเอียงหาได้จาก $\sqrt{2.5^2 + 6^2} = 6.5$

ค่าความชัน (Slope) ของเส้นตรงเอียง CB หาได้จาก $\frac{3}{1.5}$ ใช้ 1.5 ตัด จะได้ว่า $\frac{2}{1}$ ค่าระยะแนวเอียงหาได้จาก $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$



รูปที่ 4.9 (ง)

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาค่าแรงภายใน

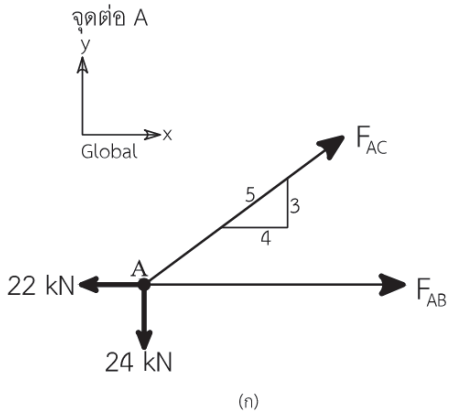
ในขั้นตอนนี้เราจะต้องทำการพิจารณาโครงข้อหมุนทั้งโครงสร้างว่าเราจะเริ่มทำการพิจารณาที่จุดต่อใดก่อนหรือหลัง เพราะเป็นสิ่งสำคัญมากในการคำนวณโดยวิธีจุดต่อ ถ้าเราลองพิจารณาที่จุด B ก่อนจะพบว่ามีชิ้นส่วนไม่รู้ค่าอยู่ด้วยกันถึง 3 ตัว ซึ่งมากกว่าสมการสมดุลที่เราสามารถใช้ได้ในกรณีที่ใช้วิธีจุดต่อซึ่งจะมีสมการสมดุลใช้ได้เพียง 2 สมการดังที่กล่าวมาแล้ว ที่จุด C ก็จะพบว่ามีชิ้นส่วนไม่รู้ค่า 3 ตัวเช่นเดียวกัน

พิจารณาที่จุดต่อ D มีชิ้นส่วนไม่รู้ค่า 2 ตัว เท่ากับสมการสมดุลที่เราใช้ได้ แต่ถ้าพิจารณาต่อไป ระบบของชิ้นส่วนที่เป็นแรงไม่รู้ค่าไม่วางตัวอยู่ในแนวแกนอ้างอิง Global หากจะใช้แกนอ้างอิง Local ก็จะพบว่าชิ้นส่วนทั้ง 3 ตัวไม่เป็นแนวเส้นตรงเดียวกัน จึงเป็นจุดที่ทำให้การคำนวณทำได้ยาก

พิจารณาที่จุดต่อ A พบว่ามีชิ้นส่วนไม่รู้ค่าอยู่ 2 ตัวและมีชิ้นส่วนไม่รู้ค่าตัวหนึ่งวางตัวไปในทิศทางของแนวแกนอ้างอิง Global ซึ่งถือว่าเป็นจุดที่ทำให้การคำนวณง่ายที่สุดกว่าทุกจุด จึงเลือกใช้จุดนี้เป็นจุดแรกในการคำนวณ

ส่วนจุดที่ 2 ของการคำนวณ หรือจุดต่อๆไปก็จะใช้หลักการพิจารณาเช่นเดียวกันกับที่ได้ทำการอธิบายมา

พิจารณาที่จุดต่อ A เขียนรูปอิสระกำหนดให้ชิ้นส่วนไม่รู้ค่าเป็นแรงดึงทั้งหมด แสดงดังรูปที่ 4.10(ก)



รูปที่ 4.10 (ก)

สร้างสมการสมดุล อ้างอิงระบบแกน Global

$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \quad F_{AC}\left(\frac{3}{5}\right) - 24 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

$$\sum Fx = 0 \quad \longrightarrow \quad F_{AB} + F_{AC}\left(\frac{4}{5}\right) - 22 = 0 \quad kN \qquad (ก1)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร

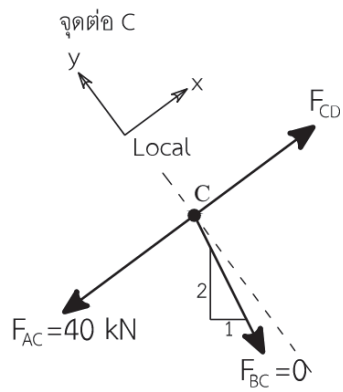
$F_{AC} = 40\ \ kN$ (แรงดึง) **ตอบ**

$F_{AB} = -10\ \ kN$ (แรงอัด) **ตอบ**

พิจารณาที่จุดต่อ C เขียนรูปอิสระกำหนดให้แรงไม่รู้ค่าชี้ทิศเป็นบวก แสดงดังรูปที่ 4.10 (ข)

สร้างสมการสมดุล อ้างอิงระบบแกน Local

$\sum Fy = 0$ ↖ ไม่สามารถสร้างสมการ ก2 ได้ เพราะไม่รู้ค่ามุมที่ F_{BC} กระทำอยู่กับแกน y เพราะค่าความชันที่เราหาไว้ ได้จากการอ้างอิงแกน Global แต่จากการพิจารณาถ้าเราหาองค์ประกอบ F_{BC} ในแนวแกน y อ้างอิงระบบแกน Local จะมีค่าเท่ากับ ศูนย์ ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า แรง $F_{BC} = 0$



(ข)

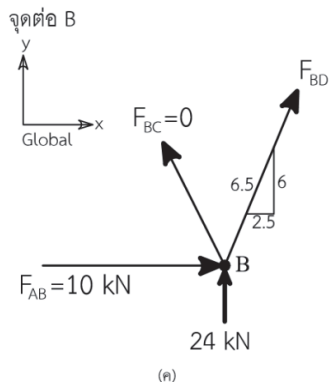
รูปที่ 4.10 (ข)

$\sum Fx = 0$ ↗ $F_{AC} + F_{CD} = 0\ \ kN$ (ก1)

แก้สมการหาค่าตัวแปร

$F_{CD} = 40\ \ kN$ (แรงดึง) **ตอบ**

พิจารณาที่จุดต่อ B เขียนรูปอิสระกำหนดให้ชิ้นส่วนไม่รู้ค่าเป็นแรงดึงทั้งหมด แสดงดังรูปที่ 4.10 (ค)



รูปที่ 4.10 (ค)

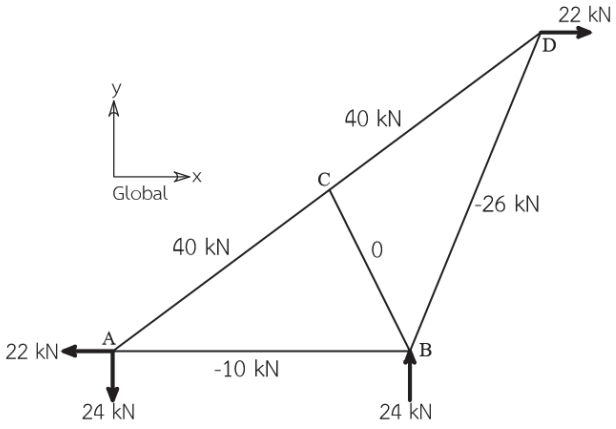
สร้างสมการสมดุล อ้างอิงระบบแกน Global

$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad F_{BD}\left(\frac{6}{6.5}\right) + 24 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร

$$F_{BD} = -26 \ kN \qquad (แรงอัด)$$ **ตอบ**

สรุปแรงภายในชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงข้อหมุน



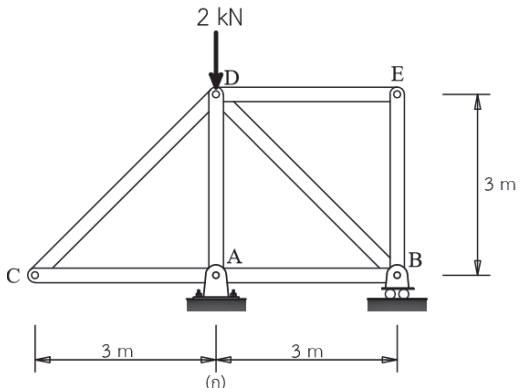
รูปที่ 4.11

4.4 แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์ (Zero Member)

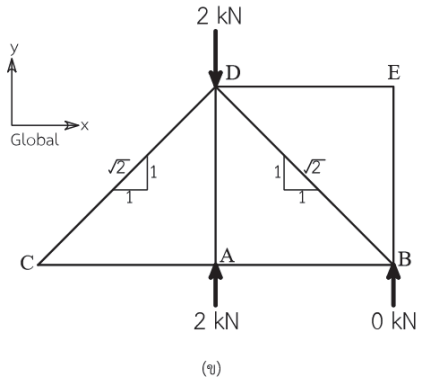
จากการแสดงวิธีทำในตัวอย่างที่แล้วจะพบว่า ที่จุดต่อ B การใช้แกนอ้างอิงแบบ Local จะพบว่ามีแรงในชิ้นส่วนโครงสร้างเป็นศูนย์ (Zero Member) ทั้งนี้อาจเห็นว่าชิ้นส่วนที่มีค่าเป็นศูนย์เป็นชิ้นส่วนโครงสร้างที่ไม่ได้รับแรงอะไร แต่ความเป็นจริงเป็นชิ้นส่วนที่เป็นประโยชน์ต่อโครงสร้างในลักษณะของการทรงตัวหรือเพื่อ

เสถียรภาพของโครงสร้างนั่นเอง ซึ่งแรงในโครงข้อหมุนรูปทรงอื่นๆ ก็มีโอกาสที่จะเกิดแรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์ได้เช่นกัน โดยจะขึ้นอยู่กับรูปทรงเรขาคณิตของโครงข้อหมุนนั้นๆและน้ำหนักบรรทุกภายนอกที่มากระทำกับจุดต่อ

พิจารณารูปที่ 4.13 (ก) ประกอบ โครงข้อหมุนอย่างง่ายทั้งสถิตยศาสตร์ภายนอกและสถิตยศาสตร์ภายใน



รูปที่ 4.13 (ก)

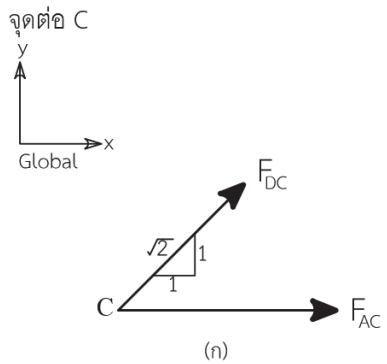


รูปที่ 4.13 (ข)

ขั้นตอนที่ 1 และ 2 ทำการคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับเขียนรูปอิสระของโครงข้อหมุนแสดงดังรูปที่ 4.13 (ข)

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาค่าแรงภายใน

หาจุดต่อแรกที่จะทำการคำนวณ พิจารณาที่จุดต่อ C มีชิ้นส่วนไม่รู้ค่า 2 ตัว เท่ากับสมการสมดุลที่เราใช้ได้ และถ้าพิจารณาต่อไป ระบบของชิ้นส่วนที่เป็นแรงไม่รู้ค่าจะวางตัวอยู่ในแนวแกนอ้างอิง Global จึงเป็นจุดต่อที่ทำการคำนวณได้ง่าย แสดงดังรูปที่ 4.14 (ก)



รูปที่ 4.14 (ก)

สร้างสมการสมดุล อ้างอิงระบบแกน Global

$$\sum Fx = 0 \quad \longrightarrow \quad F_{DC}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0 \quad kN \qquad (ก1)$$

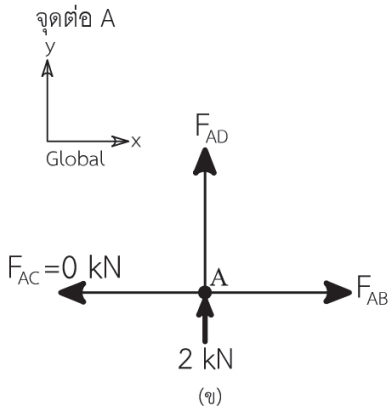
$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \quad F_{DC}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + F_{AC} = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร

$F_{DC} = 0 \ kN$ **ตอบ**

$F_{AC} = 0 \ kN$ **ตอบ**

พิจารณาที่จุดต่อ A เขียนรูปอิสระกำหนดให้ชิ้นส่วนไม่รู้ค่าเป็นแรงดึงทั้งหมด แสดงดังรูปที่ 4.14 (ข)



รูปที่ 4.14 (ข)

สร้างสมการสมดุล อ้างอิงระบบแกน Global

$$\sum Fx = 0 \quad \longrightarrow \quad -F_{AC}+F_{AB} = 0 \quad kN \qquad (ก1)$$

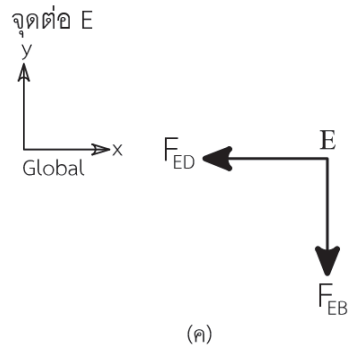
$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \quad 2 + F_{AD} = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร

$$F_{AB} = 0 \ \ kN$$ **ตอบ**

$$F_{AD} = 2 \ \ kN$$ **ตอบ**

พิจารณาที่จุดต่อ E เขียนรูปอิสระกำหนดให้ชิ้นส่วนไม่รู้ค่าเป็นแรงดึงทั้งหมด แสดงดังรูปที่ 4.14 (ค)



รูปที่ 4.14 (ค)

สร้างสมการสมดุล อ้างอิงระบบแกน Global

$$\sum Fx = 0 \quad \longrightarrow \quad F_{ED} = 0 \ \ kN \qquad (ก1)$$

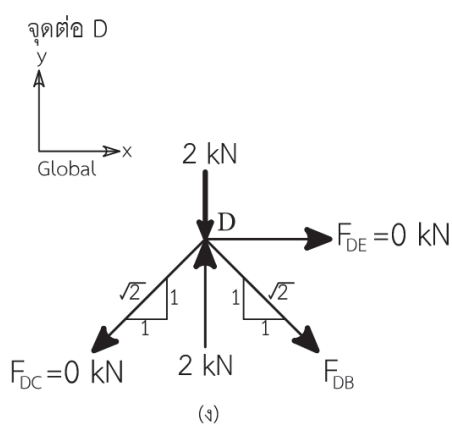
$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \quad -F_{EB} = 0 \ \ kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร

$$F_{ED} = 0 \ \ kN$$ **ตอบ**

$$F_{EB} = 0 \ \ kN$$ **ตอบ**

พิจารณาที่จุดต่อ D เขียนรูปอิสระกำหนดให้ชิ้นส่วนไม่รู้ค่าเป็นแรงดึงทั้งหมด แสดงดังรูปที่ 4.14 (ง)



รูปที่ 4.14 (ง)

สร้างสมการสมดุล อ้างอิงระบบแกน Global

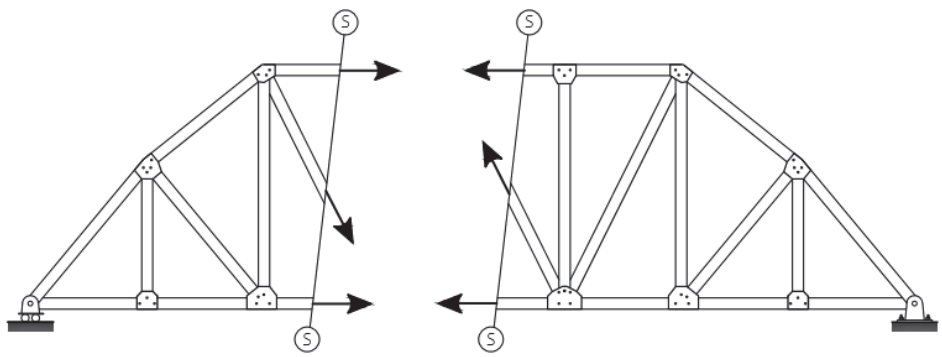
$$\sum Fx = 0 \quad \longrightarrow \quad F_{DB}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 0 = 0 \quad kN \qquad (ก1)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร $F_{DB} = 0 \ \ kN$ **ตอบ**

4.5 วิธีภาคตัด (Method of Section)

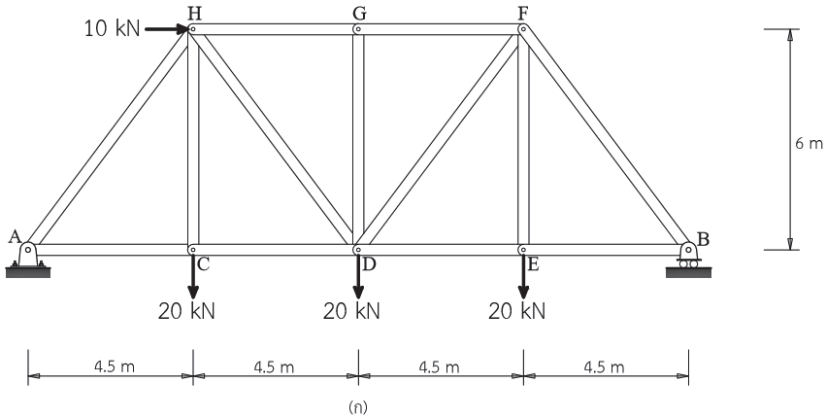
การคำนวณหาค่าแรงภายในของชิ้นส่วนโครงข้อหมุนในบางครั้งเราอาจต้องการทราบเพียงบางชิ้นส่วนที่สำคัญ การที่จะใช้วิธีจุดต่อจะเป็นการใช้เวลาที่มากเกินไป วิธีภาคตัด (Method of Section) จึงถูกนำมาใช้ในกรณีนี้ทำโดยตัดรูปของโครงข้อหมุนตามแนวตัดหนึ่งทำให้โครงข้อหมุนถูกแบ่งออกเป็นสองส่วนโดยแนวของภาคตัดจะกระทำผ่านชิ้นส่วนที่ต้องการทราบค่า จากนั้นเราจะพิจารณาสมการสมดุลเข้าใช้หาแรงภายในชิ้นส่วนที่ถูกตัดผ่าน โดยจะหาจากโครงข้อหมุนเพียงส่วนเดียวที่ถูกเลือกพิจารณา (ด้านซ้ายหรือขวา)

สมการสมดุลที่จะใช้หาค่าในวิธีนี้จะสามารถใช้ได้ทั้งสามสมการ นั่นคือ สามารถใช้สมการ ก1 ผลรวมของแรงในแนวแกน x เท่ากับศูนย์ สมการ ก2 ผลรวมของแรงในแนวแกน y เท่ากับศูนย์ และสมการ ก3 ผลรวมโมเมนต์รอบจุดใดๆเท่ากับศูนย์ ซึ่งจะพบว่ามีการใช้สมการสมดุลได้มากกว่าวิธีจุดต่อ ดังนั้นวิธีภาคตัดจะช่วยให้การหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุนมีข้อจำกัดในการคำนวณลดลง



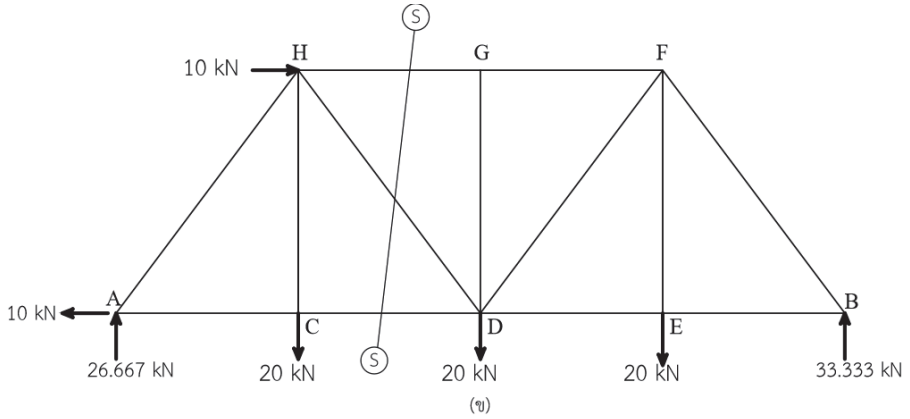
รูปที่ 4.21

พิจารณารูปที่ 4.22 โครงข้อหมุนสถิตยศาสตร์อย่างง่าย ถ้าเราจะหาค่าของชิ้นส่วน F_{HG} , F_{HD} , F_{CD} ถ้าเราใช้วิธีจุดต่อจะต้องเริ่มจากจุด A ก่อน ตามด้วยจุด C และ H ตามลำดับ ซึ่งจะต้องทำการคำนวณหลายขั้นตอน แต่ถ้าเราใช้วิธีภาคตัด การคำนวณจะทำได้รวดเร็วขึ้น แสดงขั้นตอนการคำนวณดังนี้



รูปที่ 4.22

หาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับเขียนรูปอิสระแสดงดังรูปที่ 4.22 (ข) เลือกแนวตัด S-S ในตำแหน่งที่ตัดผ่านชิ้นส่วนที่ต้องการหาค่าแรงภายใน



รูปที่ 4.22

ซึ่งจะพบว่าโครงข้อหมุนถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ในที่นี้เราจะทำการเลือกโครงข้อหมุนด้านซ้ายมือมาคำนวณ เขียนรูปอิสระได้ แสดงดังรูปที่ 4.22 (ค)

สร้างสมการสมดุล / หาค่าตัวแปร

$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad -F_{HD}\left(\frac{4}{5}\right) - 20 + 26.667 = 0 \quad kN$ (ก2)

$\sum M_H = 0 \quad \circlearrowright \qquad F_{CD}(6) - 26.667(4.5) - 10(6) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

$\sum Fx = 0 \quad \rightarrow \qquad F_{HG} + F_{HD}\left(\frac{3}{5}\right) + F_{CD} + 10 - 10 = 0 \quad kN$ (ก1)

$F_{HD} = 8.334 \ kN$

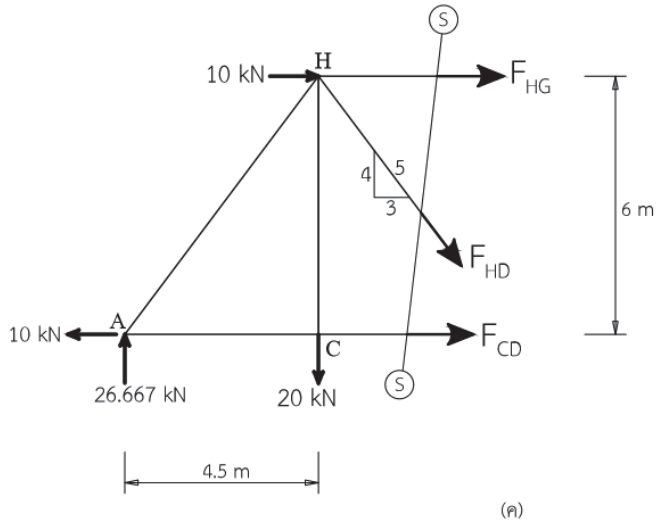
$F_{CD} = 30 \quad kN$

$F_{HG} = -35 \quad kN$

ตรวจสอบที่จุด A ถ้าคำตอบถูกต้องสมการต้องเป็นจริง

$$\sum M_A = 0 \circlearrowright \quad -F_{HG}(6) - F_{HD}\left(\frac{3}{5}\right)(4.6) - F_{HD}\left(\frac{4}{5}\right)(4.5) - 20(4.5) - 10(6) = 0 \ \ (\mathrm{kN \cdot m}) \quad (ก4)$$

$$0.0048 = 0$$



รูปที่ 4.22

4.6 การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม (Analysis of Compound Truss)

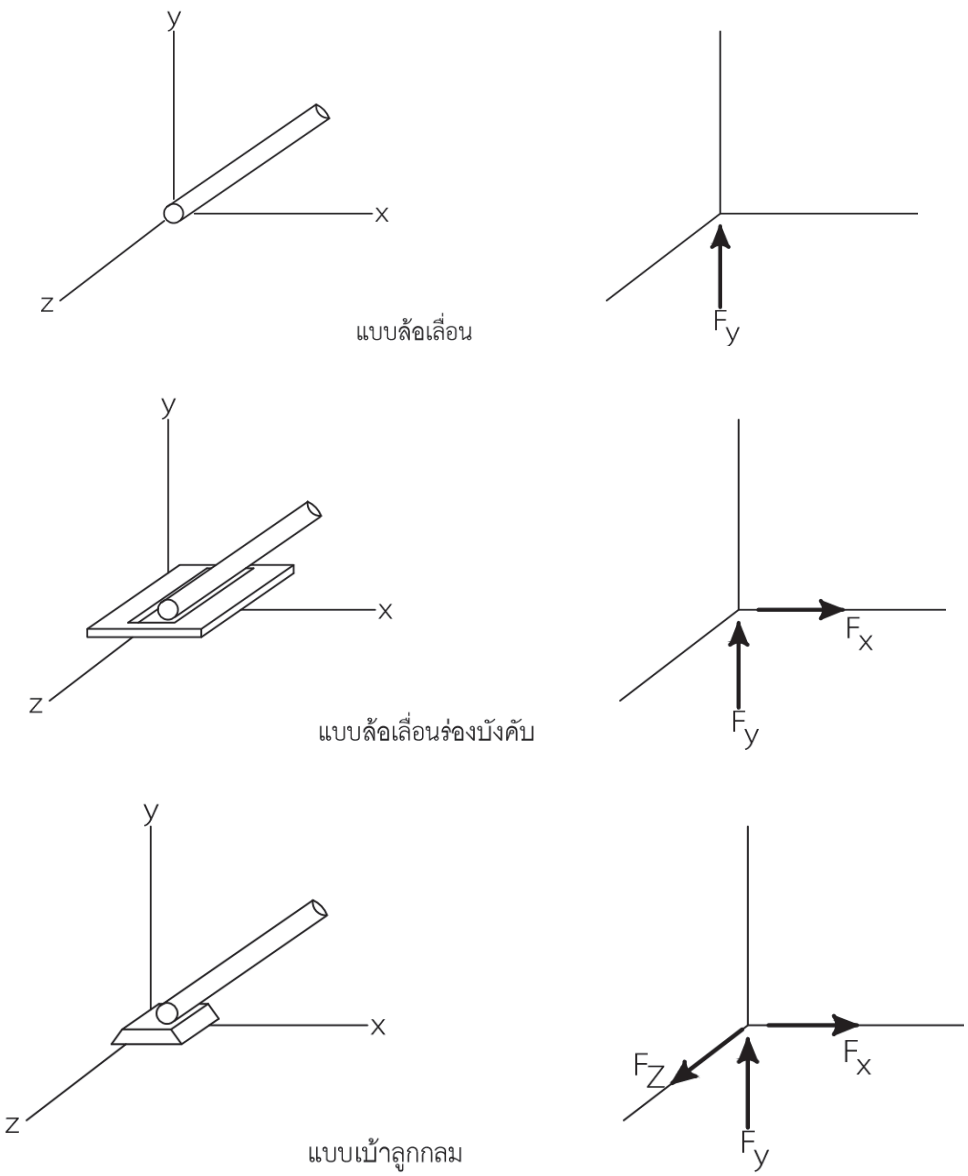
ข้อหมุนแบบผสม (Analysis of Compound Truss) เป็นโครงข้อหมุนอย่างง่ายแบบสถิตยศาสตร์ทั้งภายนอกและภายในตั้งแต่สองโครงขึ้นไปถูกประกอบเข้าด้วยกันโดยอาจมีชิ้นส่วนเพิ่มเติมขึ้นมาเพื่อทำการยึดโยง การคำนวณหาค่าแรงภายในชิ้นส่วนที่ไม่ทราบค่าจะใช้วิธีจุดต่อร่วมกับวิธีภาคตัดคำนวณค่าซึ่งจะใช้วิธีการใดก่อนหรือหลังแล้วแต่การวางตัวทางเรขาคณิตของโครงข้อหมุนและแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกภาคนอกมากระทำ

4.7 โครงข้อหมุน 3 มิติ (SpaceTruss)

โครงข้อหมุนดังที่อธิบายมาแล้วข้างต้นเป็นการคำนวณแบบระนาบ อย่างไรก็ตามมีโครงข้อหมุนบางประเภทที่ไม่สามารถจำลองโครงสร้างเป็นแบบระนาบได้ แต่ต้องคิดทั้งหมดของโครงข้อหมุนหรือคิดแบบโครงข้อหมุน 3 มิติ (SpaceTruss) ซึ่งการคำนวณด้วยมือนั้นค่อนข้างยุ่งยากและเสียเวลามากจำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีโปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์หาแรงภายใน แต่ในหนังสือเล่มนี้จะอธิบายการวิเคราะห์โครงข้อหมุน 3 มิติอย่างง่ายในระบบแกน x , y , z เพื่อดูเป็นแนวทางเท่านั้น

จุดรองรับของโครงข้อหมุนแบบ 3 มิติจะมีด้วยกัน 3 แบบ แสดงดังรูปที่ 4.28 โดยแบบแรกเป็นแบบล้อเลื่อน (Roller Support) เป็นจุดรองรับที่มีแรงต้านทานในทิศทางเดียวในทิศทางต้านขึ้น แบบล้อเลื่อนร่องบังคับ (Slotted Roller Support) เป็นจุดรองรับที่มีแรงต้านทาน 2 แรงในทิศทางตั้งฉากกัน และแบบสุดท้าย

คือแบบเบ้าลูกกลม (Ball and Socket Support) เป็นจุดรองรับที่มีแรงต้านทาน 3 แรง คือจะไม่ยอมให้โครงสร้างเคลื่อนตัวไปในทิศทางใด



รูปที่ 4.28

ในการหาค่าแรงภายในชิ้นส่วนโครงข้อหมุนแบบ 3 มิติ จะใช้สมการสมดุล 6 สมการได้แก่ $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_z = 0$ ซึ่งเป็นสมการสมดุลเดิมและสมการใหม่คือ

$\sum F_z = 0$ คือผลรวมของแรงในแนวแกน z เท่ากับศูนย์

$\sum M_x = 0$ คือผลรวมโมเมนต์ของแรงในแนวแกน x เท่ากับศูนย์

$\sum M_y = 0$ คือผลรวมโมเมนต์ของแรงในแนวแกน x เท่ากับศูนย์

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องโครงข้อหมุน
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงข้อหมุน การวิเคราะห์โครงข้อหมุน วิธีจุดต่อ แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์ วิธีภาคตัด การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม โครงข้อหมุน 3 มิติ

4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 4 ในหนังสือแบบเรียนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 4 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 4
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 4
2. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 4 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 4 เรื่องโครงข้อหมุน

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 4 เรื่องโครงข้อหมุน

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 4 โครงข้อหมุน

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล
บทที่ 4 โครงข้อหมุน

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301	**วิทยาลัย** .....
ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**.....	**ครู** .....

ที่	**รายการประเมิน**	***คะแนนแบบทดสอบ**		****คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้**		***ข้อที่**	****ข้อที่**
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	โครงข้อหมุน						
2	การวิเคราะห์โครงข้อหมุน						
3	วิธีจุดต่อ						
4	แรงในชิ้นส่วนเป็นศูนย์						
5	วิธีภาคตัด						
6	การวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบผสม						
7	โครงข้อหมุน 3 มิติ						
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		**รวม**	

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	หน่วยที่ 5
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด	สอนครั้งที่ 8-10/18
ชื่อเรื่อง แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด		จำนวน 9 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 การคิดเครื่องหมาย

1.2 สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

1.3 แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

1.4 ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก

1.5 เส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว

2. สาระสำคัญ

ชิ้นส่วนโครงสร้างประเภทคานหรือโครงข้อแข็งเมื่อได้รับแรงกระทำจากน้ำหนักบรรทุก จะมีแรงต้านทานเกิดขึ้นภายในเนื้อวัสดุเนื่องจากผลของแรงกระทำดังที่กล่าวมา โดยแรงภายในจะประกอบไปด้วย

แรงตามแนวแกน (normal force) เขียนแทนด้วย N เป็นแรงที่ขนานกับแนวแกนสะเทิน (Natural Axis) ผลที่เกิดขึ้นจะพยายามทำให้ส่วนคานหรือโครงข้อแข็งยืดออกหรือหดเข้า

แรงเฉือน (shear force) เขียนแทนด้วย V เป็นแรงที่เกิดขึ้นตามแนวตั้งฉากกับแนวแกนสะเทิน ผลที่เกิดขึ้นจะพยายามทำให้ส่วนคานหรือโครงข้อแข็งขาดออกจากกันในแนวดิ่ง

โมเมนต์ดัด (bending moment) เขียนแทนด้วย M เป็นผลที่เกิดขึ้นจากแรงเฉือน โดยโมเมนต์นี้จะพยายามให้คานหรือโครงข้อแข็งเกิดการดัด โค้งงอ ซึ่งจะมีผลต่อความแข็งแรงของโครงสร้างมากที่สุด

ในการคำนวณหาแรงภายในและเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดพร้อมทั้งการหาค่าสูงสุดใช้สมการสมดุลสถิตยศาสตร์ (Equations of Statics Equilibrium) เข้าช่วย

สมการ (ก1) $\sum \mathrm{Fx} = 0$

สมการ (ก2) $\sum \mathrm{Fy} = 0$

สมการ (ก3) $\sum \mathrm{M_{point}} = 0$

ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก จะช่วยให้การเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดทำได้ง่ายขึ้น คือ แผนภาพแรงเฉือนจะได้จากการพิจารณาแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุก ส่วนแผนภาพโมเมนต์ดัดจะได้จากการพิจารณาพื้นที่แผนภาพแรงเฉือน

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับแรงภายในคาน สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด เส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว

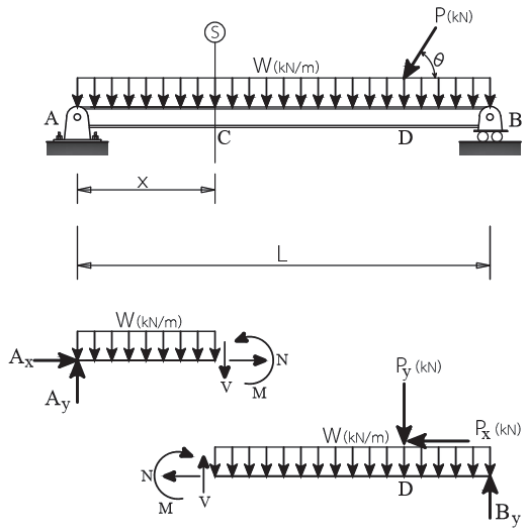
2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาแรงภายในคาน การสร้างสมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด การเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด การหาค่าความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก การคำนวณหาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด การเขียนเส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว

3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องแรงภายในคาน สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด เส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว

4. สาระการเรียนรู้

4.1 แรงภายในคาน

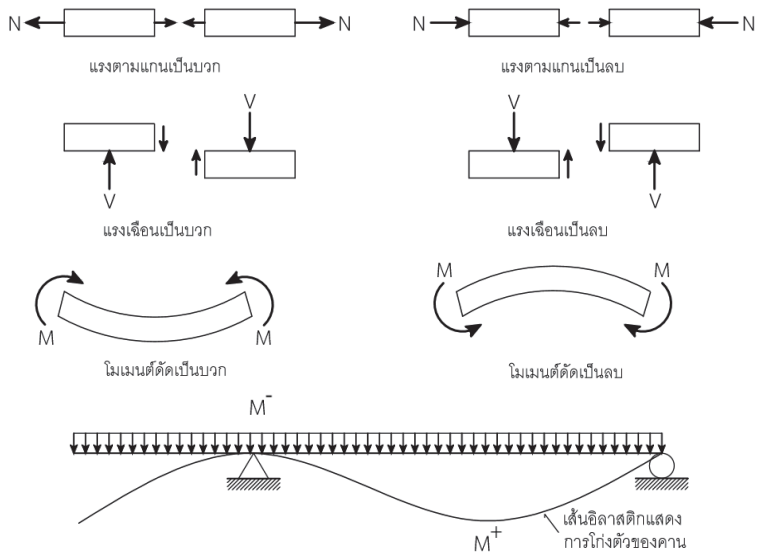
พิจารณาคานช่วงเดียวรองรับอย่างง่าย รับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจาย W และน้ำหนักแบบจุด P ถ้าเราตัดผ่านหน้าตัดคานที่จุด C (ภาคตัด S) ที่ระยะ x จากจุด A โดยจะได้คานแบ่งออกเป็นสองส่วนด้วยกันคือ ส่วนด้านซ้ายมือ จาก A-C และส่วนด้านขวามือ จาก C-B ที่หน้าตัดดังกล่าวนั้นจะมีแรงภายในเกิดขึ้น ซึ่งจะมีขนาดเท่ากันแต่มีทิศทางที่ตรงกันข้ามกัน เพื่อให้เป็นไปตามหลักการสมดุล ในการหาค่าแรงภายในมักจะคำนวณจากด้ายซ้ายมือของคานไปทางขวามือถึงจุดที่ต้องการหาแรงภายใน แต่อาจมีบางกรณีที่จะต้องมีการคำนวณจากทางขวามือไปทางซ้ายมือก็ได้



รูปที่ 5.1 แสดงแรงภายใน ภาคตัด S ที่ระยะ x ในคานช่วงเดียว

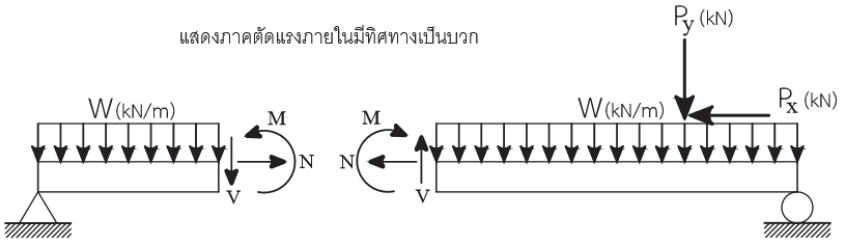
5.2 การคิดเครื่องหมาย (Sign Conventions)

ในการคำนวณค่าแรงภายในจะมีการพิจารณาถึงเครื่องหมาย (Sign Conventions) บวก หรือลบ อธิบายดังนี้



รูปที่ 5.2 แสดง การคิดเครื่องหมาย

ในการคำนวณหาแรงภายในหน้าตัดใดๆ ของชิ้นส่วนโครงสร้าง จะต้องทำการสมมติทิศทางของแรงภายในขึ้นมาก่อน โดยนิยมให้แรงภายในที่ภาคตัดใดๆที่ต้องการคำนวณหรือวิเคราะห์หาแรงเป็นค่าบวกทั้งหมด แล้วใช้สมการสมดุลหาค่าแรงต่างๆ โดยผลของการคำนวณถ้าเป็นค่าบวกแสดงว่าแรงภายในนั้นมีพฤติกรรมและทิศทางเป็นไปตามที่สมมติไว้ แต่ถ้าค่าที่ได้ติดลบแสดงว่าแรงภายในที่ได้มีพฤติกรรมและทิศทางตรงข้ามกับที่ทำการสมมติไว้ ซึ่งไม่ว่าจะเป็นบวกหรือลบ ผลลัพธ์ของจำนวนที่คำนวณได้จะเป็นค่าที่ถูกต้องแล้ว



รูปที่ 5.3 แสดง ภาคตัดแสดงทิศทางของแรงภายในที่เป็นค่าบวก

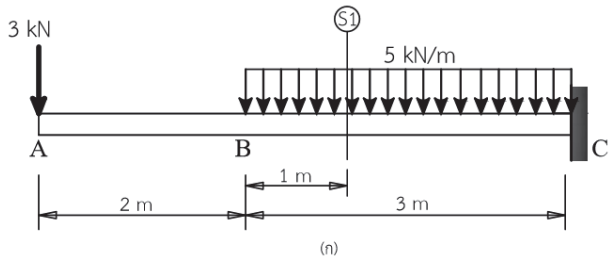
5.3 สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด (Shear and Moment Equations)

การสร้างสมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดจะกระทำได้ใน 2 ลักษณะ อธิบายได้ดังนี้

วิธีที่ 1 สมการที่มีจุดกำเนิดตำแหน่งเดียว คือการสร้างสมการในเทอมของ x ที่มีจุดเริ่มต้นตำแหน่งระยะ 0 m ของคานทุกสมการ แสดงดังรูปที่ 5.9 (ก) ในการแทนค่า x ใดๆ ลงในสมการเพื่อหาค่าแรงภายในจะต้องเริ่มนับระยะศูนย์จากจุดเริ่มต้นของ x กล่าวคือ สมการในเทอมของ x_1 ให้ค่าแรงภายในครอบคลุมช่วงคาน A-C ระยะที่แทน x_1 ได้เพื่อให้ทราบค่าของแรงภายในต้องเป็นระยะจากตำแหน่ง A ถึง C เท่านั้น โดยนับศูนย์ที่จุด A สมการในเทอมของ x_2 ค่าแรงภายในครอบคลุมช่วงคาน C-D ระยะที่แทน x_2 ก็คือระยะจากตำแหน่ง C ถึง D แต่เริ่มนั้บค่าศูนย์จากจุด A เช่นเดิม และสมการในเทอมของ x_3 ก็จะอธิบายได้ในลักษณะเดียวกัน

วิธีที่ 2 สมการที่มีจุดกำเนิดหลายตำแหน่งคือการสร้างสมการในเทอมของ x ที่มีจุดเริ่มต้นที่ตำแหน่งต่างๆ ของคานแสดงดังรูปที่ 5.9 (ข) สมการในเทอมของ x_1 จะให้ค่าแรงภายในครอบคลุมในช่วงคาน A-C ระยะที่แทน x_1 ระยะจากตำแหน่ง A ถึง C นับศูนย์ที่ A สมการในเทอมของ x_2 ครอบคลุมในช่วงคาน C-D ระยะที่แทน x_2 คือระยะจากตำแหน่ง C ถึง D แต่ให้นับศูนย์เริ่มต้นใหม่ที่จุด C และสมการในเทอมของ x_3 ก็จะอธิบายได้ในลักษณะเดียวกัน

พิจารณารูปโจทย์คานยื่นรับน้ำหนักบรรทุก แสดงในรูปที่ 5.5 (ก) โดยจะแสดงวิธีการสร้างสมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดตลอดทั้งความยาวคาน พร้อมกับคำนวณหาค่าแรงภายในที่หน้าตัด S_1 จากตำแหน่งขวามือของจุด B ในระยะ 1 m

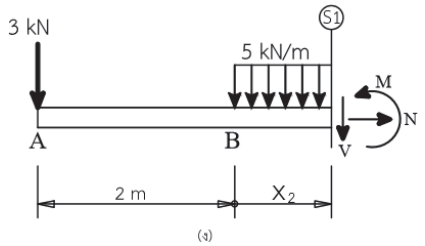


รูปที่ 5.5

วิธีทำ

วิธีที่ 2 สร้างสมการในเทอมของ x ที่มีจุดกำเนิดหลายตำแหน่ง

ที่หน้าตัด S0 ระยะ x_1 $(0 \leq x_1 \leq 2)$ จะได้สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดเหมือนกันกับวิธีการแรก



พิจารณารูปที่ 5.5 (ง) ที่หน้าตัด S1 ระยะ x_2 $(0 \le x_1 \le 3)$

ใช้สมการ ก2 $\sum F_y = 0$ $\quad -V - 3 - 5(x_2) = 0$

จะได้สมการแรงเฉือน $\quad V = -5x_2 - 3$ **ตอบ**

ใช้สมการ ก3 $\sum M_{SO} = 0$ $\quad M + 3(x_2 + 2) + 5x_2 \frac{x_2}{2} = 0$

$$M + 3x_2 + 6 + 2.5{x_2}^2 = 0$$

จะได้สมการโมเมนต์ดัด $\quad M = -2.5{x_2}^2 - 3x_2 - 6$ **ตอบ**

โจทย์กำหนดให้คำนวณหาค่าแรงภายในที่หน้าตัด S_1 ตำแหน่งขวามือของจุด B ในระยะ 1 m ซึ่งจะอยู่ในคานช่วง BC นำสมการที่คลอบคลุมแรงภายในช่วงนั้นมาคำนวณ

จากวิธีที่ 1

สมการแรงเฉือน $\quad V = -5x_2 + 7$

แทนค่า $x = 3$ $\quad V = -5(3) + 7$

จะได้ค่าแรงเฉือน $\quad V = -8\ \text{kN}$ **ตอบ**

สมการโมเมนต์ดัด $\quad M = -2.5{x_2}^2 + 7x_2 - 10$

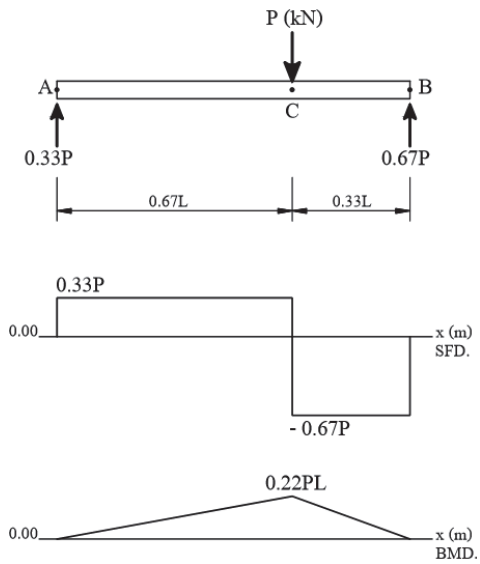
แทนค่า $x = 3$ $\quad M = -2.5(3^2) + 7(3) - 10$

จะได้ค่าโมเมนต์ดัด $\quad M = -11.5\ \text{kN} \cdot \text{m}$ **ตอบ**

5.4 แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด (Shear Force and Bending Moment Diagrams)

ตามที่ได้อธิบายแรงภายในที่เกิดขึ้นกับคานเมื่อได้รับแรงจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกกระทำ ทำให้เรารู้ได้ว่า ทุกๆ หน้าตัดของคานจะมีแรงภายในเกิดขึ้นเสมอ ในการคำนวณเพื่อนำไปออกแบบหน้าตัดเราจะต้องรู้ค่าแรงภายในดังกล่าวตลอดช่วงความยาวของคาน ซึ่งสามารถทำได้โดยนำค่าของแรงภายในตลอดความยาวของโครงสร้างนั้นๆมาเขียนเป็น แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด (Shear Force and Bending Moment Diagrams) ซึ่งแผนภาพดังกล่าวจะแสดงการแปรเปลี่ยนของแรงภายใน ตลอดความยาวของคาน ในลักษณะของกราฟ พิจารณารูปที่ 5.6 แสดงแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของคานช่วงเดียวรับน้ำหนักบรรทุกกระทำแบบจุด ในกรณีนี้จะต้องมีการคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นตรงจุดรองรับก่อน

แผนภาพของแรงเฉือนจะเป็นกราฟ $x - y$ แปลน โดยค่า x คือเส้นระดับแนวนอนจะแสดงค่าความยาวของคาน และแกน y คือเส้นแนวดิ่งแสดงค่าเพิ่มหรือลดของแรงเฉือนแต่จะไม่แสดงแนวแกน ค่าแรงเฉือนเป็นบวกก็ต่อเมื่ออยู่เหนือเส้นแกน x และค่าแรงเฉือนเป็นลบเมื่ออยู่ใต้เส้นแกน x



รูปที่ 5.6 แสดง แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของคาน

แผนภาพของโมเมนต์ดัดจะเป็นกราฟ $x - y$ แปลน เช่นกัน โดยค่า x คือเส้นระดับแนวนอนจะแสดงค่าความยาวของคาน และแกน y คือเส้นแนวดิ่งแสดงค่าเพิ่มหรือลดของโมเมนต์ดัดแต่จะไม่แสดงแนวแกน ค่าโมเมนต์ดัดเป็นบวกก็ต่อเมื่ออยู่เหนือเส้นแกน x และค่าโมเมนต์ดัดเป็นลบเมื่ออยู่ใต้เส้นแกน x

จากแผนภาพทำให้เรารู้ถึงค่าสูงสุดและต่ำสุดของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ตลอดจนตำแหน่งของการเกิดค่าสูงสุด เพื่อนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ ออกแบบหน้าตัดวัสดุ ต่อไป

พิจารณารูปโจทย์คานยื่นรับน้ำหนักบรรทุก แสดงในรูปที่ 5.5 (ก) โดยจะแสดงวิธีการสร้างแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดโดยการใช้สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

ระยะ	สมการแรงเฉือน	สมการโมเมนต์ดัด
x_1 $(0 \le x_1 \le 2)$, คิดจากซ้ายไปขวา	$V = -3$	$M = -3x_1$
x_2 $(2 \le x_2 \le 5)$, คิดจากซ้ายไปขวา	$V = -5x_2 + 7$	$M = -2.5{x_2}^2 + 7x_2 - 10$

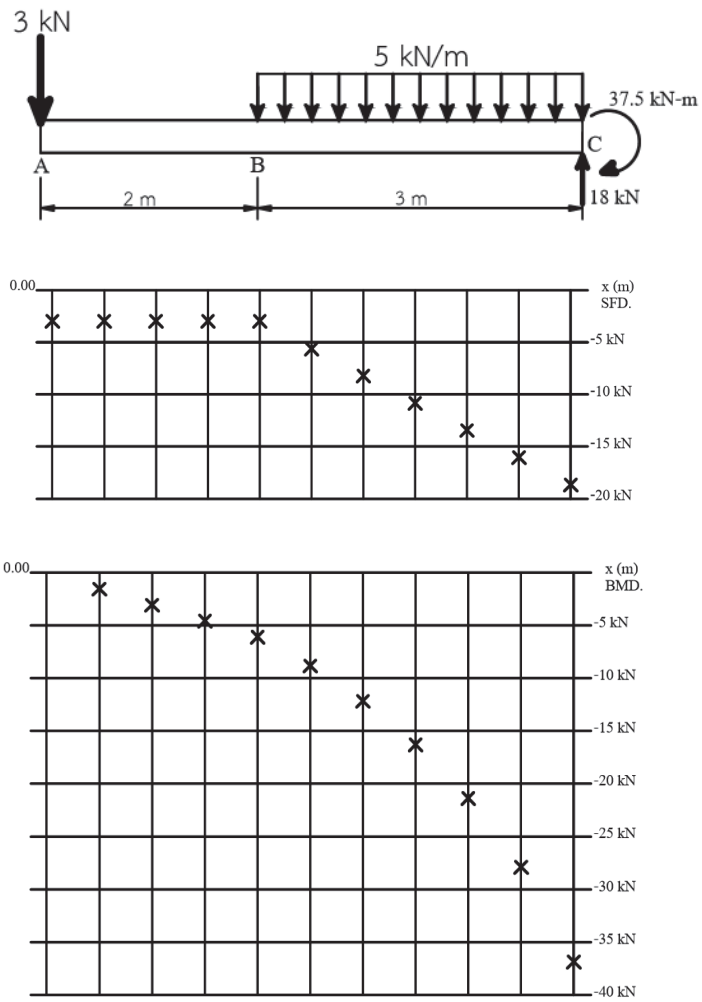
แรงเฉือน

สมการ / x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
$V = -3$	-3	-3	-3	-3	-3						
$V = -5x_2 + 7$					-3	-5.5	-8	-10.5	-13	-15.5	-18

โมเมนต์ดัด

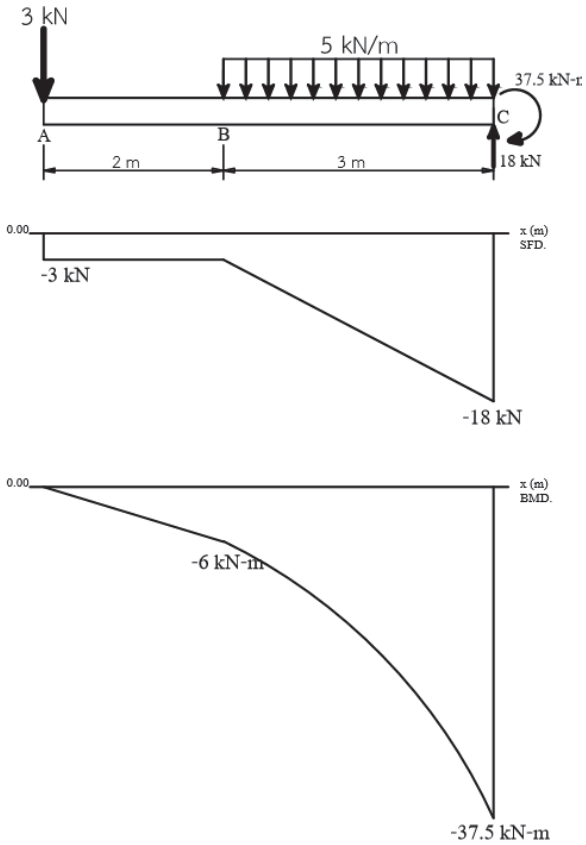
สมการ / x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
$M = -3x_1$	0	-1.5	-3	-4.5	-6						
$M = -2.5{x_2}^2 + 7x_2 - 10$					-6	-8.1	-11.5	-16.1	-22	29.1	-37.5

นำค่าที่ได้ไปวางจุดลงในพิกัด $x - y$ แปลน



รูปที่ 5.7

ลากเส้นตามพิกัดที่ลงหมายลบเส้นร่างตารางออกจะได้แผนภาพของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด แสดงดังรูปที่ 5.8

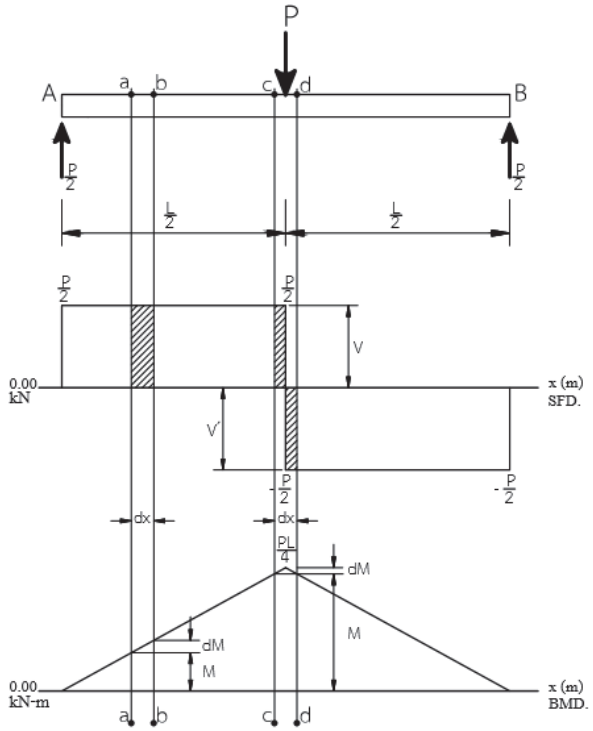


รูปที่ 5.8

จากแผนภาพจะได้ค่าแรงเฉือนสูงสุดที่ตำแหน่งจุดรองรับ $V_{MAX} = -18\ kN$ และได้ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ตำแหน่งจุดรองรับเช่นเดียวกัน $M_{MAX} = -37.5\ kN$

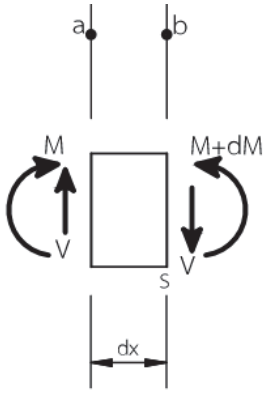
5.5 ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก (Internal Forces Beam and Load Relationships)

การหาแรงภายในโครงสร้างและการเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดโดยการสร้างสมการในเทอมของ x ขึ้นมาจะพบว่า กรณีที่คานรับแรงจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกที่ไม่มีความต่อเนื่องทั้งความยาวของคานจะทำให้ต้องสร้างสมการขึ้นมาหลายๆ สมการ เมื่อโครงสร้างมีการรับน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่ร่วมกับน้ำหนักบรรทุกแบบจุดหลายแรงจะเกิดความยุ่งยากขึ้นในการสร้างสมการ



รูปที่ 5.13

สิ่งหนึ่งที่สังเกตได้จากการเขียนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดคือ ความสัมพันธ์กันของแผนภาพ กับน้ำหนักบรรทุก พิจารณารูปที่ 5.13 คานช่วงเดียวรับแรงกระทำแบบจุดที่กึ่งกลางคาน เขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดดังแสดง



รูปที่ 5.14

ตัดชิ้นส่วนของคานระหว่างจุด a-b มาพิจารณาแรงภายในที่เกิดขึ้น แสดงดังรูปที่ 5.14 ที่หน้าตัดด้านซ้ายมือจะมีแรงเฉือน V และโมเมนต์ดัด M ในขณะที่หน้าตัดด้านขวามือ จะมีแรงเฉือน V เช่นกัน และมีโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นเป็น $M + dM$ จากการสมดุลของแรงเฉือนบนหน้าตัดคานทั้งสองพบว่า

ใช้สมการ ก2 $\sum F_y = 0 \uparrow$ $V - V = 0$

จะได้แรงเฉือน $V = V$

อธิบายได้ดังนี้ เมื่อทำการพิจารณาค่าแรงเฉือนระหว่างจุดสองจุดบนหน้าตัดคานเป็นระยะความยาวที่ dx จะพบว่า ค่าแรงเฉือนที่หน้าตัดคานทางด้านซ้ายมือจะเท่ากับค่าแรงเฉือนที่ด้านขวามือ เมื่อระยะความยาวของคานดังกล่าวไม่มีแรงจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกกระทำ เส้นกราฟที่ได้จะเป็นเส้นตรงแนวนอน

ใช้สมการ ก3 $\sum M_S = 0 \circlearrowleft$ $M + (M + dM) - V\,dx = 0$

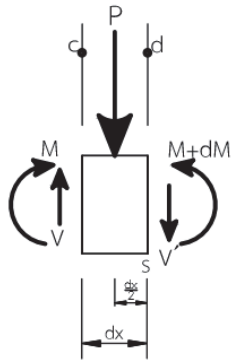
จะได้โมเมนต์ดัด $dM = V\,dx$ (5.1)

หรือค่าความชัน $\frac{dM}{d_x} = V$ (5.2)

จาก (5.1)อธิบายดังนี้ ค่าโมเมนต์ดัดที่แปรเปลี่ยน (dM) ระหว่างจุดสองจุดบนหน้าตัดคานช่วงความยาว (dx) จะเท่ากับพื้นที่ของแผนภาพแรงเฉือน (Vd_x) ของคานในช่วงความยาวนั้น

จาก (5.2)อธิบายดังนี้ อัตราการแปรเปลี่ยนของโมเมนต์ดัด $\left(\frac{dM}{dx}\right)$ หรือค่าความชัน(slope) ของแผนภาพโมเมนต์ดัดระหว่างจุดสองจุดบนหน้าตัดคานช่วงความยาว (dx) จะเท่ากับค่าแรงเฉือนของคานที่หน้าตัดนั้น

ข้อสังเกต แผนภาพโมเมนต์ดัดระหว่างจุด a-b พบว่ามีการเพิ่มขึ้นของค่าโมเมนต์ดัดและค่าความชันเป็นบวก (Positive Slope) คือมีเส้นตรงเฉียงขึ้น



รูปที่ 5.15

ตัดชิ้นส่วนของคานระหว่างจุด c-d มาพิจารณาแรงภายในที่เกิดขึ้น แสดงดังรูปที่ 6.3 ที่หน้าตัดด้านซ้ายมือจะมีแรงเฉือน V และโมเมนต์ดัด M ในขณะที่หน้าตัดด้านขวามือ จะมีแรงเฉือนเกิดขึ้นเท่ากับ V' และมีโมเมนต์ดัดเป็น $M + dM$ จากการสมดุลของแรงเฉือนบนหน้าตัดคานทั้งสองพบว่า

ใช้สมการ ก2 $\sum F_y = 0 \uparrow$ $V - P - V' = 0$

จะได้แรงเฉือน $V' = V - P$

อธิบายดังนี้ เมื่อทำการพิจารณาค่าแรงเฉือนระหว่างจุดสองจุดบนหน้าตัดคานระยะความยาว dx ที่มีแรงกระทำแบบจุด จะพบว่า ค่าแรงเฉือนทางด้านขวามือจะเกิดการแปรเปลี่ยนขึ้นอย่างกะทันหันเนื่องจากผลของแรงกระทำแบบจุด ซึ่งที่หน้าตัดใดๆ ที่มีแรงกระทำแบบจุดกระทำอยู่ ค่าแรงเฉือนจะมีสองค่าคือค่าแรงเฉือนเดิม V และค่าแรงเฉือนที่แปรเปลี่ยน V' โดยจะเท่ากับ ค่าแรงเฉือนเดิมลบกับน้ำหนักแบบจุดที่กระทำ

ใช้สมการ ก3 $\sum M_S = 0$ $\quad -M + (M + dM) - V\,dx + P\frac{dx}{2} = 0$

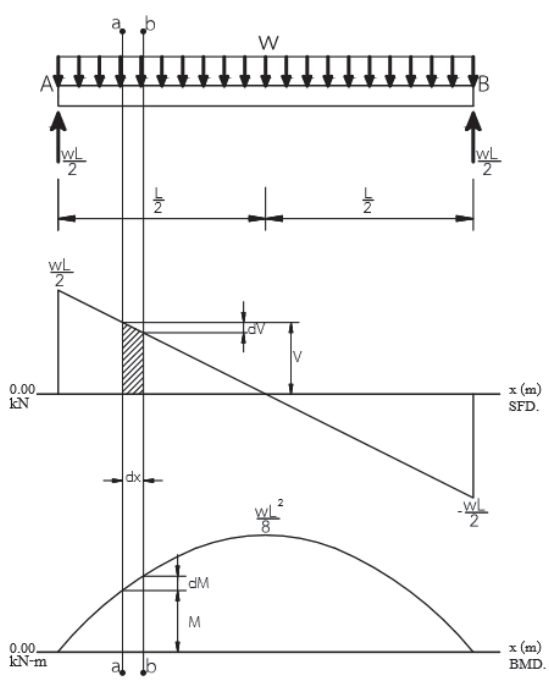
จะได้โมเมนต์ดัด $$dM = V\,dx \tag{5.1-1}$$

หรือค่าความชัน $$\frac{dM}{dx} = V \tag{5.2-1}$$

ข้อสังเกต แผนภาพโมเมนต์ดัดระหว่างจุด c-d พบว่ามีการเพิ่มขึ้นและลดลงของค่าโมเมนต์ดัดและค่าความชันเป็นบวก (Positive Slope) คือมีเส้นตรงเฉียงขึ้นและค่าความชันเป็นลบ (Negative Slope) คือมีเส้นตรงเฉียงลง

พิจารณาแผนภาพแรงเฉือนทั้งหมดจะพบว่าที่ระยะ $\frac{L}{2}$ ค่าแรงเฉือนจะเป็นศูนย์ ดังนั้น $\frac{dM}{dx} = 0$ หรือที่ระยะแรงเฉือนเป็นศูนย์ค่าความชันของแผนภาพโมเมนต์ดัดจะเป็นศูนย์ด้วยซึ่งที่จุดนี้จะให้ค่าโมเมนต์ดัดที่สูงสูด โดย กรณีนี้ค่าแรงเฉือนแปรเปลี่ยนจากค่าบวกไปเป็นค่าลบ ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดจะเป็นค่าบวก โดยมีค่าเท่ากับพื้นที่แรงเฉือน $M_{max} = \frac{PL}{4}$

พิจารณารูปที่ 5.16 คานช่วงเดียวรับแรงกระทำแบบกระจายตลอดความยาวคาน เขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดดังแสดง



รูปที่ 5.16

ตัดชิ้นส่วนของคานระหว่างจุด a-b มาพิจารณาแรงภายในที่เกิดขึ้น แสดงดังรูปที่ 6.5 ที่หน้าตัดด้านซ้ายมือจะมีแรงเฉือน V และโมเมนต์ดัด M ในขณะที่หน้าตัดด้านขวามือ จะมีแรงเฉือน V-dv และมีโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นเป็น M+dM จากการสมดุลของแรงเฉือนบนหน้าตัดคานทั้งสองพบว่า

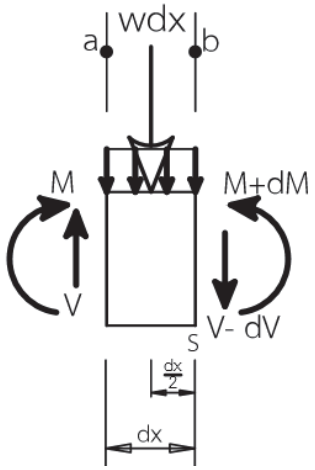
ใช้สมการ ก2 $\sum F_y = 0$ ↑ $V - wdx - (V - dV) = 0$

จะได้แรงเฉือน $dV = wdx$ (5.3)

หรือค่าความชัน $\frac{dV}{dx} = w$ (5.4)

จาก (5.3) อธิบายดังนี้ เมื่อทำการพิจารณาค่าแรงเฉือนระหว่างจุดสองจุดบนหน้าตัดคานเป็นระยะความยาวที่ dx จะพบว่า แรงเฉือนที่แปรเปลี่ยนระหว่างจุดสองจุดบนหน้าตัดคานช่วงความยาว dx จะเท่ากับความเข้มของแรงแบบกระจายที่กระทำกับคานบนช่วงความยาวนั้น

จาก (5.4) อธิบายดังนี้ อัตราการแปรเปลี่ยนของแรงเฉือน หรือค่าความชัน(slope) ของแผนภาพแรงเฉือนระหว่างจุดสองจุดบนหน้าตัดคานช่วงความยาว dx จะเท่ากับแรงแบบกระจาย ที่กระทำกับคานบนช่วงความยาวนั้น



รูปที่ 5.17

ใช้สมการ ก3 $\sum M_S = 0$ ↻ $-M + (M + dM) - V\,dx + wdx\frac{dx}{2} = 0$

จะได้โมเมนต์ดัด $dM = V\,dx$ (5.1-2)

หรือค่าความชัน $\frac{dM}{dx} = V$ (5.2-2)

ข้อสังเกต แผนภาพโมเมนต์ดัดระหว่างจุด a-b พบว่ามีการเพิ่มขึ้นของค่าโมเมนต์ดัดและค่าความชันเป็นบวก (Positive Slope) ลักษณะของกราฟจะเป็นเส้นโค้งพาลาโบล่า

พิจารณาแผนภาพแรงเฉือนทั้งหมดจะพบว่าที่ระยะ $\frac{L}{2}$ ค่าแรงเฉือนจะเป็นศูนย์ ดังนั้น $\frac{dm}{dx} = 0$ หรือที่ระยะแรงเฉือนเป็นศูนย์ค่าความชันของแผนภาพโมเมนต์ดัดจะเป็นศูนย์ด้วยซึ่งที่จุดนี้จะให้ค่าโมเมนต์ดัดที่สูงสูด โดย กรณีนี้ค่าแรงเฉือนแปรเปลี่ยนจากค่าบวกไปเป็นค่าลบ ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดจะเป็นค่าบวก โดยมีค่าเท่ากับพื้นที่แรงเฉือน $M_{max} = \frac{wL^2}{8}$

5.6 แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด (Maximum Shear Force and Bending Moment)

ในการคำนวณออกแบบชิ้นส่วนโครงสร้างนั้น ในบางกรณีอาจต้องการทราบเพียงค่าแรงเฉือนและโมเมนตัดที่สูงสุดเท่านั้น ซึ่งจากเนื้อหาที่ได้อธิบายมา ทำให้เราสามารถสรุปได้ว่า

1. แรงเฉือนสูงสุดจะอยู่ที่จุดรองรับของคาน

2. ค่าโมเมนต์ดัดที่สูงสุดจะอยู่ที่ตำแหน่งแรงเฉือนเป็นศูนย์ โดยถ้าพิจารณาจากคานด้านซ้ายมือไปขวามือจะพบว่า แรงเฉือนแปรเปลี่ยนจากบวกเป็นลบ ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ได้จะเป็นค่าบวก และถ้าแรงเฉือนแปรเปลี่ยนจากลบเป็นบวก ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ได้จะเป็นค่าลบ

จากที่ได้อธิบายถึงความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก รวมถึงวิธีการสร้างสมการของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด สามารถสรุปวิธีการเขียนแผนภาพโดยมีขั้นตอนการทำดังนี้

1. วิเคราะห์โจทย์ปัญหา ประเภทของโครงสร้าง จุดรองรับ แรงจากน้ำหนักบรรทุกที่มากระทำ

2. เขียนรูปโครงสร้างอิสระ ใช้สมการสมดุลคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ

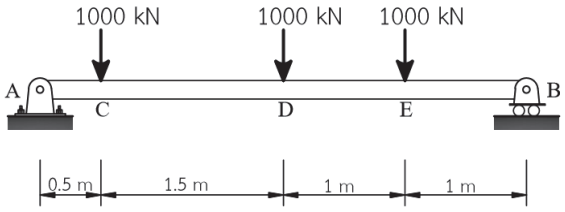
3. เขียนแผนภาพของแรงเฉือนขึ้นโดยใช้พื้นฐานความรู้จากวิธีการสร้างสมการของแรงเฉือน

4. พิจารณาแผนภาพแรงเฉือน น้ำหนักบรรทุกที่มากระทำ และใช้ความรู้เกี่ยวกับค่าความสัมพันธ์ของแรงภายในและน้ำหนักบรรทุก เขียนแผนภาพโมเมนต์ดัดโดยค่าโมเมนต์ดัดจะได้จากพื้นที่แรงเฉือนตามที่ได้อธิบายไว้

5. คำนวณหาค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดโดยพิจารณาจากตำแหน่งที่แรงเฉือนเป็นศูนย์ หรือจากแผนภาพโมเมนต์ดัด หาตำแหน่งที่เกิดโมเมนต์ดัดสูงสุด ซึ่ง บางกรณีจะต้องพิจารณาจากสมการของแรงเฉือนเพื่อหาระยะที่แรงเฉือนเป็นศูนย์

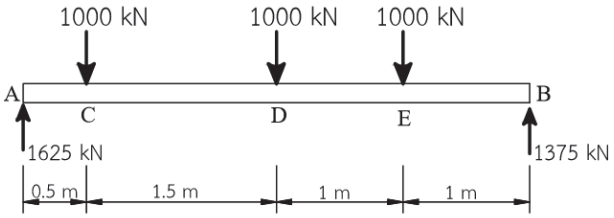
อย่างไรก็ตาม ค่าความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุกในกรณีน้ำหนักบรรทุกพื้นฐานสามารถแสดงในรูปของแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ได้ดังนี้

ตัวอย่าง คานช่วงเดียวรับน้ำหนักบรรทุกภายนอก แสดงดังรูปที่ 5.21 จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของโครงสร้างดังกล่าวพร้อมทั้งค่าสูงสุด



รูปที่ 5.21

วิธีทำ เขียนแบบร่างคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ



(ข)

สร้างสมการสมดุล (ก3) และ (ก2)

$\sum M_A = 0$ $\quad B_y(4) - 1000(0.5) - 1000(2) - 1000(3) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

$\sum Fy = 0$ $\quad A_y + B_y - 1000 - 1000 - 1000 = 0 \quad kN$ ก2)

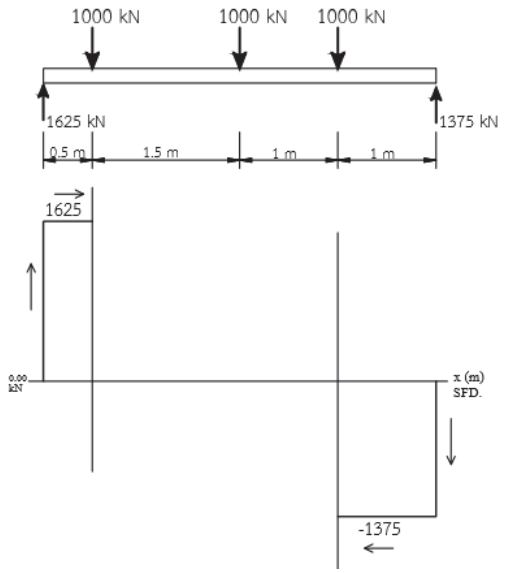
แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ (ก3) และ (ก2)

$$B_y = 1375 \quad kN$$

$$A_y = 1625 \quad kN$$

เขียนแผนภาพแรงเฉือน พิจารณารูปที่ 5.22 ที่ตำแหน่ง 0 m ของคานด้านซ้ายมือ มีแรงปฏิกิริยากระทำเท่ากับ 1625 kN ลากเส้นตรงแนวดิ่งขึ้นตามทิศทางลูกศร จากนั้นพิจารณาน้ำหนักบรรทุก ไม่มีแรงใดกระทำลากเส้นตรงแนวนอน โดยแรงเฉือนที่ได้จะมีค่าเท่ากับ +1625 KN

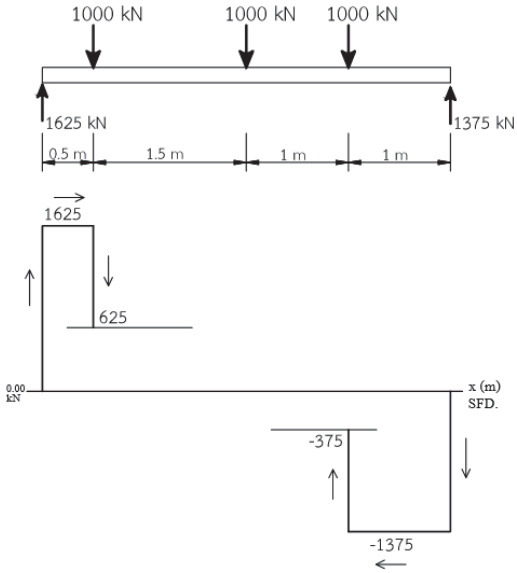
ที่ตำแหน่ง 0 m ของคานด้านขวามือมีแรงปฏิกิริยากระทำเท่ากับ 1375 kN ลากเส้นตรงแนวดิ่งลงตามทิศทางลูกศร ซึ่งจะสังเกตว่าถ้าคิดจากซ้ายมือไปขวามือ แรงในแกน y ที่ชี้ทิศขึ้นจะมีค่าบวก แต่ถ้าคิดจากขวามือไปซ้ายมือจะเป็นตรงกันข้าม นั่นคือแรงในแกน y ที่ชี้ทิศขึ้นจะมีค่าลบ จากนั้นพิจารณาน้ำหนักบรรทุก ไม่มีแรงใดกระทำลากเส้นตรงแนวนอน โดยแรงเฉือนที่ได้จะมีค่าเท่ากับ -1375 KN



รูปที่ 5.22

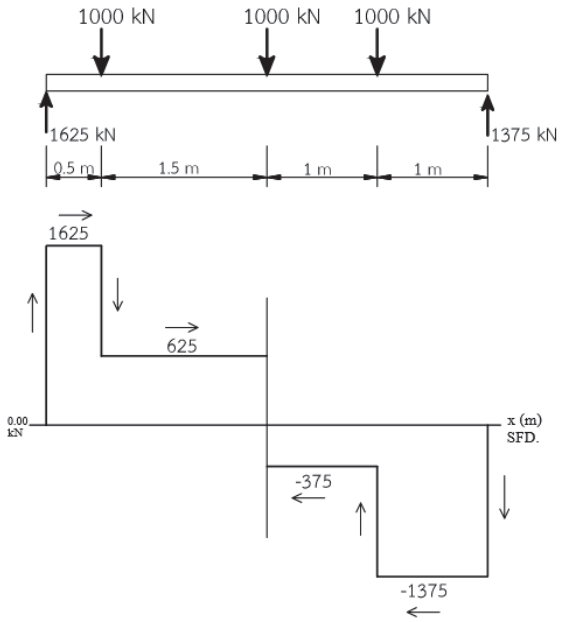
พิจารณารูปที่ 5.23 ที่ตำแหน่ง 0.5 m จากคานด้านซ้ายมือ มีน้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำเท่ากับ 1000 kN คิดจากซ้ายมือไปขวามือ แรงชี้ทิศลงมีค่าเป็นลบ ดังนั้นแรงเฉือนที่จุดนี้จะมี 2 ค่าคือค่าแรกได้จากแรงปฏิกิริยา คือ +1625 KN และค่าที่สองคือ 1625 – 1000 = +625 kN ลากเส้นตรงแนวดิ่งลงตามทิศทางลูกศร

ที่ตำแหน่ง 1 m จากคานด้านขวามือ น้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำเท่ากับ 1000 kN คิดจากขวามือไปซ้ายมือ แรงชี้ทิศลงมีค่าเป็นบวก ดังนั้นแรงเฉือนที่จุดนี้จะมี 2 ค่าคือค่าแรกได้จากแรงปฏิกิริยา คือ -1375 KN และค่าที่สองคือ -1375 + 1000 = -375 kN ลากเส้นตรงแนวดิ่งขึ้นตามทิศทางลูกศร

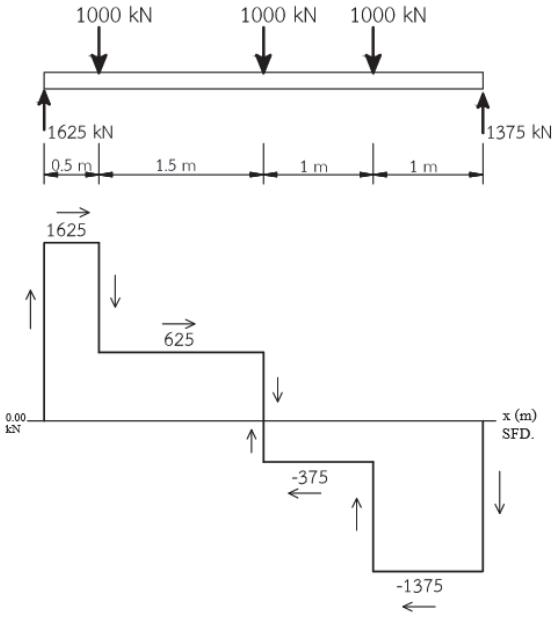


รูปที่ 5.23

พิจารณารูปที่ 5.24 และ 5.25 ที่ตำแหน่ง 2 m จากคานด้านซ้ายมือ มีน้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำเท่ากับ 1000 kN คิดจากซ้ายมือไปขวามือ แรงชี้ทิศลงมีค่าเป็นลบ ดังนั้นแรงเฉือนที่จุดนี้จะมี 2 ค่าคือค่าแรกได้จากแรงเฉือนเดิม คือ +625 KN และค่าที่สองคือ 625 – 1000 = -375 kN ลากเส้นตรงแนวดิ่งลงตามทิศทางลูกศรเส้นจะไปบรรจบกับเส้นแนวแรงเฉือนที่คิดจากด้านขวามือมา



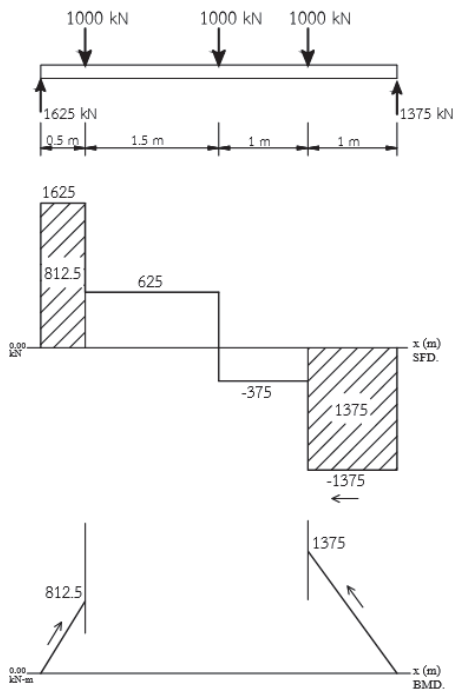
รูปที่ 5.24



รูปที่ 5.25

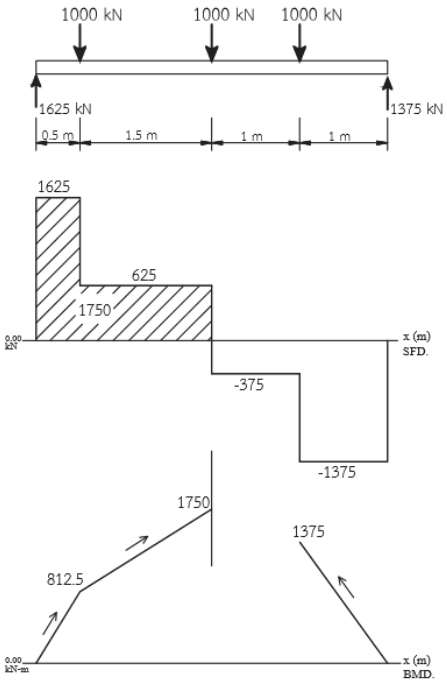
พิจารณารูปที่ 5.26 จากแผนภาพแรงเฉือนเราจะนำไปเขียนแผนภาพโมเมนต์ดัด โดยลักษณะเส้นกราฟเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำจะเป็นเส้นตรงเฉียง ที่ 0.5 m จากคานด้านซ้ายมือพื้นที่ของแรงเฉือน (พื้นที่แรเงา) มีค่าเท่ากับ (1625)(0.5)=812.5 kN-m ซึ่งเป็นค่าโมเมนต์ดัดที่ตำแหน่งนั้น ลากเส้นตรงเฉียงขึ้นตามทิศทางลูกศร

ที่ตำแหน่ง 1 m จากคานด้านขวามือ พื้นที่ของแรงเฉือน (พื้นที่แรเงา) มีค่าเท่ากับ (1375)(1)=1375 kN-m ซึ่งเป็นค่าโมเมนต์ดัดที่ตำแหน่งนั้น ลากเส้นตรงเฉียงขึ้นตามทิศทางลูกศร ข้อสังเกตถ้าคิดจากซ้ายมือไปขวามือ พื้นที่แรงเฉือนเป็นบวก ค่าโมเมนต์ดัดที่ได้จะเป็นบวกด้วยในขณะเดียวกันถ้าเราพิจารณาคานจากขวามือไปซ้ายมือ พื้นที่แรงเฉือนเป็นลบจะให้ค่าโมเมนต์ดัดที่เป็นบวก

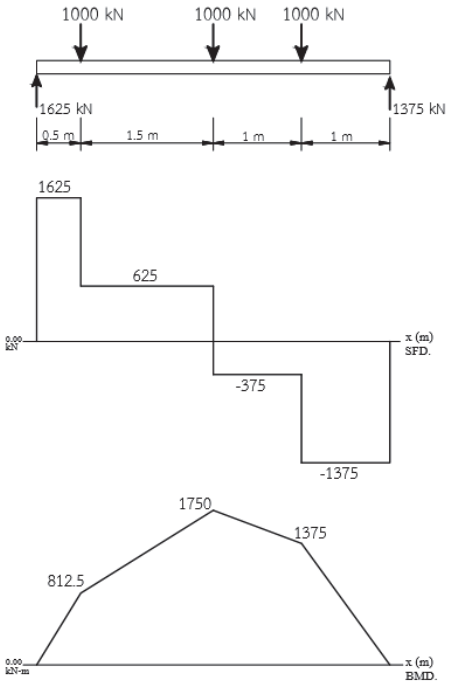


รูปที่ 5.26

พิจารณารูปที่ 5.27 ที่ 2 m จากคานด้านซ้ายมือพื้นที่ของแรงเฉือน (พื้นที่แรเงา) มีค่าเท่ากับ 812.5 + (625)(1.5)=1750 kN-m ซึ่งเป็นค่าโมเมนต์ดัดที่ตำแหน่งนั้น ลากเส้นตรงเฉียงขึ้นตามทิศทางลูกศร จากนั้นลากเส้นตรงเฉียงไปยังค่า 1375 kN-m จะได้รูปปิดซึ่งรูปดังกล่าวจะเป็นแผนภาพโมเมนต์ดัดของคาน ซึ่งจะสรุปได้ว่า แรงเฉือนสูงสุดที่จุดรองรับ A ; $V_{max} = 1625\ \text{kN}$ และค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ระยะ 2 m จากคานด้านซ้ายมือไปขวามือ มีค่าเท่ากับ $M_{max} = 1750\ \text{kN} \cdot \text{m}$

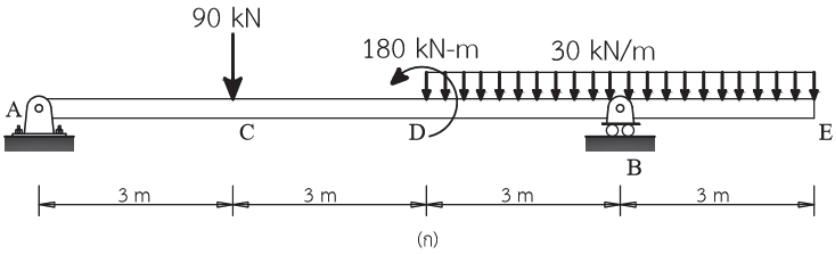


รูปที่ 5.27



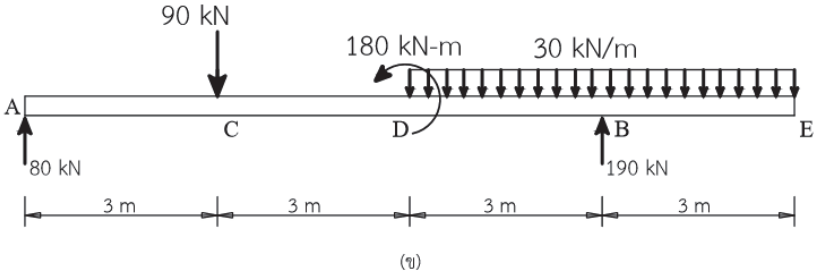
รูปที่ 5.28

ตัวอย่างที่ 5.5 คานช่วงเดียวปลายยื่นรับน้ำหนักบรรทุกภายนอก แสดงดังรูปที่ 5.32 จงเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของโครงสร้างดังกล่าวพร้อมทั้งค่าสูงสุด



รูปที่ 5.32

วิธีทำ เขียนแบบร่างคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ



สร้างสมการสมดุล (ก3) และ (ก2)

$$\sum M_A = 0 \qquad B_y(9) - 30(6)(9) + 180 - 90(3) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

$$\sum Fy = 0 \qquad A_y + B_y - 30(6) - 90 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

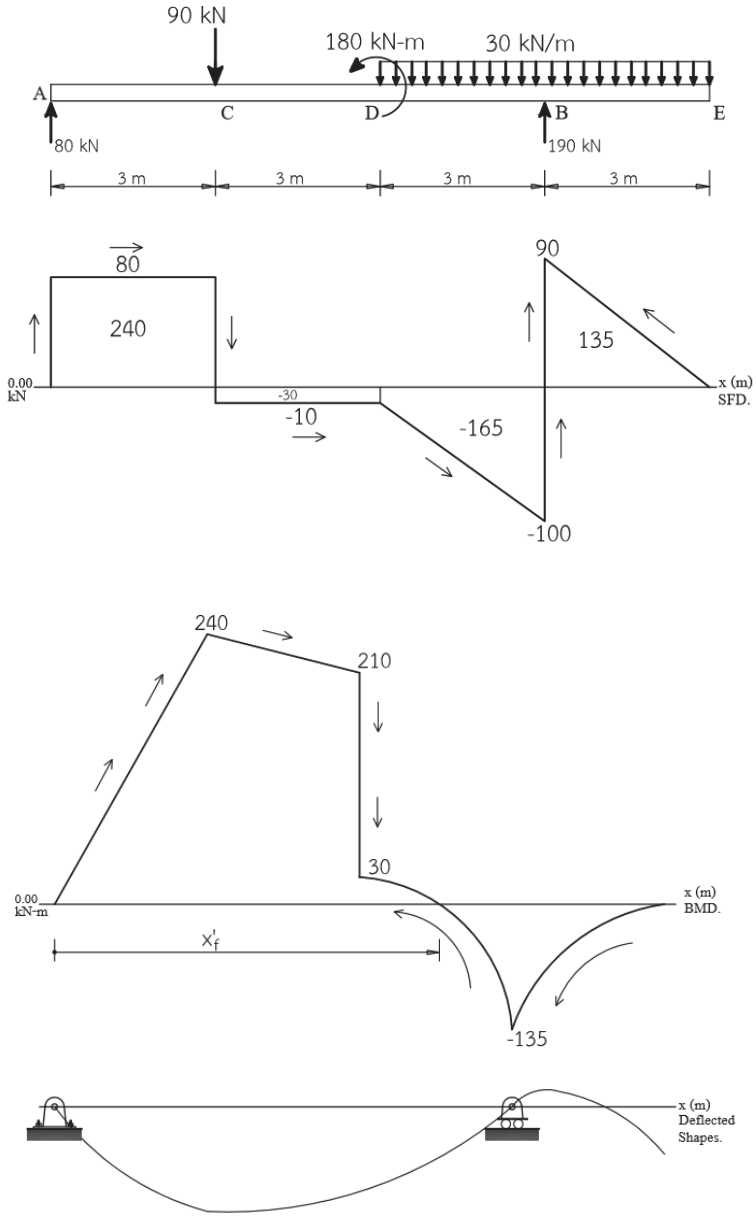
แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ (ก3) และ (ก2)

$$B_y = 190 \quad kN$$
$$A_y = 80 \quad kN$$

พิจารณารูปที่ 5.33 ที่ตำแหน่ง 0 m ของคานด้านซ้ายมือ มีแรงปฏิกิริยากระทำเท่ากับ 80 kN ลากเส้นตรงแนวดิ่งขึ้นตามทิศทางลูกศร จากนั้นพิจารณาน้ำหนักบรรทุกไม่มีน้ำหนักกระทำลากเส้นตรงแนวระดับจนถึงระยะ 3 m ณ ตำแหน่งนี้มีน้ำหนักกระทำแบบจุดกระทำทิศทางลงเป็นลบ – 90 kN ดังนั้นค่าแรงเฉือนตรงตำแหน่งนี้จะมี 2 ค่า คือค่าแรงเฉือนเดิม กับค่าแรงเฉือน 80-90 = -10 kN ระยะต่อจากนั้นไม่แรงมากระทำจนถึงระยะ 6 m มีค่าโมเมนต์ดัดกระทำแต่ไม่เกี่ยวข้องกับค่าแรงเฉือนจึงไม่นำมาคิดแรงเฉือน ณ ตำแหน่งนี้ ยังเป็นค่า -10 kN ระยะต่อจากนี้จะเริ่มมีน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายกระทำ โดยที่ระยะ 9 m ค่าแรงเฉือนเท่ากับ -10–30(3) = -100 kN ซึ่ง พบว่าที่ตำแหน่งนี้ยังมีแรงปฏิกิริยากระทำขึ้น ค่าแรงเฉือนอีก

ค่าจะได้จาก -100+190 = 90 kN เนื่องจากเป็นแรงกระจายแบบแผ่เส้นกราฟที่ได้จะเป็นเส้นตรงเอียงจาก -10 kN ลงมาหา -100 kN แล้วลากขึ้นไป +90 kN ตามทิศทางลูกศร

พิจารณาคานจากขวามือไปซ้ายมือ ที่ตำแหน่ง 0 m มีน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจากกระทำแต่เมื่อระยะทางเป็น 0 แรงดังกล่าวจึงไม่มีผลใดๆ ต่อค่าแรงเฉือน จากนั้นที่ระยะ 3 m น้ำหนักบรรทุกแผ่กระทำชี้ทิศลงแต่คิดจากขวาไปซ้ายมือจึงเป็นค่าบวก ค่าแรงเฉือนที่ได้คือ +30(3) = 90 kN ลากเส้นตรงแนวเฉียงขึ้นไปตามลูกศร จาก 0 kN ไปบรรจบกับ 90 kN จะได้รูปปิด ซึ่งทั้งหมดจะเป็นแผนภาพแรงเฉือนของคานดังกล่าว



รูปที่ 5.33

จากแผนภาพแรงเฉือนเราจะนำไปเขียนแผนภาพโมเมนต์ดัด ที่ 0 m จากซ้ายมือไปขวามือ ค่าโมเมนต์ดัดจะเป็น 0 จากนั้นต่อมาที่ระยะ 3 m เมื่อน้ำหนักบรรทุกกระทำแบบจุด กราฟแรงเฉือนจะเป็นเส้นตรงเอียง ณ ตำแหน่งนี้ พื้นที่แรงเฉือนเป็นค่าบวก จะได้โมเมนต์ดัด +(80)(3) = 240 KN ลากเส้นเฉียงตรงขึ้นไปตามหัวลูกศร จากนั้นที่ตำแหน่ง 6 m ค่าแรงเฉือนคือ 240+(-10)(3) = 210 kN ลากเส้นตรงเฉียงลงมาตามหัวลูกศร

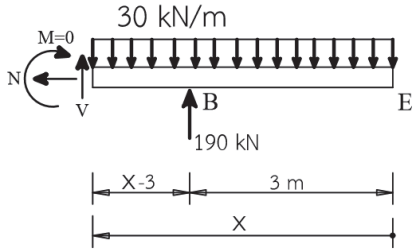
พิจารณาจากคานด้านขวามือไปซ้ายมือ ที่ 0 m ไม่มีพื้นที่แรงเฉือน ค่าแรงเฉือนเป็นศูนย์ ต่อมาที่ระยะ 3 m มีพื้นที่แรงเฉือนเป็นบวก เนื่องจากคิดจากขวาไปซ้าย พื้นที่แรงเฉือนที่เป็นบวกจะให้ค่าโมเมนต์ดัดที่เป็นลบ (0.5)(3)(90) = -135 kN น้ำหนักกระทำแบบแผ่กระจายกราฟจะเป็นเส้นโค้งพาลาโบล่า ลากเส้นโค้งลงตามทิศทางลูกศร จากนั้นที่ระยะ 6 m พื้นที่แรงเฉือนลบจะให้ค่าเป็นบวก นั่นคือ -135 + (0.5)(3)(90) + (3)(10) = 30 kN ลากเส้นโค้งขณะเดียวกันก็ลากเส้นตรงจาก 210 KN มาบรรจบกันกับ 30 kN จะได้กราฟปิด นั่นคือแผนภาพโมเมนต์ดัด

พิจารณาตรงตำแหน่งที่ 6 m จากซ้ายมือไปขวามือ น้ำหนักจากภายนอกเนื่องจากโมเมนต์ดัดกระทำสามารตรวจสอบผลจากแผนภาพโมเมนต์ดัด ณ จุดนั่นได้ นั่นคือ 210-30 = 180 kN-m เท่ากับน้ำหนักโมเมนต์จากภายนอกกระทำ

จากแผนภาพจะได้ค่าแรงเฉือนสูงสุดที่ตำแหน่งจุดรองรับ B ; $V_{MAX} = 90\ kN$

ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดของตัวอย่างข้อนี้จะอยู่ที่ตำแหน่งแรงเฉือนเป็นศูนย์ ซึ่งจะมี 2 ตำแหน่ง ได้แก่ ตำแหน่งที่ 3 m จากซ้ายมือไปขวามือคาน $M_{MAX} = 240\ kN \cdot m$ และตำแหน่งที่ 3 m จากขวามือไปซ้ายมือคาน $M_{MAX} = -135\ \ kN \cdot m$

ในตัวอย่างข้อนี้มีสิ่งหนึ่งที่น่าสังเกตคือ จากแผนภาพโมเมนต์ดัดจะพบว่ามีตำแหน่งจุดดัดกลับหรือจุดที่ค่าโมเมนต์แปรเปลี่ยนจากโมเมนต์บวกเป็นโมเมนต์ลบ หรือเรียกจุดนั้นว่า point of inflection ซึ่งจะหาระยะตรงนี้ได้จากสมการโมเมนต์ดัดเท่ากับศูนย์



รูปที่ 5.34

ใช้สมการ ก3 $\sum M_S = 0$ $\qquad -M - 30x\left(\frac{x}{2}\right) + 190(x-3) = 0$

จะได้สมการ $\qquad -15x^2 + 190x - 570 = 0$

แก้สมการกำลังสองจากสูตร $\mathrm{X} = \frac{-190 \pm \sqrt{190^2 - 4(-15)(-570)}}{2(-15)}$

จะได้ค่าที่มีความเป็นไปได้คือ $\mathrm{x} = 4.880\ \mathrm{m}$

จุด point of inflection จากซ้ายมือไปขวามือ เท่ากับ $\mathrm{x}'_f = 12 - 4.880 = 7.12\ \mathrm{m}$

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 5

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ความเข้าใจเกี่ยวกับแรงภายในคานสมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด เส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว

4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 5 ในหนังสือแบบเรียนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 5 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 5
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 5
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 5 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 5 เรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 5 เรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 4 แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล

บทที่ 5 แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301				**วิทยาลัย**			
ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**.....				**ครู**			
ที่	**รายการประเมิน**	***คะแนนแบบทดสอบ**		****คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้**		***ข้อที่**	****ข้อที่**
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	การคิดเครื่องหมาย						
2	สมการแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด						
3	แผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด						
4	ความสัมพันธ์ของแรงภายในคานและน้ำหนักบรรทุก						
5	แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุด						
6	เส้นโค้งอิลาสติกแสดงการโก่งตัว						
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		**รวม**	

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	หน่วยที่ 6
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต	สอนครั้งที่ 11-13/18
ชื่อเรื่อง การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต		จำนวน 9 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 วิธีอินทิเกรตสองครั้ง

1.2 วิธีพื้นที่โมเมนต์

1.3 วิธีคานคอนจูเกต

2. สาระสำคัญ

วิธีอินธิเกรตสองครั้ง (Double-Integration Method) ได้จากการนำเอาสมการ มาแก้สมการโดยการอินทิเกรตโดยตรง (Direct Integration)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

อินทิเกรตครั้งแรกจะได้สมการค่าความชัน $\frac{dy}{dx}$ และค่าคงที่หนึ่งค่า C_1

อินทิเกรตครั้งที่สองจะได้สมการการโก่งตัว y และค่าคงที่อีกหนึ่งค่า C_2

ใช้เงื่อนไขขอบเขตแก้สมการหาค่าคงที่นำมาแทนในสมการแรกจะได้ค่าความลาดชันและนำมาแทนสมการที่สองจะให้ระยะการโก่งตัว

การคิดเครื่องหมาย ขึ้นอยู่กับการสร้างสมการโมเมนต์ดัด แสดงดังตาราง

	สร้างสมการโมเมนต์ดัด	เครื่องหมาย = การโก่งตัว	เครื่องหมาย = ความลาดชัน
กรณีที่ 1	คิดจากซ้ายไปขวามือ	+ = ชี้ขึ้น	+ = ทวนเข็มนาฬิกา
		- = ชี้ลง	- = ตามเข็มนาฬิกา
กรณีที่ 2	คิดจากขวาไปซ้ายมือ	+ = ชี้ขึ้น	+ = ตามเข็มนาฬิกา
		- = ชี้ลง	- = ทวนเข็มนาฬิกา

วิธีพื้นที่โมเมนต์ (Moment-Area Method) ใช้คำนวณหาค่าความเปลี่ยนแปลงความลาดชันและระยะการเบี่ยงเบนระหว่างเส้นสัมผัส (Tangent) ตั้งอยู่บนพื้นฐาน 2 ทฤษฎีบท ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับเส้นโค้งอิลาสติก (Elastic Curve) และรูปทรงเรขาคณิตพื้นที่ใต้เส้นกราฟแผนภาพโมเมนต์ดัดหาร EI

ทฤษฎีบทที่ 1 การเปลี่ยนแปลงของค่าความลาดชันหรือมุมระหว่างเส้นสัมผัสจากจุดสองจุดบนเส้นโค้งอิลาสติก มีค่าเท่ากับพื้นที่ของ $\frac{M}{EI}$ ระหว่างจุดสองจุดนั้น

ทฤษฎีบทที่ 2 พิจารณารูป ประกอบ ระยะการเบี่ยนแบนหรือระยะการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากที่จุด B กับเส้นสัมผัสที่จุด A บนเส้นโค้งอิลาสติกเดียวกัน มีค่าเท่ากับโมเมนต์รอบจุด B ของพื้นที่ $\frac{M}{EI}$ ระหว่างจุดสองจุดนั้น

การวัดค่าการเปลี่ยนแปลงและระยะการเบี่ยงเบน แสดงดังตาราง

ตัวอย่าง	**การวัดค่าการเปลี่ยนแปลงและระยะการเบี่ยงเบน**
θ_A	วัดมุมจากเส้นที่ขนานหรือเส้นแนวแกนสะเทินของโครงสร้างไปยังเส้นสัมผัส A
$\theta_{A/B}$	วัดมุมจากเส้นสัมผัส A (ด้านใกล)ไปยังเส้นสัมผัส B (ด้านใกล้)
Δ_A	วัดการเบี่ยงเบนจากเส้นที่ขนานหรือเส้นแนวแกนสะเทินของโครงสร้างไปยังเส้นโค้งอิลาสติกที่จุด A
$\Delta_{A/B}$	วัดการเบี่ยงเบนจากเส้นสัมผัส B ไปยังเส้นโค้งอิลาสติกที่จุด A

การคิดเครื่องหมาย ขึ้นอยู่กับการวางตัวของเส้นโค้งอิลาสติก แสดงดังตาราง

ลักษณะ	**เครื่องหมาย = การโก่งตัว**	**เครื่องหมาย = ความลาดชัน**
เส้นโค้งอิลาสติกอยู่ใต้การวัด	+ = ชี้ขึ้น	+ = ทวนเข็มนาฬิกา
เส้นโค้งอิลาสติกอยู่เหนือการวัด	- = ชี้ลง	- = ตามเข็มนาฬิกา

วิธีคานคอนจูเกต (Conjugate-Beam Method) ใช้ในการคำนวณหาค่าความเปลี่ยนแปลงความลาดชันและค่าการโก่งตัว หลักการคำนวณจะใช้ค่าแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วนด้วย EI มาเป็นน้ำหนักบรรทุกอีกครั้งของ คานเสมือน (Conjugate-Beam) ตั้งอยู่บนทฤษฎีบท 2 ประการคือ

ทฤษฎีบทที่ 1 ค่าแรงเฉือนที่จุดใดๆบนคานเสมือนที่รับน้ำหนักบรรทุกแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วน EI จะมีค่าเท่ากับ ค่าความลาดชันที่จุดนั้นของคานจริง

ทฤษฎีบทที่ 2 ค่าโมเมนต์ดัดที่จุดใดๆบนคานเสมือนที่รับน้ำหนักบรรทุกแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วน EI จะมีค่าเท่ากับการโก่งตัวที่จุดนั้นของคานจริง

การคิดเครื่องหมาย ขึ้นอยู่กับการวางตัวของเส้นโค้งอิลาสติก แสดงดังตาราง

	เครื่องหมาย = การโก่งตัว	เครื่องหมาย = ความลาดชัน
แรงเฉือนเป็นบวก		+ = ทวนเข็มนาฬิกา
โมเมนต์ดัดเป็นบวก	+ = ชี้ขึ้น	

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต

2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาการโก่งตัวของคานโดยวิธีอินทิเกรตสองครั้ง วิธีพื้นที่โมเมนต์ วิธีคานคอนจูเกต

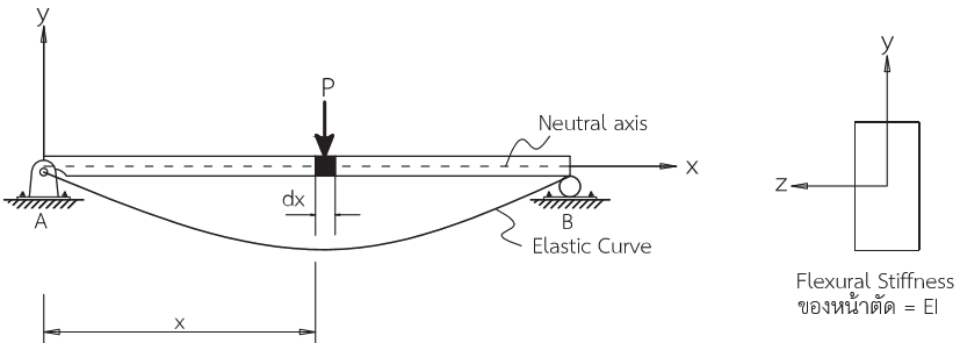
3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องคำนวณหาการโก่งตัวของคานโดยวิธีอินทิเกรตสองครั้ง วิธีพื้นที่โมเมนต์ วิธีคานคอนจูเกต

4. สาระการเรียนรู้

โครงสร้างนอกจากจะเกิดแรงภายในขึ้นเมื่อรับแรงกระทำจากน้ำหนักบรรทุกแล้วในส่วนของรูปร่างโครงสร้างยังเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้ หรือเนื่องจากผลของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ หรือการทรุดตัวของจุดรองรับ เหล่านี้ล้วนเป็นผลให้โครงสร้างเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้ทั้งสิ้น

การเปลี่ยนแปลงรูปร่างที่กล่าวถึงในบทเรียนนี้เป็นการเปลี่ยนแปลงในช่วงอิลาสติก (Elastic Deformation) หน่วยแรงภายในที่เกิดขึ้นมีค่าไม่เกินพิกัดยืดหยุ่นของวัสดุโครงสร้างหรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงรูปร่างที่ไม่ถาวรและเล็กน้อยเมื่อเทียบกับขนาดของโครสร้างนั้นๆและสามารถคือกลับมารูปเดิมเมื่อนำเอาน้ำหนักบรรทุกออก หรือผลของการกระทำอย่างอื่นๆ ออกไป

พิจารณาคานช่วงเดียวอย่างง่ายรับน้ำหนักบรรทุกกระทำแสดงดังรูปที่ 6.1 ก่อนการรับน้ำหนักบรรทุกจากภายนอกคานมีลักษณะตรงตามเส้นแนวแกนสะเทิน(Neutral axis) ซึ่งเป็นแนวเดียวกับเส้นโค้งอิลาสติก (Elastic Curve) จากนั้นเมื่อคานรับน้ำหนักบรรทุกภายนอกกระทำคานจะเปลี่ยนรูปตามแนวเส้นโค้งอิลาสติก ซึ่งค่าการโก่งตัวที่ตำแหน่งใดๆของคานจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติความแข็งแกร่งของหน้าตัด (Flexural Stiffness) หรือเรียกว่าค่า EI อย่างไรก็ตามการโก่งตัวที่มีค่าน้อยมากความยาวของเส้นโค้งอิลาสติกจะเท่ากับความยาวของเส้นแนวแกนสะเทิน



รูปที่ 6.1

พิจารณาการโก่งตัวที่ระยะความยาวของคานที่ dx ที่ระยะห่างจากจุดรองรับ A เท่ากับระยะ x แสดงดังรูปที่ 6.2 ซึ่งการโก่งตัวของคานนี้จะขึ้นเนื่องจากผลของโมเมนต์ดัดบวกทำให้หน้าตัดของคานที่ด้านบนเกิดแรงอัดและด้านล่างเกิดแรงดึงจุดศูนย์กลางความโค้งให้เป็นจุด O การเปลี่ยนแปลงของมุมลาดเอียงเท่ากับ $d\theta$ และมีรัศมีความโค้งเท่ากับ ρ

จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความโค้งกับโมเมนต์ดัด (Moment-Curvature)

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

จากวิชาแคลคลูลัส

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

ถ้าให้การโก่งตัวมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวคาน ดังนั้นค่ามุม $\frac{dy}{dx}$ มีค่าน้อยมากสามารถตัดทิ้งได้โดยจะได้ว่า

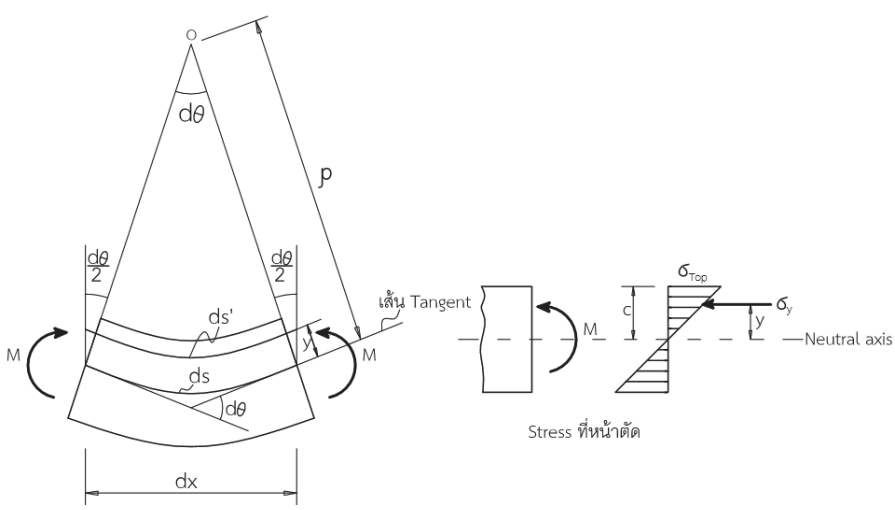
$$\frac{1}{\rho} \approx \frac{d^2y}{dx^2}$$

แทนค่าสมการ (6.1)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

แทนค่า $\theta = \frac{dy}{dx}$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$$

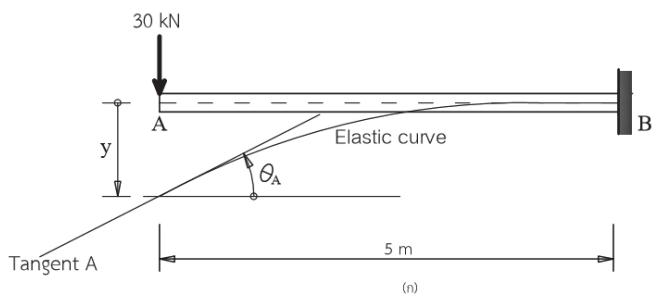


รูปที่ 6.2 แสดงการหาสมการเส้นโค้งอิลาสติก

6.1 วิธีอินทิเกรตสองครั้ง (Double-Integration Method)

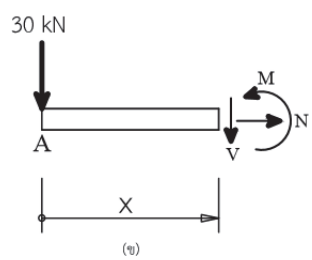
วิธีอินธิเกรตสองครั้ง (Double-Integration Method) ได้จากการนำเอาสมการ (6.2) มาแก้สมการโดยการอินทิเกรตโดยตรง (Direct Integration) โดยการอินทิเกรตครั้งแรกจะได้สมการค่าความชัน $\frac{dy}{dx}$ และค่าคงที่หนึ่งค่า C_1 การอินทิเกรตครั้งที่สองจะได้สมการการโก่งตัว y และค่าคงที่อีกหนึ่งค่า C_2 ดังนั้นสำหรับสมการหนึ่งของโมเมนต์ดัดจะได้ค่าคงที่มา 2 ตัว แต่ในกรณีน้ำหนักบรรทุกจากภายนอกหรือแรงกระทำไม่มีความต่อเนื่องตลอดทั้งความยาวคาน สมการโมเมนต์ดัดจะมีหลายสมการเพื่อให้ครอบคลุมพฤติกรรมตลอดความยาวคานซึ่งจะทำให้มีค่าคงที่หลายตัวเกิดขึ้น ในการหาค่าคงที่นั้นเราจะใช้เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions)ของค่าความชัน θ และการโก่งตัว y ที่จุดบนเส้นโค้งอิลาสติกซึ่งทราบค่าได้แน่นอน หรือเงื่อนไขความต่อเนื่อง โดยเงื่อนไขขอบเขตจุดรองรับ

ตัวอย่าง คานแสดงดังรูปที่ 6.4 จงคำนวณหาค่าความชันและการโก่งตัวที่จุด A โดยใช้วิธีอินทิเกรตสองครั้ง กำหนดให้ค่า $E = 200\ \text{GPa}$ มีค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียร์ $I = 84.4(10^6)\ \text{mm}^4$



รูปที่ 6.4

วิธีทำ สร้างสมการโมเมนต์ดัด



พิจารณารูปที่ 6.4 (ข) ที่หน้าตัดคานช่วง A-B ระยะ $x\ (0 \le x \le 5)$

ใช้สมการ ก3 $\sum M_S = 0$ $\qquad M + 30(x) = 0$

จะได้สมการโมเมนต์ดัด $\qquad M = -30x$

สมการ (6.2) $\qquad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$

แทนค่า $$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -30x$$

$$EI\frac{dy}{dx} = -\int 30x\ dx$$

$$EI\frac{dy}{dx} = -\frac{30x^2}{2} + C_1$$

$$EI\frac{dy}{dx} = -15x^2 + C_1 \qquad \text{.....(1)}$$

$$EI\ y = \int(-15x^2 + C_1)\ dx$$

$$EI\ y = -\frac{15x^3}{3} + C_1x + C_2$$

$$EI\ y = -5x^3 + C_1x + C_2 \qquad \text{.....(2)}$$

ใช้เงื่อนไขขอบเขตจุดรองรับประเภท จ เมื่อ $x = 5\ m$

จากสมการ (1) $$EI(0) = -15(5)^2 + C_1$$

$$C_1 = 375\ kN \cdot m^2$$

จากสมการ (2) $$EI\ (0) = -5(5)^3 + C_1(5) + C_2$$

$$C_2 = 5(5)^3 - (375)(5)$$

$$C_2 = -1250\ kN \cdot m^3$$

แทน C_1 ลงใน (1) $$\frac{dy}{dx} = \frac{-15x^2+375}{EI}$$

แทน C_2 ลงใน (2) $$y = \frac{-5x^3+375x-1250}{EI}$$

จากเส้นโค้ง Elastic Curve ค่ามุมลาดชัน $\frac{dy}{dx} = \theta$ และการโก่งตัวสูงสุด y อยู่ที่จุด A ค่า $x = 0\ m$ หาได้ดังนี้

$$\theta_A = \frac{375}{EI}$$

แทนค่าต่างๆ ลง $$\theta_A = \frac{375(10^3)}{(200(10^9))(84.4(10^6))(10^{-3})^4}$$

มุมลาดชัน $$\theta_A = 0.022215639\ rad$$ **ตอบ** ↺

$$y_A = \frac{-1250}{EI}$$

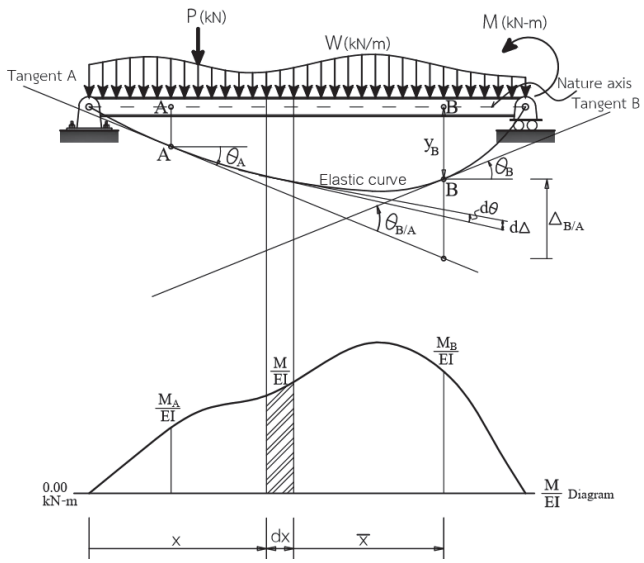
แทนค่าต่างๆ ลง $$y_A = \frac{-1250(10^3)}{(200(10^9))(84.4(10^6))(10^{-3})^4}$$

$$y_A = -0.074052132\ m$$

การโก่งตัว $$y_A = -74.052\ mm$$ **ตอบ** ↓

6.2 วิธีพื้นที่โมเมนต์ (Moment-Area Method)

วิธีพื้นที่โมเมนต์ (Moment-Area Method) เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ในการคำนวณหาค่าความเปลี่ยนแปลงความลาดชันและระยะการเบี่ยงเบนระหว่างเส้นสัมผัส (Tangent) เพื่อที่จะหาค่าการโก่งตัวของคานได้ พัฒนาและเขียนสูตรขึ้นโดย Charles E.Greene (1873) วิธีการนี้ตั้งอยู่บนพื้นฐาน 2 ทฤษฎีบท ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับเส้นโค้งอิลาสติก (Elastic Curve) และรูปทรงเรขาคณิตพื้นที่ใต้เส้นกราฟของแผนภาพโมเมนต์ดัดหารด้วยค่าความแข็งแกร่งของหน้าตัดคาน (Flexural Rigidity) หรือ EI



รูปที่ 6.6

พิจารณารูปที่ 6.6 ประกอบ คานรับน้ำหนักบรรทุกจากแรงภายนอกเมื่อเราทำการหาค่าแรงปฏิกิริยาจากจุดรองรับและหาค่าโมเมนต์ดัดพร้อมเขียนแผนภาพ เมื่อนำค่าโมเมนต์ดัดที่ได้ให้อยู่ในรูปของ $\frac{M}{EI}$ (เมื่อ EI มีค่าคงที่ตลอดความยาวคาน) ทฤษฎีบทจะอ้างอิงถึงสมการ (6.3)

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$$

$$d\theta = \frac{M}{EI}dx \qquad \text{.....(6.4)}$$

จาก (6.4) จะพบว่าการเปลี่ยนแปลงค่าความลาดชันของเส้นสัมผัสบนด้านทั้งสองของชิ้นส่วนคานยาว dx จะมีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้เส้นกราฟแผนภาพโมเมนต์ดัดนั่นหรือค่าความสูงเท่ากับ $\frac{M}{EI}$ คูณกับระยะ dx ค่าที่ได้คือ $d\theta$ ซึ่งเป็นค่ามุมเล็กๆ เมื่อทำการอินทิเกรตสมการดังกล่าวจากจุด A ไปยังจุด B จะได้ว่า

$$\int_A^B d\theta = \int_A^B \frac{M}{EI}dx \qquad \text{.....(6.5)}$$

$$\theta_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI}dx \qquad \text{.....(6.6)}$$

ค่า $\theta_{B/A}$ หมายถึงค่าเปลี่ยนแปลงค่าความลาดชันหรือค่ามุมระหว่างเส้นสัมผัส(*Tangent)* กับเส้นโค้งอิลาสติกที่ *A* และ *B* ซึ่งค่าดังกล่าวจะหาได้จาก $\int_A^B \frac{M}{EI} dx$ หรือพื้นที่ใต้เส้นกราฟโมเมนต์ดัดระหว่างจุด *A* และจุด *B* จากเรขาคณิตจะสามารถหาค่าความชันระหว่างเส้นสัมผัส *A* และ *B* ได้เช่นกัน

$$\theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A \qquad \text{.....(6.7)}$$

ค่า θ_A ได้จากการวัดค่ามุมจากเส้นแนวระดับที่ลากขนานแกนสะเทินของคานเส้นสัมผัสกับเส้นโค้งอิลาสติกที่จุด A ที่ θ_B ก็จะได้ในลักษณะเดียวกัน

สรุปทฤษฎีบทที่ 1 การเปลี่ยนแปลงของค่าความลาดชันหรือมุมระหว่างเส้นสัมผัสจากจุดสองจุดบนเส้นโค้งอิลาสติก มีค่าเท่ากับพื้นที่ของ $\frac{M}{EI}$ ระหว่างจุดสองจุดนั้น

พิจารณารูปที่ 6.6 ที่เส้นสัมผัสบนด้านทั้งสองของชิ้นส่วนคานยาว dx ค่าความเบี่ยงเบนของเส้นสัมผัสทั้งสองหรือผลต่าง $d\Delta$ ที่วัดเป็นระยะทางในแนวดิ่งตั้งฉากกับแนวแกนสะเทินของโครงสร้าง หาได้จาก

$$d\Delta = \bar{x}\, d\theta \qquad \text{.....(6.8)}$$

เมื่อ $\bar{x}$ คือระยะจากจุด B ถึงชิ้นส่วน dx และจาก (6.4) จะได้ว่า

$$d\Delta = \bar{x}\, \frac{M}{EI} dx \qquad \text{.....(6.9)}$$

จาก (6.8) คือการนำเอาพื้นที่ใต้กราฟของแผนภาพโมเมนต์ดัดคูณเข้ากับระยะ $\bar{x}$ ซึ่งค่าดังกล่าวคือโมเมนต์รอบจุด B เมื่อทำการอินทิเกรตสมการดังกล่าวจากจุด A ไปยังจุด B จะได้ว่า

$$\int_A^B d\Delta = \int_A^B \frac{M}{EI} \bar{x}\, dx \qquad \text{.....(6.10)}$$

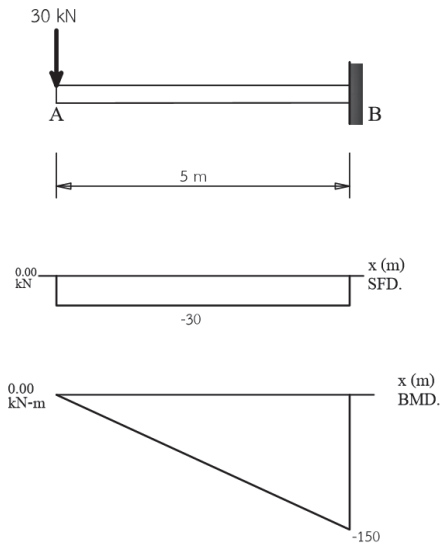
หรือ

$$\Delta_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI} \bar{x}\, dx \qquad \text{..... (6.11)}$$

จาก (6.11) คือค่าความเบี่ยงเบนของเส้นโค้งอิลาสติกที่จุด B ไปยังเส้นสัมผัส A โดยที่ $\int_A^B \frac{M}{EI} \bar{x}\, dx$ คือการนำเอาพื้นที่ใต้กราฟของแผนภาพโมเมนต์ดัดระหว่างจุด A กับจุด B คูณเข้ากับระยะ $\bar{x}$ คือค่าที่วัดจากจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่ใต้เส้นกราฟโมเมนต์ดัดนั้นไปยังจุดที่ต้องการหาค่าระยะเบี่ยนแบน ซึ่งในที่นี้ค่าที่ได้จะเป็นค่าโมเมนต์รอบจุด B

สรุปทฤษฎีบทที่ 2 พิจารณารูปที่ 6.7 ประกอบ ระยะการเบี่ยนแบนหรือระยะการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากที่จุด B กับเส้นสัมผัสที่จุด A บนเส้นโค้งอิลาสติกเดียวกัน มีค่าเท่ากับโมเมนต์รอบจุด B ของพื้นที่ $\frac{M}{EI}$ ระหว่างจุดสองจุดนั้น

ตัวอย่าง คานแสดงดังรูปที่ 6.8 จงคำนวณหาค่าความลาดชันที่จุด B และการโก่งตัวที่จุด B โดยใช้วิธีพื้นที่โมเมนต์ กำหนดให้ค่า กำหนดให้ค่า $E = 200\ \text{GPa}$ และหน้าตัดคานมีค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียร์ $I = 84.4(10^6)\ \text{mm}^4$



รูปที่ 6.8

วิธีทำ

สร้างสมการสมดุล

$\sum Fy = 0$ ↑ $\quad A_y - 30 = 0 \quad \text{kN}$ (ก2)

$\sum M_B = 0$ ↻ $\quad -M_B + 30(5) = 0 \quad (\text{kN} \cdot \text{m})$ (ก3)

แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ

$$A_y = 30 \quad \text{kN}$$
$$M_B = -150 \quad \text{kN} \cdot \text{m}$$

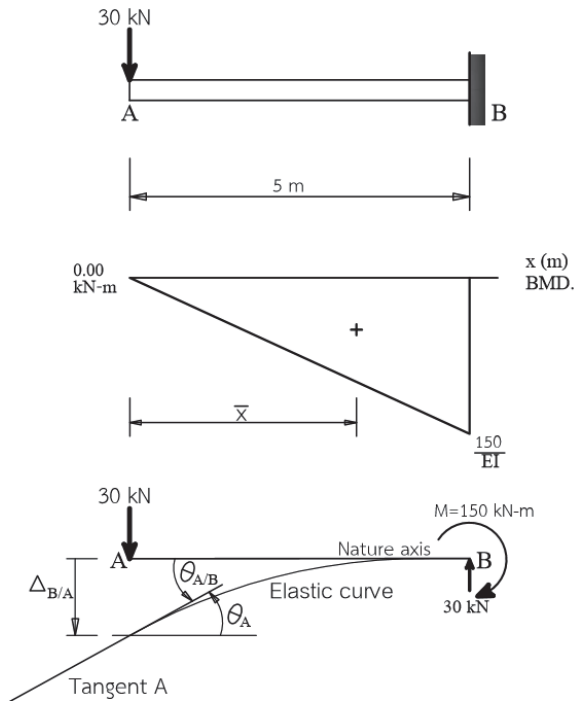
สร้างแผนภาพโมเมนต์ดัดโดยคำนวณจากแผนภาพแรงเฉือน

$$M_B = -30(5) = -150 \quad \text{kN} \cdot \text{m}$$

เขียนแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วน EI และ เขียนเส้นโค้งอิลาสติกของคาน ลากเส้นสัมผัสที่จุด *A*

พิจารณารูปที่ 6.8 ประกอบ ในการเปลี่ยนแปลงค่าความลาดชันจากจุด *A* ไป *B* หาได้จาก

$\theta_B - \theta_A = \theta_{A/B}$ เมื่อจุดรองรับเป็นแบบยึดแน่น $\theta_B = 0$ ดังนั้น $\theta_A = \theta_{A/B}$



รูปที่ 6.9

$\theta_{A/B}$ = พื้นที่ $\frac{M}{EI}$ ระหว่าง *A* และ *B* (ทฤษฎีบทที่ 1)

$$\theta_{A/B} = \frac{1}{EI}\left[\left(\frac{1}{2}\right)(5)(150)\right]$$

$$\theta_A = \theta_{A/B} = \left(\frac{375\left(10^3\right)}{(200)\left(10^9\right)(84.4)\left(10^6\right)\left(10^{-3}\right)^4}\right)$$

$\theta_A = 0.022215639$ rad **ตอบ** ↺

การเบี่ยงเบนเส้นสัมผัสจาก เส้น**สัมผัส *B*** (จุดรองรับแบบยึดแน่นเส้นสัมผัส *B* คือเส้นแกนสะเทิน) ไปยังเส้นสัมผัสที่**จุด *A*** ซึ่งจะหาได้จาก $\Delta_{A/B} = y_A$

$\Delta_{A/B}$= โมเมนต์พื้นที่ $\frac{M}{EI}$ ระหว่าง *A* และ *B* **รอบจุด *A*** (ทฤษฎีบทที่ 2)

$\bar{x} = 5 - \left[\left(\frac{1}{3}\right)(5)\right]$ จะได้ $\bar{x} = 3.333$ m

$$\Delta_{A/B} = \frac{1}{EI}\left[\left(\frac{1}{2}\right)(5)(150)\right](3.333)$$

$$y_A = \Delta_{A/B} = \left(\frac{375\left(10^3\right)}{(200)\left(10^9\right)(84.4)\left(10^6\right)\left(10^{-3}\right)^4}\right)(3.333)\left(\frac{1}{10^{-3}}\right)$$

$y_A = 74.04$ mm **ตอบ** ↓

6.3 วิธีคานคอนจูเกต (Conjugate-Beam Method)

วิธีคานคอนจูเกต (Conjugate-Beam Method) เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ในการคำนวณหาค่าความเปลี่ยนแปลงลาดชันและค่าการโก่งตัว พัฒนาและเขียนสูตรขึ้นโดย Otto Mohr (1868) หลักการคำนวณจะใช้ค่าความสัมพันธ์ของน้ำหนักบรรทุก แรงเฉือนและแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วนด้วย EI โดยจะหาแรงปฏิกิริยาจากน้ำหนักบรรทุก เขียนแผนภาพแรงเฉือนและแผนภาพโมเมนต์ดัดจากคานจริง (Real Beam) นำแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วนด้วย EI มาเป็นน้ำหนักบรรทุกอีกครั้งของคานที่เปลี่ยนสภาวะแล้ว หรือเรียกว่า คานเสมือน (Conjugate-Beam) และทำการหาค่าความลาดชันและการโก่งตัวโดยตั้งอยู่บนทฤษฎีบท 2 ประการคือ

ทฤษฎีบทที่ 1 ค่าแรงเฉือนที่จุดใดๆบนคานเสมือนที่รับน้ำหนักบรรทุกแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วน EI จะมีค่าเท่ากับ ค่าความลาดชันที่จุดนั้นของคานจริง

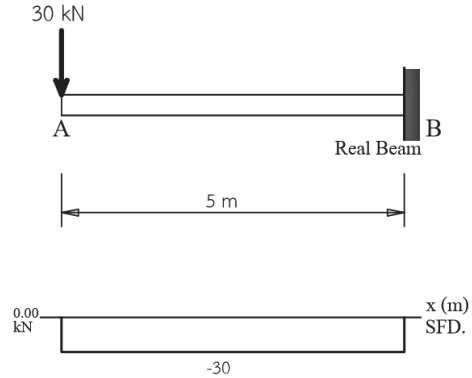
ทฤษฎีบทที่ 2 ค่าโมเมนต์ดัดที่จุดใดๆบนคานเสมือนที่รับน้ำหนักบรรทุกแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วน EI จะมีค่าเท่ากับการโก่งตัวที่จุดนั้นของคานจริง

โดยการคิดเครื่องหมายถ้าได้ค่าแรงเฉือนเป็นบวก ค่าความลาดชันจะมีทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และถ้าได้ค่าโมเมนต์ดัดเป็นบวก ค่าการโก่งตัวจะมีทิศทางชี้ขึ้น อนึ่ง ค่าความสัมพันธ์ต่างๆจะแสดงไว้ดังตาราง

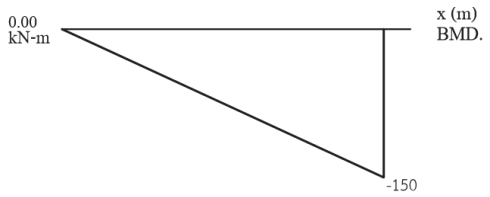
ตาราง แสดงค่าความสัมพันธ์

ความสัมพันธ์ของน้ำหนักบรรทุก แรงเฉือน และโมเมนต์ดัด	**ความสัมพันธ์ของ แผนภาพโมเมนต์ดัดส่วนด้วย EI ค่าความลาดชัน และการโก่งตัว**
$\frac{dV}{dx} = w$	$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$
$\frac{dM}{dx} = V$ หรือ $\frac{d^2M}{dx^2} = w$	$\frac{dy}{dx} = \theta$ หรือ $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$

ตัวอย่าง คานแสดงดังรูปที่ 6.18 จงคำนวณหาค่าความลาดชันที่จุด B และการโก่งตัวที่จุด B โดยใช้วิธีพื้นที่โมเมนต์ กำหนดให้ค่า กำหนดให้ค่า $E = 200\ \text{GPa}$ และหน้าตัดคานมีค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียร์ $I = 84.4(10^6)\ \text{mm}^4$



รูปที่ 6.18



รูปที่ 6.18

วิธีทำ

สร้างสมการสมดุล

$\sum Fy = 0 \uparrow \qquad A_y - 30 = 0 \quad kN$ (ก2)

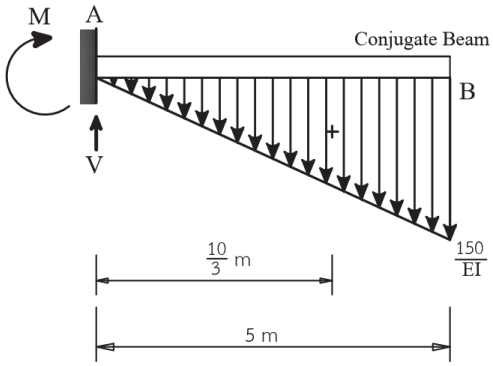
$\sum M_B = 0 \circlearrowright \qquad -M_B + 30(5) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ

$$A_y = 30 \quad kN$$
$$M_B = -150 \quad kN \cdot m$$

สร้างแผนภาพโมเมนต์ดัดโดยคำนวณจากแผนภาพแรงเฉือน

นำแผนภาพโมเมนต์ดัดส่วน EI เป็นน้ำหนักบรรทุกกระทำบนคานเสมือน



รูปที่ 6.19

สร้างสมการสมดุล

$\sum Fy = 0 \uparrow \qquad V - \frac{1}{EI}\left[\left(\frac{1}{2}\right)(5)(150)\right] = 0$ (ก2)

$$V = \frac{375}{EI}$$

$$V = \left[\frac{(375)\left(10^3\right)}{(200)\left(10^9\right)(84.4)\left(10^6\right)\left(10^{-3}\right)^4}\right]$$

แรงเฉือนเป็นบวก $\qquad \theta_A = V = 0.022215639 \text{ rad}$ **ตอบ** $\circlearrowleft$

$$\sum M_A = 0 \qquad -M - \frac{1}{EI}\left[\left(\frac{1}{2}\right)(5)(150)\right]\left(\frac{10}{3}\right) = 0 \qquad \text{(ก3)}$$

$$M = -\left[\frac{(1250)\left(10^3\right)}{(200)\left(10^9\right)(84.4)\left(10^6\right)\left(10^{-3}\right)^4}\right]\left(\frac{1}{10^{-3}}\right)$$

โมเมนต์ดัดเป็นลบ $\Delta_A = M = -74.052\ \text{mm}$ **ตอบ** ↓

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องการโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 6

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 6 มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต

4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 6 ในหนังสือแบบเรียนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 6 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 6
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 6
2. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 6 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 6 เรื่องการโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 6 เรื่องการโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 6 การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล

บทที่ 6 การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301 **วิทยาลัย** .....

ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**..... **ครู** .....

ที่	รายการประเมิน	*คะแนนแบบทดสอบ		**คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้		*ข้อที่	**ข้อที่
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	วิธีอินทิเกรตสองครั้ง						
2	วิธีพื้นที่โมเมนต์						
3	วิธีคานคอนจูเกต						
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		**รวม**	

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	**หน่วยที่ 7**
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต	สอนครั้งที่ 14/18
ชื่อเรื่อง การโก่งตัวของคานโดยวิธีเรขาคณิต		จำนวน 3 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 สมการสามโมเมนต์

2. สาระสำคัญ

สมการรูปทั่วไป (General Form) ของสมการสามโมเมนต์ (Three-Moment Equation)

$$\frac{MC_L \cdot L_L}{I_L} + 2MC\left(\frac{L_L}{I_L} + \frac{L_R}{I_R}\right) + \frac{MC_R \cdot L_R}{I_R} = -\sum \frac{P_L \cdot {L_L}^2 \cdot K_L}{I_L}\left(1 - {K_L}^2\right) - \sum \frac{P_R \cdot {L_R}^2 \cdot K_R}{I_R}\left(1 - {K_R}^2\right)$$
$$-\frac{W_L \cdot {L_L}^3}{4I_L} - \frac{W_R \cdot {L_R}^3}{4I_R} - 6E\left(\frac{\Delta_L - \Delta_C}{L_L} + \frac{\Delta_R - \Delta_C}{L_R}\right) \qquad \text{.....(2.1)}$$

ในกรณีหน้าตัดคานมีค่าเท่ากัน $I = I_L = I_R$ จาก (7.9) จะได้ว่า

$$MC_L \cdot L_L + 2MC(L_L + L_R) + MC_R \cdot L_R$$
$$= -\sum P_L \cdot {L_L}^2 \cdot K_L\left(1 - {K_L}^2\right) - \sum P_R \cdot {L_R}^2 \cdot K_R\left(1 - {K_R}^2\right) - \frac{1}{4}\left(W_L \cdot {L_L}^3 + W_R \cdot {L_R}^3\right)$$
$$-6EI\left(\frac{\Delta_L - \Delta_C}{L_L} + \frac{\Delta_R - \Delta_C}{L_R}\right) \qquad \text{.....(2.2)}$$

จาก (7.10) ถ้าความยาวของคานทุกช่วงมีค่าเท่ากัน $L = L_L = L_R$ จะได้ว่า

$$MC_L + 4MC + MC_R$$
$$= -\sum P_L \cdot L \cdot K_L\left(1 - {K_L}^2\right) - \sum P_R \cdot L \cdot K_R\left(1 - {K_R}^2\right)$$
$$-\frac{L^2}{4}(W_L + W_R) - \frac{6EI}{L^2}(\Delta_L - 2\Delta_C + \Delta_R) \qquad \text{.....(2.3)}$$

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงสร้างอย่างยากโดยวิธีสมการสามโมเมนต์

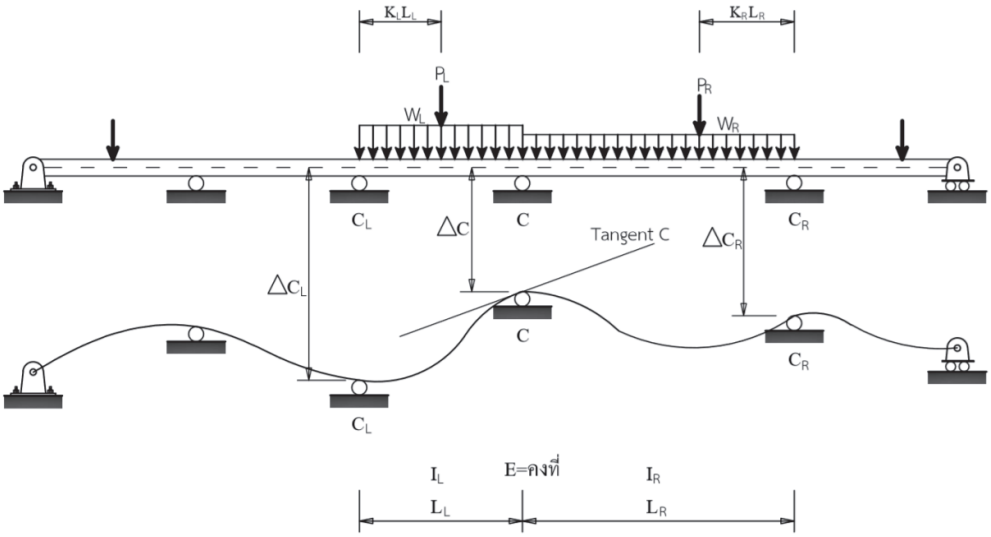
2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาโมเมนต์ภายในและแรงปฏิกิริยาโดยการวิเคราะห์โครงสร้างอย่างยากโดยใช้วิธีสมการสามโมเมนต์

3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงสร้างอย่างยากโดยวิธีสมการสามโมเมนต์

4. สาระการเรียนรู้

4.1 สมการสามโมเมนต์ (Three-Moment Equation)

พิจารณารูปที่ 7.1 คานต่อเนื่องรับน้ำหนักบรรทุกจากภายนอกกระทำ กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์โมดูลัสยืดหยุ่น เป็นค่าคงที่ ที่จุดรองรับ C ด้านซ้ายมือให้เป็นจุดรองรับ C_L และด้านขวามือให้เป็นจุดรองรับ C_R โดยมีการทรุดตัวที่จุดรองรับดังกล่าวให้เป็น ΔC_L , ΔC , ΔC_R ซึ่งการทรุดตัวดังกล่าวจะเกิดจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกร่วมกับการทุรดตัวของจุดรองรับและโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นกับโครงสร้างทำให้โครงสร้างเกิดการเสียรูปไปตามเส้นโค้งอิลาสติก ส่วนคุณสมบัติด้านความยาวให้เป็น L_L และ L_R ตามลำดับ การกำหนดเครื่องหมายให้การทรุดตัวที่มีทิศทางลงเป็นค่าบวก

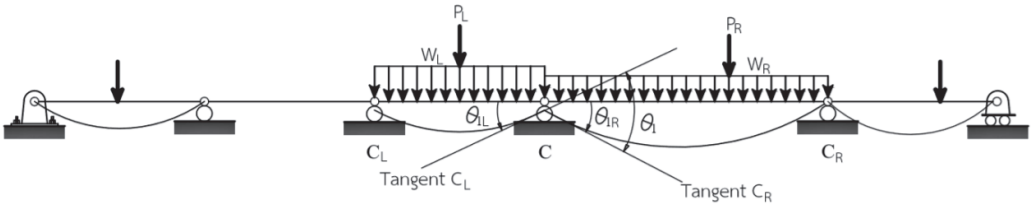


โครงสร้างคานต่อเนื่องก่อนและหลังการเสียรูป

รูปที่ 7.1

พิจารณารูปที่ 7.2 การเสียรูปของโครงสร้างที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกกระทำ ลากเส้นสัมผัสที่จุด C ด้านซ้ายมือ θ_{1L} และขวามือ θ_{1R} จากเรขาคณิตเมื่อทำการวัดค่าความลาดชันจะได้ว่า

$$\theta_1 = \theta_{1L} + \theta_{1R} \qquad \text{.....(7.1)}$$

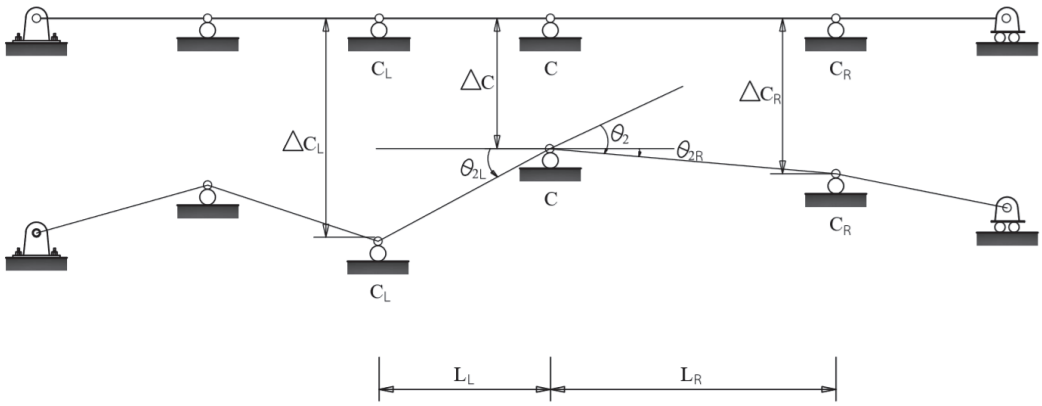


การเสียรูปภายใต้น้ำหนักบรรทุกภายนอกมากระทำ

รูปที่ 7.2

พิจารณารูปที่ 7.3 การเสียรูปของโครงสร้างที่เกิดจากการทรุดตัวของจุดรองรับ ลากเส้นสัมผัสที่ จุด C ด้านซ้ายมือ θ_{2L} และขวามือ θ_{2R} จากเรขาคณิตเมื่อทำการวัดค่าความลาดชันจะได้ว่า

$$\theta_2 = \theta_{2L} + \theta_{2R} \qquad \text{.....(7.2)}$$

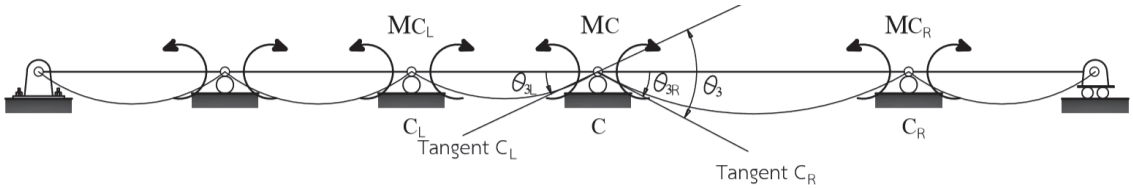


การเสียรูปภายใต้การทรุดตัวของจุดรองรับ

รูปที่ 7.3

พิจารณารูปที่ 7.4 การเสียรูปของโครงสร้างที่เกิดจากการทรุดตัวของจุดรองรับ ลากเส้นสัมผัสที่ จุด C ด้านซ้ายมือ θ_{3L} และขวามือ θ_{3R} จากเรขาคณิตเมื่อทำการวัดค่าความลาดชันจะได้ว่า

$$\theta_3 = \theta_{3L} + \theta_{3R} \qquad \text{.....(7.3)}$$



การเสียรูปเนื่องจากโมเมนต์ดัดที่จุดรองรับภายในหรือตัวไม่รู้ค่า

รูปที่ 7.4

สมการที่ได้มาข้างต้นตั้งอยู่บนพื้นฐานในการที่เราจะต้องการวัดค่าความลาดชันจากเส้นโค้งอิลาสติก ซึ่งเป็นการสมุติว่าโครงสร้างมีการเสียรูปแต่ในการวิเคราะห์โครงสร้างจริงเราจะไม่ยอมให้โครงสร้างเกิดการทรุดตัวได้ดังนั้น ที่จุด C ทั้งด้านซ้ายมือและขวามือจึงไม่มีการเสียรูปใดๆ ไม่ว่าจะเนื่องจากการรับน้ำหนักบรรทุกภายนอก การทรุดตัวของจุดรองและเนื่องจากโมเมนต์ดัด ดังนั้นจากผลรวมทางพีชคณิตจะได้ว่า

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 0 \qquad \text{.....(7.4)}$$

จาก (7.1) (7.2) และ (7.3) นำมาแทนใน (7.4)

$$(\theta_{1L} + \theta_{1R}) + (\theta_{2L} + \theta_{2R}) + (\theta_{3L} + \theta_{3R}) = 0 \qquad \text{.....(7.5)}$$

พิจารณารูปที่ 7.2 อีกครั้ง ถ้าเราจะทำการหาค่าความลาดชันโดยใช้วิธีการหาการโก่งตัวของคานดังที่อธิบายมาในบทที่ 6 จะพบว่า การโก่งตัวเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกแบบจุดและน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจาย แสดงดังนี้

$$\theta_{1L} = \sum \frac{P_L \cdot {L_L}^2 \cdot K_L\left(1-{K_L}^2\right)}{6E \cdot I_L} + \frac{W_L \cdot {L_L}^3}{24E \cdot I_L} \qquad \text{.....(7.6-ก)}$$

$$\theta_{1R} = \sum \frac{P_R \cdot {L_R}^2 \cdot K_R\left(1-{K_R}^2\right)}{6E \cdot I_R} + \frac{W_R \cdot {L_R}^3}{24E \cdot I_R} \qquad \text{.....(7.6-ข)}$$

จากรูปที่ 7.3 ถ้าเราจะทำการหาค่าความลาดชันโดยการใช้เรขาคณิต กำหนดให้เป็นค่ามุมเล็กๆ จะได้ว่า

$$\theta_{2L} = \frac{\Delta_L - \Delta_C}{L_L} \qquad \text{.....(7.7-ก)}$$

$$\theta_{2R} = \frac{\Delta_R - \Delta_C}{L_R} \qquad \text{.....(7.7-ข)}$$

จากรูปที่ 7.4 ค่าความลาดชันที่เกิดจากโมเมนต์ดัดกระทำจะหาได้จากวิธีการหาการโก่งตัวของคานดังที่อธิบายมาในบทที่ 6 ซึ่งจะได้ว่า

$$\theta_{3L} = \frac{MC_L \cdot L_L}{6E \cdot I_L} + \frac{MC \cdot L_L}{3E \cdot I_L} \qquad \text{.....(7.8-ก)}$$

$$\theta_{3L} = \frac{MC \cdot L_R}{3E \cdot I_R} + \frac{MC_R \cdot L_R}{6E \cdot I_R} \qquad \text{.....(7.8-ข)}$$

โมเมนต์ดัดที่จุดรองรับ C คือ MC และที่จุดรองรับซ้ายมือและขวามือ MC_L , MC_R ซึ่งในทางปฏิบัติค่าเหล่านี้จะเป็นตัวไม่รู้ค่าที่ต้องการทราบ โดยพิจารณาให้เป็นโมเมนต์ดัดบวก (หน้าตัดคานด้านบนถูกอัดและหน้าตัดคานด้านล่างถูกดึง) จาก สมการที่ (7.5) จะได้ว่า

$$\left(\sum \frac{P_L \cdot {L_L}^2 \cdot K_L\left(1-{K_L}^2\right)}{6E \cdot I_L} + \frac{W_L \cdot {L_L}^3}{24E \cdot I_L} + \sum \frac{P_R \cdot {L_R}^2 \cdot K_R\left(1-{K_R}^2\right)}{6E \cdot I_R} + \frac{W_R \cdot {L_R}^3}{24E \cdot I_R}\right) + \left(\frac{\Delta_L - \Delta_C}{L_L} + \frac{\Delta_R - \Delta_C}{L_R}\right) + \left(\frac{MC_L \cdot L_L}{6E \cdot I_L} + \frac{MC \cdot L_L}{3E \cdot I_L} + \frac{MC \cdot L_R}{3E \cdot I_R} + \frac{MC_R \cdot L_R}{6E \cdot I_R}\right) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่โดยสมการที่ได้จะเป็นสมการรูปทั่วไป (General Form) ที่หาค่าโมเมนต์ดัดโดยพิจารณาถึงน้ำหนักบรรทุกจากภายนอกและการทรุดตัวของจุดรองรับ สมการที่ได้นี้เรียกว่า สมการสามโมเมนต์ (Three-Moment Equation)

$$\frac{MC_L \cdot L_L}{I_L} + 2MC\left(\frac{L_L}{I_L} + \frac{L_R}{I_R}\right) + \frac{MC_R \cdot L_R}{I_R} = -\sum \frac{P_L \cdot {L_L}^2 \cdot K_L}{I_L}\left(1-{K_L}^2\right) - \sum \frac{P_R \cdot {L_R}^2 \cdot K_R}{I_R}\left(1-{K_R}^2\right) - \frac{W_L \cdot {L_L}^3}{4I_L} - \frac{W_R \cdot {L_R}^3}{4I_R} - 6E\left(\frac{\Delta_L - \Delta_C}{L_L} + \frac{\Delta_R - \Delta_C}{L_R}\right) \qquad \text{.....(7.9)}$$

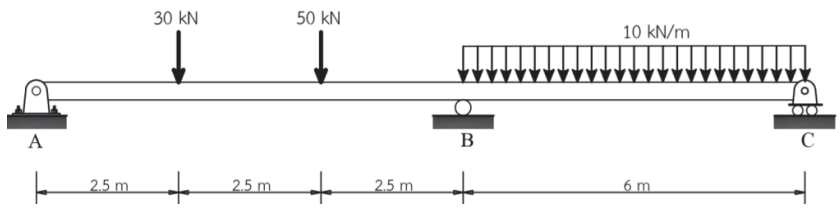
ในกรณีหน้าตัดคานมีค่าเท่ากัน $I = I_L = I_R$ จาก (7.9) จะได้ว่า

$$MC_L \cdot L_L + 2MC(L_L + L_R) + MC_R \cdot L_R = -\sum P_L \cdot {L_L}^2 \cdot K_L\left(1 - {K_L}^2\right)$$
$$-\sum P_R \cdot {L_R}^2 \cdot K_R\left(1 - {K_R}^2\right) - \frac{1}{4}\left(W_L \cdot {L_L}^3 + W_R \cdot {L_R}^3\right)$$
$$-6EI\left(\frac{\Delta_L - \Delta_C}{L_L} + \frac{\Delta_R - \Delta_C}{L_R}\right) \qquad \text{.....(7.10)}$$

จาก (7.10) ถ้าความยาวของคานทุกช่วงมีค่าเท่ากัน $L = L_L = L_R$ จะได้ว่า

$$MC_L + 4MC + MC_R = -\sum P_L \cdot L \cdot K_L\left(1 - {K_L}^2\right) - \sum P_R \cdot L \cdot K_R\left(1 - {K_R}^2\right)$$
$$-\frac{L^2}{4}(W_L + W_R) - \frac{6EI}{L^2}(\Delta_L - 2\Delta_C + \Delta_R) \qquad \text{.....(7.11)}$$

ตัวอย่าง คานต่อเนื่องแสดงดังรูปที่ 7.6 จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับพร้อมกับเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ โดยใช้วิธีสมการสามโมเมนต์ กำหนดให้ EI = ค่าคงที่ และจุดรองรับไม่มีการทรุดตัว



รูปที่ 7.6

วิธีทำ

สมการสามโมเมนต์ ABC โดยโมเมนต์ดัดที่จุด B M_B คือตัวไม่รู้ค่า ส่วน $M_A = M_C = 0$ ค่าต่างๆ แสดงดังนี้

$$P_{L1} = 30\text{ kN},\ K_{L1} = \frac{2.5}{7.5} = \frac{1}{3}\ ,\ P_{L2} = 50\text{ kN},\ K_{L2} = \frac{5}{7.5} = \frac{2}{3}\ ,\ P_R = 0$$
$$W_L = 0\ ,\ W_R = 10\text{ kN/m}$$
$$L_L = 7.5\text{ m}\ ,\ L_R = 6\text{ m}$$
$$I = I_L = I_R$$
$$\Delta_L = 0\ ,\ \Delta_R = 0$$

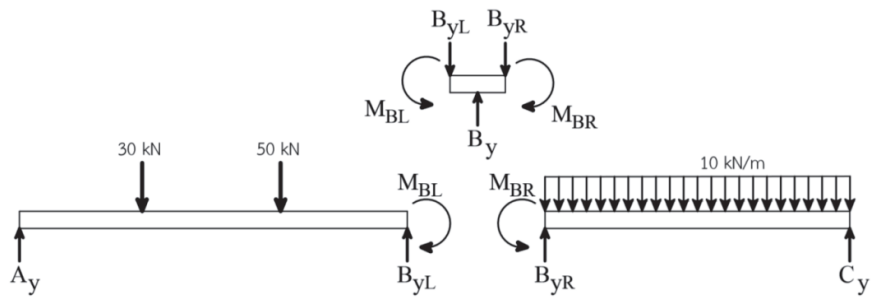
แทนค่าลงในสมการ (7.10)

$$M_A(7.5) + 2M_B(7.5 + 6) + M_C(6) = -(30)(7.5)^2\left(\frac{1}{3}\right)\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]$$
$$-(20)(7.5^2)\left(\frac{2}{3}\right)\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2\right] - \frac{1}{4}(10)(6)^3 - 0$$

เมื่อโมเมนต์ดัดที่ปลายเป็นศูนย์ $M_A = M_C = 0$

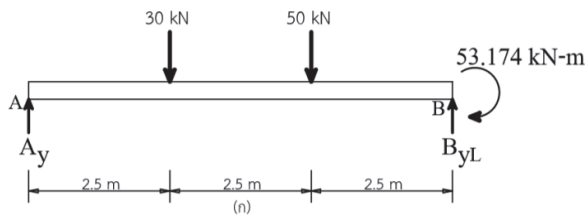
$$27M_B = -312.188 - 583.500 - 540$$
$$M_B = \frac{-1435.688}{27}$$
$$M_B = -53.174 \ \ kN \cdot m$$

เขียนรูปอิสระของโครงสร้างแสดงดังรูปที่ 7.6 (กรณีโมเมนต์ดัดเป็นลบ)



รูปที่ 7.7

คานช่วง A-B



รูปที่ 7.8

สร้างสมการสมดุล (ก3) และ (ก2)

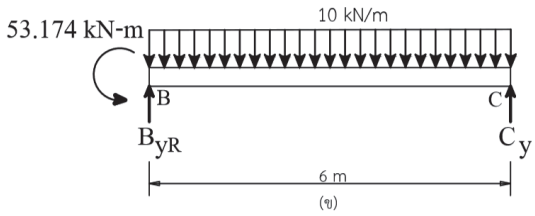
$\sum M_A = 0$ $\quad B_{yL}(7.5) - 50(5) - 30(2.5) - 53.174 = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

$\sum Fy = 0$ $\quad A_y + B_{yL} - 30 - 50 = 0 \quad kN$ (ก2)

แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ (ก3) และ (ก2)

$$B_{yL} = 50.423 \ \ kN$$
$$A_y = 29.577 \ kN$$

คานช่วง B-C



สร้างสมการสมดุล (ก3) และ (ก2)

$\sum M_B = 0$ $\quad C_y(6) - 10(6)(3) + 53.174 = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

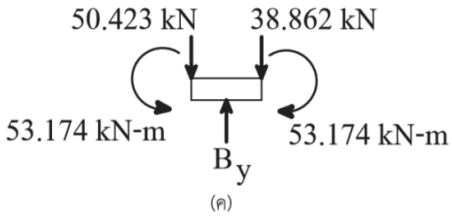
$\sum Fy = 0$ $\quad C_y + B_{yR} - 10(6) = 0 \quad kN$ (ก2)

แก้สมการหาค่าตัวแปร คำนวณตามลำดับ (ก3) และ (ก2)

$$C_y = 21.138 \ kN$$

$$B_{yR} = 38.862 \ kN$$

คานที่จุด B



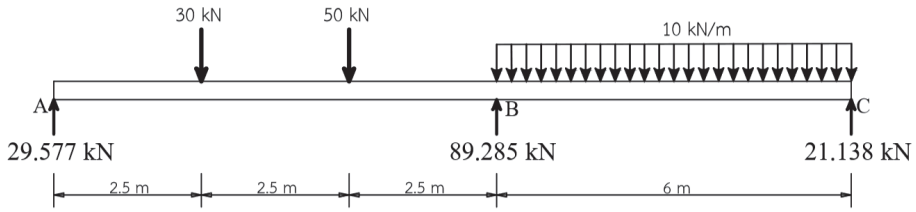
สร้างสมการสมดุล (ก2)

$\sum Fy = 0$ $\quad B_y - 50.423 - 38.862 = 0 \quad kN$ (ก2)

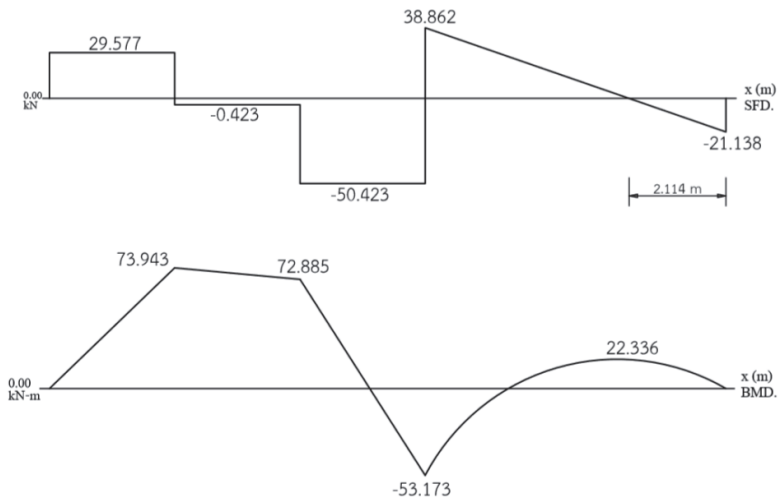
แก้สมการหาค่าตัวแปร

$$B_y = 89.285 \ kN$$

นำค่าแรงปฏิกิริยาที่ได้ไปเขียนแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด



รูปที่ 7.9



รูปที่ 7.9

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องสมการสามโมเมนต์
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 7

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 7 มีความรู้ การวิเคราะห์โครงสร้างอย่างยากโดยวิธีสมการสามโมเมนต์
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 7 ในหนังสือแบบเรียนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 7 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 7
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 7
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 7 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 7 เรื่องสมการสามโมเมนต์

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 7 เรื่องสมการสามโมเมนต์

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 7 สมการสามโมเมนต์

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล

บทที่ 7 สมการสามโมเมนต์

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301				**วิทยาลัย**			
ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**.....				**ครู**			
ที่	**รายการประเมิน**	***คะแนนแบบทดสอบ**		****คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้**		***ข้อที่**	****ข้อที่**
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	สมการสามโมเมนต์						
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		**รวม**	

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	**หน่วยที่ 8**
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย อินฟลูเอ็นซไลน	สอนครั้งที่ 15-17/18
ชื่อเรื่อง อินฟลูเอ็นซไลน		จำนวน 9 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 อินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล

1.2 หลักการของ MULLER-BRESLAU'S

1.3 อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น

1.4 อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน

1.5 ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด

2. สาระสำคัญ

น้ำหนักบรรทุกจรที่มีการแปรเปลี่ยนตำแหน่งไปมา(Moving Load) บนคานหรือสะพาน การหาตำแหน่งวิกฤตที่น้ำหนักบรรทุกจรกระทำกับโครงสร้าง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนหรือโมเมนต์ดัดสูงสุด โดยพิจารณาค่าต่างๆได้จากการวาดแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นไลน์ (Influence Line) ซึ่งวิธีพื้นฐานที่ใช้คำนวณคือสมการสมดุล หรือเราอาจใช้หลักการของ Heinrich Muller-Breslan (in 1886) เข้าช่วย โดยกล่าวว่า เส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ซึ่งเป็นฟังก์ชันของแรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดจะมีลักษณะเหมือนกับรูปแบบของการเสียรูปของโครงสร้างคาน

ยังมีการสร้างแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนของสร้างสะพานหรือโครงสร้างอาคารที่มีระบบแผ่นพื้นร่วมกับคานซอย (Stringer-Floor) ถ่ายเทน้ำหนักบรรทุกแบบจุดหรือน้ำบรรทุกแบบกระจายลงสู่ตง (Floor Beam) จากนั้นน้ำหนักจะถูกถ่ายเทลงบนคานหลัก (Girder)ซึ่งทั้งหมดจะใช้สมการสมดุลเข้าคำนวณ อย่างไรก็ตามการนำแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นไลนมาใช้ในงานจริง จะทำการจำลองน้ำหนักบรรทุกมาจากล้อรถยนต์ที่วิ่ง โดยกล่าวว่า เส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ซึ่งเป็นฟังก์ชันของแรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด โดยจะถือว่าเป็นน้ำหนักบรรทุกจร การคำนวณหาค่าสูงสุดหาได้จากการนำขนาดของแรงที่กระทำต่อโครงสร้างจริงคูณด้วยจุดสูงสุดของแผนภาพอินฟลูเอ็นซไลน

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับอินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล หลักการของ MULLER-BRESLAU'S อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด

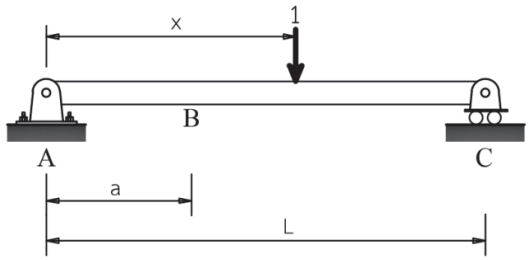
2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล การใช้หลักการของ MULLER-BRESLAU'S การคำนวณหาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น การคำนวณหาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน การคำนวณหาค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด

3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนเรื่องอินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล หลักการของ MULLER-BRESLAU'S อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด

4. สาระการเรียนรู้

4.1 อินฟลูเอ็นซไลน ของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล
(Influence Lines for Beams and Frames by Equilibrium Method)

พิจารณารูป แสดงคานช่วงเดียวอย่างง่ายรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด 1 หน่วย ซึ่งให้มีการเคลื่อนที่จากจุดรองรับ A ไปทางขวามือ (จุด C) ระยะการเคลื่อนที่ให้เป็นค่า x ทำการเขียนแผนภาพอินฟลูเอ็นไลน์เนื่องจากแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ A และ C และแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่จุด B ซึ่งตำแหน่งอยู่ห่างจากจุดรองรับ A ไปทางขวามือเท่ากับ a



รูปที่ 8.1

สร้างสมการสมดุล (ก3) และ (ก2)

$$\sum M_C = 0 \qquad -A_y(L) + 1(L - x) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

$$\sum Fy = 0 \qquad A_y + C_y - 1 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$A_y(L) = 1(L - x)$$

$$A_y = \frac{1(L-x)}{L}$$

$$A_y = \frac{L}{L} - \frac{x}{L}$$

$$A_y = 1 - \frac{x}{L}$$ **ตอบ**

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$1 - \frac{x}{L} + C_y - 1 = 0 \quad kN$$

$$C_y = \frac{x}{L}$$ **ตอบ**

คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยาที่จุด A

x	0	0.25L	a	0.6L	L
$A_y = 1 - \frac{x}{L}$	1	0.75	$1 - \frac{a}{L}$	0.4	0

คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยาที่จุด C

x	0	0.25L	a	0.6L	L
$C_y = \frac{x}{L}$	0	0.25	$\frac{a}{L}$	0.6	1

นำค่าที่ได้มาเขียนแผนภาพ เส้นอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยา

พิจารณารูปที่ 8.3 (ก) แสดงคานที่ภาคตัด B (ระยะ a) คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ที่ระยะ $0 \le x \le a$ (เพื่อลดความยุ่งยากคิดที่ภาคตัดขวามือแทน)

สร้างสมการสมดุล (ก2) และ (ก3)

$\sum Fy = 0$ ↑ $\quad V_B + C_y = 0 \quad kN$ (ก2)

$\sum M_B = 0$ ↻ $\quad -M_B + C_y(L - a) = 0 \quad (kN \cdot m)$ (ก3)

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

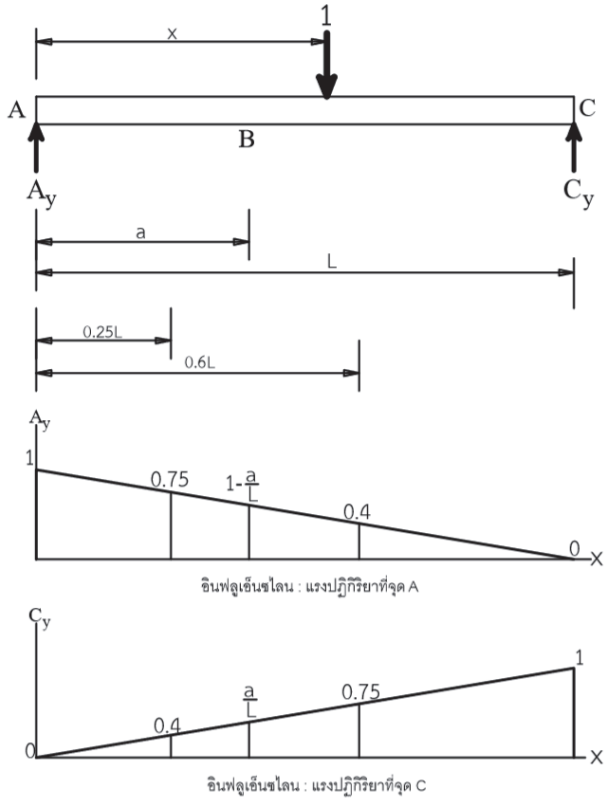
$$V_B = -C_y$$

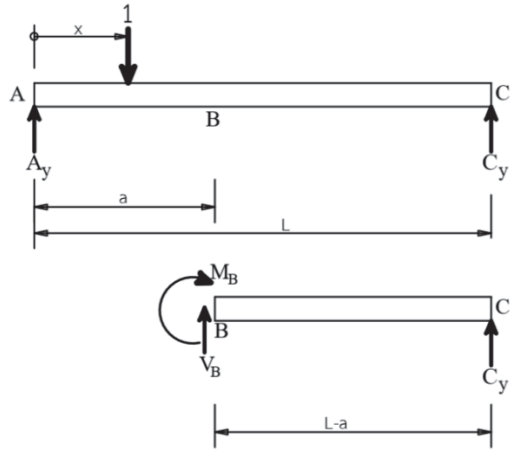
$$V_B = -\frac{x}{L}$$ **ตอบ**

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

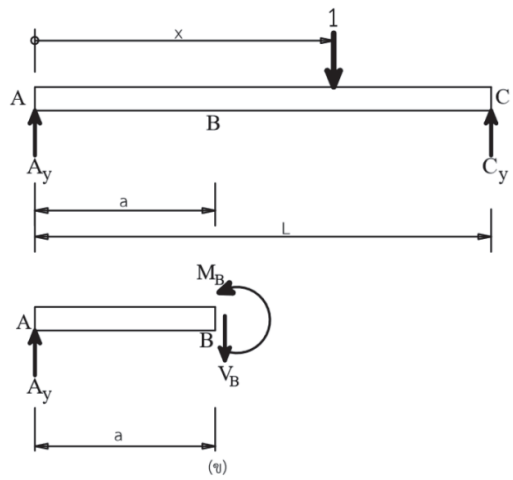
$$M_B = C_y(L - a)$$

$$M_B = \frac{x}{L}(L - a)$$ **ตอบ**





(ก)



พิจารณารูปที่ 8.3 (ก) แสดงคานที่ภาคตัด B (ระยะ a) คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ที่ระยะ $a \le x \le L$ (เพื่อลดความยุ่งยากคิดที่ภาคตัดซ้ายมือแทน)

สร้างสมการสมดุล (ก2) และ (ก3)

$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad -V_B + A_y = 0 \quad kN \tag{ก2}$$

$$\sum M_B = 0 \quad \circlearrowright \qquad M_B - A_y a = 0 \quad (kN \cdot m) \tag{ก3}$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$V_B = A_y$$

$$V_B = 1 - \frac{x}{L}$$ **ตอบ**

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

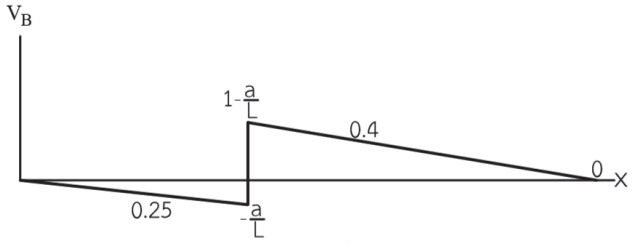
$$M_B = A_y a$$

$$M_B = \left(1 - \frac{x}{L}\right) a$$ **ตอบ**

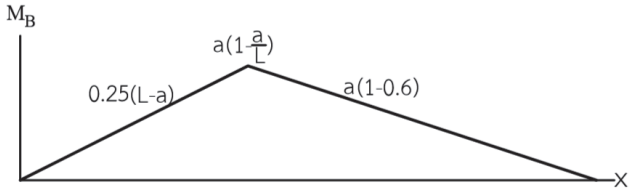
คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่จุด B

x	0	0.25L	a	0.6L	L
$V_B = -\frac{x}{L}$	0	-0.25	$-\frac{a}{L}$		
$V_B = 1 - \frac{x}{L}$			$1 - \frac{a}{L}$	0.4	0
$M_B = \frac{x}{L}(L - a)$	0	$0.25(L - a)$	$a\left(1 - \frac{a}{L}\right)$		
$M_B = \left(1 - \frac{x}{L}\right) a$			$a\left(1 - \frac{a}{L}\right)$	$a(1 - 0.6)$	0

นำค่าที่ได้มาเขียนแผนภาพ เส้นอินฟลูเอ็นซไลน์

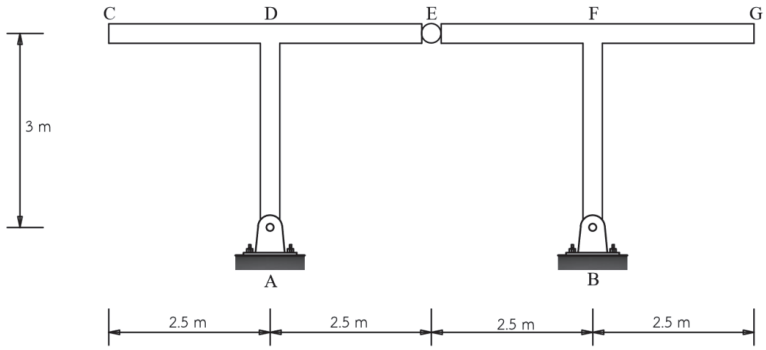


อินฟลูเอ็นซไลน : แรงเฉือนที่จุด B



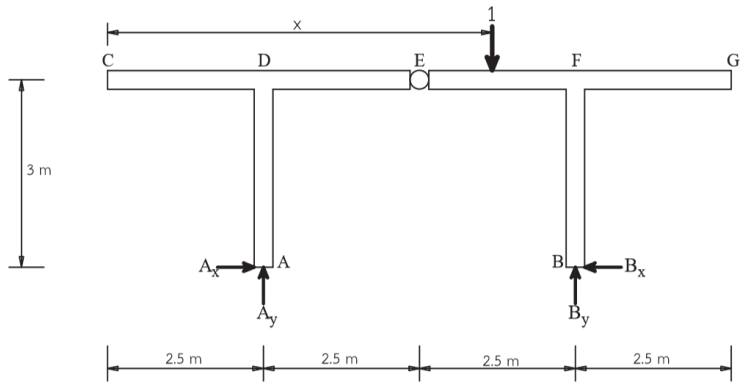
อินฟลูเอ็นซไลน : โมเมนต์ดัดที่จุด B

ตัวอย่าง จงเขียนแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์สำหรับแรงปฏิกิริยาที่จุด A , B และแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ของแรงเฉือนที่จุด E โครงข้อแข็งแสดงดังรูปที่ 8.22



รูปที่ 8.22

วิธีทำ



รูปที่ 8.23

พิจารณารูปที่ 8.23 คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยา A_y

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_B = 0 \qquad -A_y(5) + 1(7.5 - x) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$A_y = \frac{1(7.5-x)}{5}$$

$$A_y = \frac{7.5}{5} - \frac{x}{5}$$

$$A_y = -\frac{x}{5} + 1.5$$ **ตอบ**

จากรูปที่ 8.23 สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum Fy = 0 \qquad A_y + B_y - 1 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

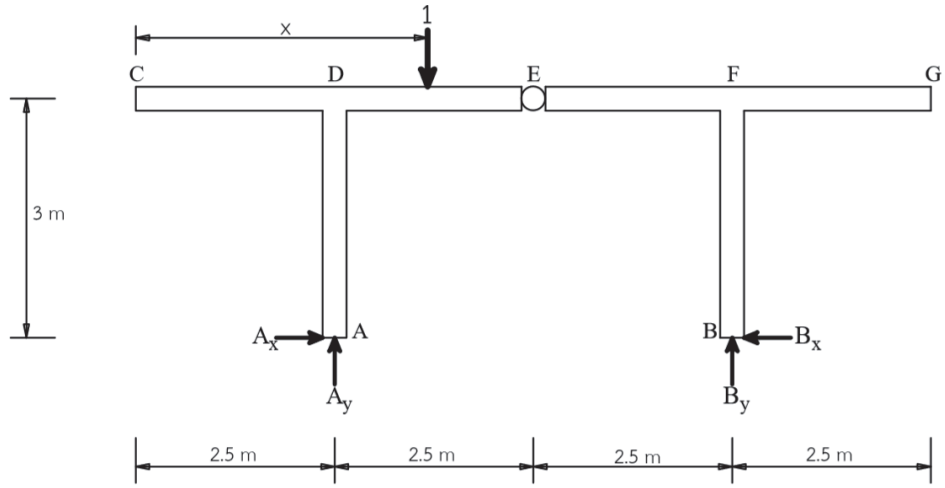
แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$B_y = 1 - A_y$$

$$B_y = 1 - \left(-\frac{x}{5} + 1.5\right)$$

$$B_y = 1 + \frac{x}{5} - 1.5$$

$$B_y = \frac{x}{5} - 0.5$$ **ตอบ**



รูปที่ 8.24

พิจารณารูปที่ 8.24 คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยา A_x น้ำหนักอยู่ช่วงคาน CE , $0 \leq x \leq 5$

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_E = 0 \qquad A_x(3) - A_y(2.5) + 1(5 - x) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad \text{(ก3)}$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$A_x(3) = A_y(2.5) - 1(5 - x)$$

$$A_x = \frac{A_y(2.5) - 1(5 - x)}{3}$$

$$A_x = \frac{2.5}{3}A_y - \frac{1(5 - x)}{3}$$

$$A_x = \frac{2.5}{3}\left(-\frac{x}{5} + 1.5\right) - \frac{5}{3} + \frac{x}{3}$$

$$A_x = -\frac{2.5x}{15} + \frac{3.75}{3} - \frac{5}{3} + \frac{x}{3}$$

$$A_x = -\frac{2.5x}{15} + \frac{3.75}{3} - \frac{5}{3} + \frac{5x}{15}$$

$$A_x = \frac{2.5}{15}x - \frac{1.25}{3}$$ **ตอบ**

พิจารณารูปที่ 8.25 คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยา A_x น้ำหนักอยู่ช่วงคาน EG , $5 \leq x \leq 10$

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_E = 0 \qquad A_x(3) - A_y(2.5) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad \text{(ก3)}$$

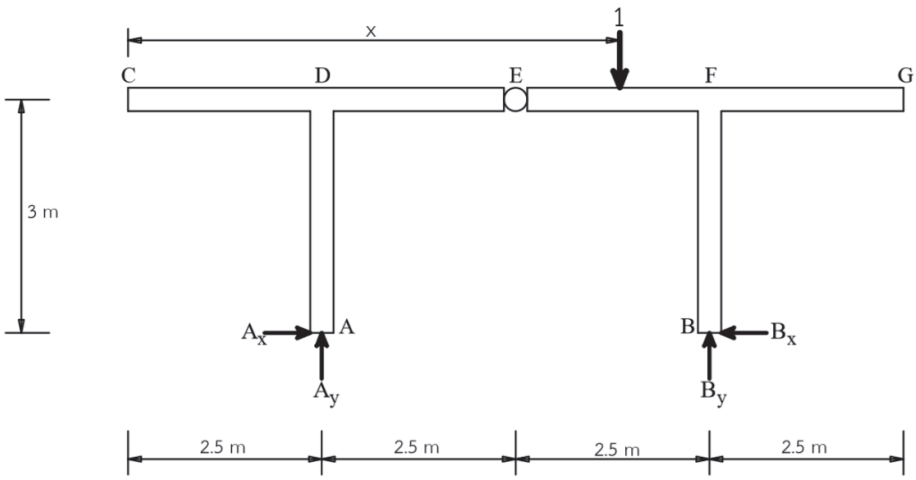
แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก1)

$$A_x(3) = A_y(2.5)$$

$$A_x(3) = \left(-\frac{x}{5} + 1.5\right)(2.5)$$

$$A_x = -\frac{2.5x}{5} + 3.75\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$A_x = -\frac{2.5x}{15} + 1.25$$ **ตอบ**



รูปที่ 8.25

พิจารณาสมการ (ก1) จะได้ ค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยา B_x

สร้างสมการสมดุล (ก1)

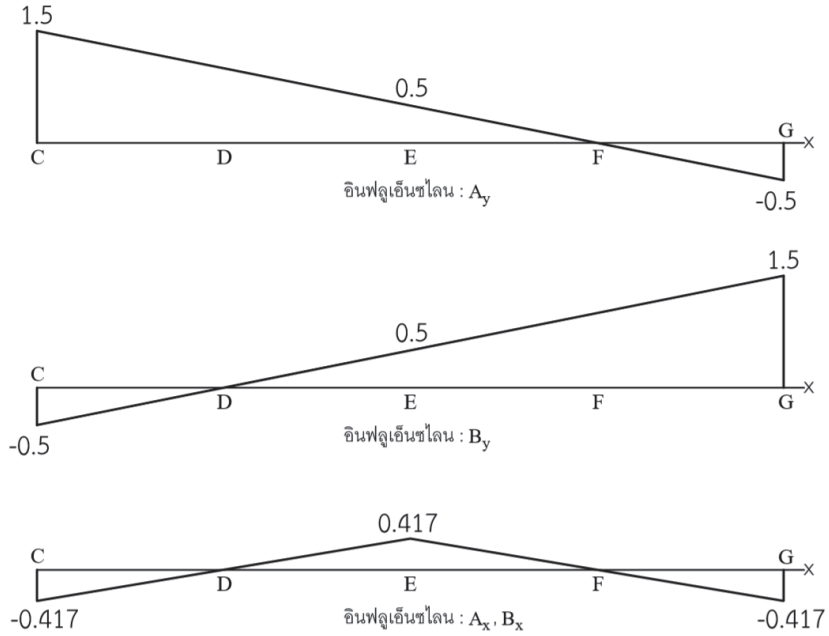
$$\sum F_x = 0 \quad \longrightarrow \quad A_x - B_x = 0 \quad (kN) \qquad (ก1)$$

$$A_x = B_x$$ **ตอบ**

สรุป ค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยา B_x จะมีค่าเท่ากับ ค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยา A_x

คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงปฏิกิริยา

x	0	5	10
$A_y = -\frac{x}{5} + 1.5$	1.5	0.5	-0.5
$B_y = \frac{x}{5} - 0.5$	-0.5	0.5	1.5
$A_x = \frac{2.5}{15}x - \frac{1.25}{3}$	-0.417	0.417	
$A_x = -\frac{2.5x}{15} + 1.25$		0.417	-0.417



รูปที่ 8.26

พิจารณารูปที่ 8.27 คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงเฉือน V_E น้ำหนักอยู่ช่วงคาน CE , $0 \le x \le 5$

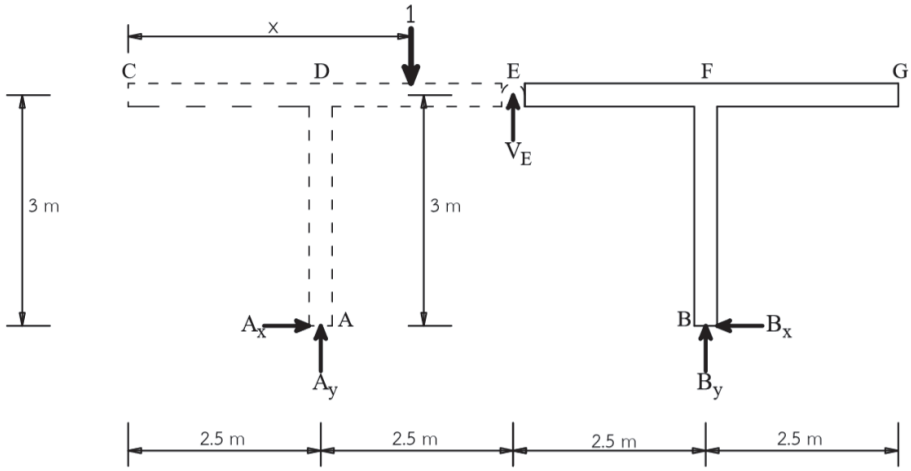
นำภาคตัดคานด้านขวามือมาคิด สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum F_y = 0 \quad \uparrow \qquad V_E + B_y = 0 \quad (kN) \qquad \text{(ก2)}$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก1)

$$V_E = -B_y$$

$$V_E = -\left(\frac{x}{5} - 0.5\right) \quad \text{หรือ} \quad V_E = -\frac{x}{5} + 0.5$$ **ตอบ**



รูปที่ 8.27

พิจารณารูปที่ 8.28 คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงเฉือน V_E น้ำหนักอยู่ช่วงคาน EG , $5 \leq x \leq 10$

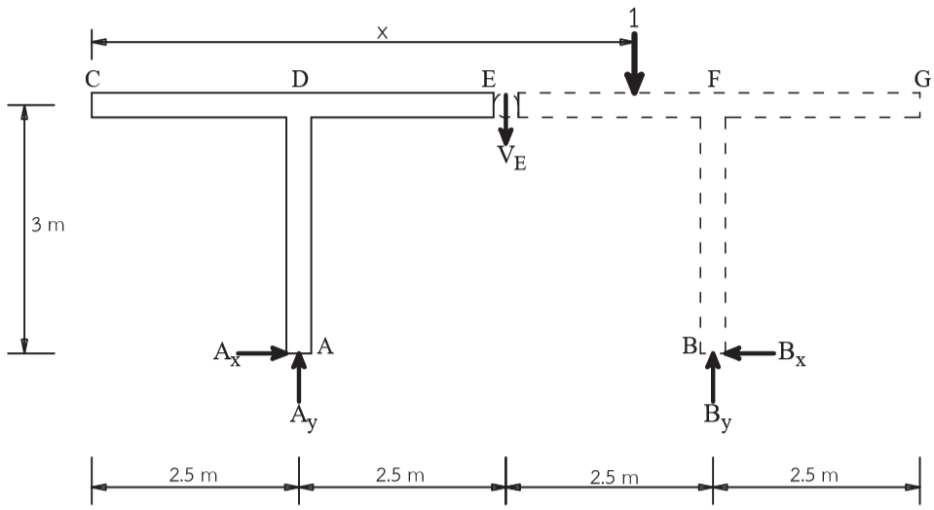
นำภาคตัดคานด้านขวามือมาคิด สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum F_y = 0 \quad \uparrow \qquad -V_E + A_y = 0 \quad (kN) \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก1)

$$V_E = A_y$$

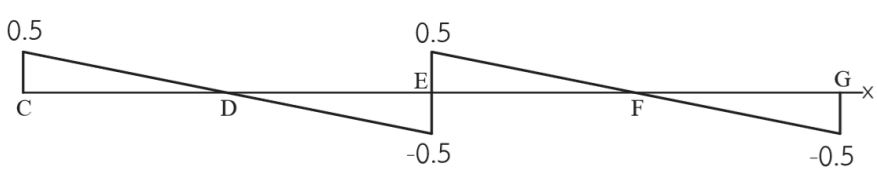
$$V_E = -\frac{x}{5} + 1.5$$ **ตอบ**



คำนวณค่าอินฟลูเอ็นซไลน์แรงเฉือนที่จุด E

x	0	5	10
$V_E = -\frac{x}{5} + 0.5$	0.5	-0.5	
$V_E = -\frac{x}{5} + 1.5$		0.5	-0.5

นำค่าที่ได้มาเขียนแผนภาพ เส้นอินฟลูเอ็นซไลน์

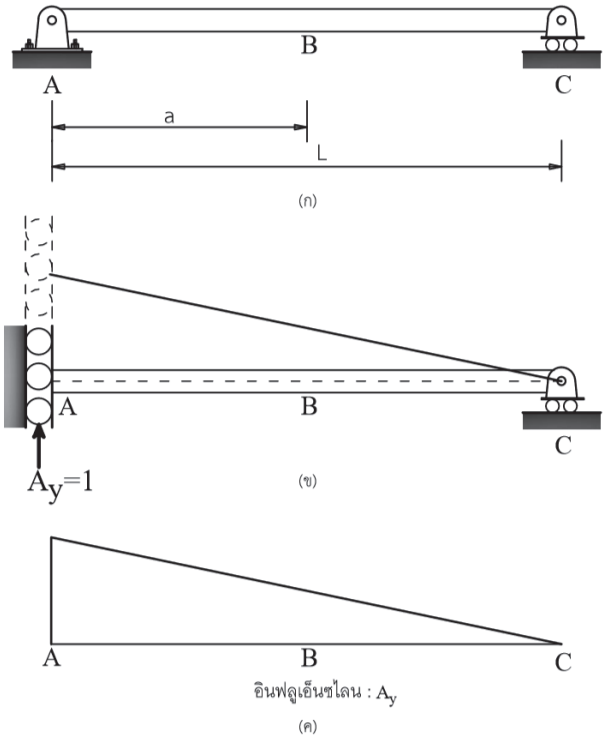


อินฟลูเอ็นซไลน : V_E

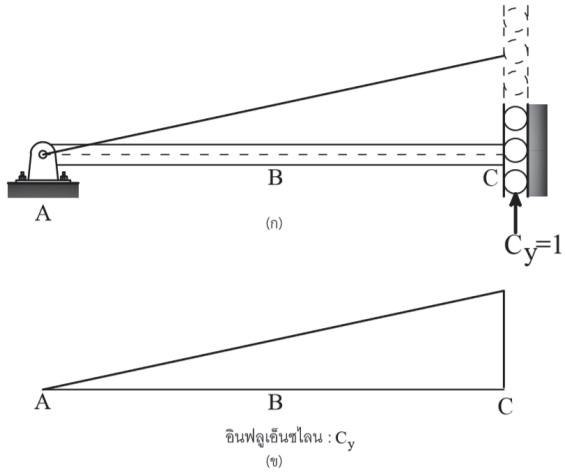
8.2 หลักการของ MULLER-BRESLAU'S (Muller-Breslau's Principle)

ในการสร้างเส้นอินฟลูเอ็นซไลนตามที่อธิบายมาข้างต้นเป็นการใช้วิธีสมการสมดุลเข้าช่วยโดยเป็นการคำนวณอาศัยความรู้จากบทเรียนเดิมซึ่งผู้อ่านจะมีความเข้าใจวิธีการได้ง่ายแต่อาจใช้เวลาค่อนข้างนาน อย่างไรก็ตาม มีศาสตราจารย์ Heinrich Muller-Breslan (in 1886) ได้เสนอหลักการเขียนเส้นอินฟลูเอ็นไลน โดยกล่าวว่า เส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ซึ่งเป็นฟังก์ชันของแรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดจะมีลักษณะเหมือนกับรูปแบบของการเสียรูปของโครงสร้างคาน

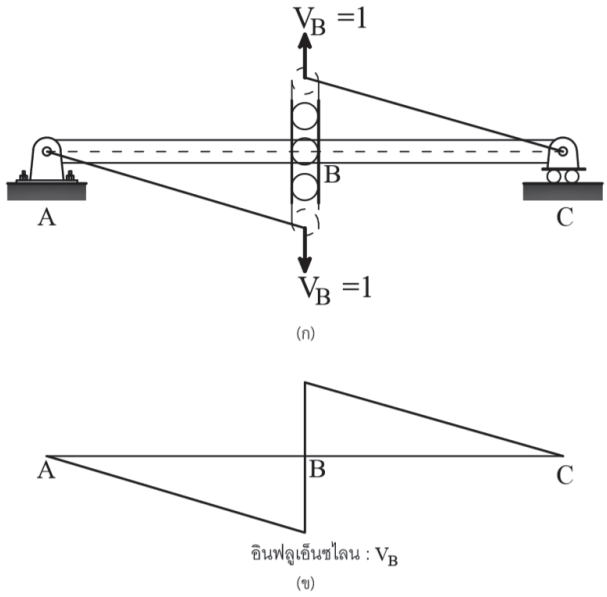
พิจารณารูปที่ 8.30 (ก) คานช่วงเดียวอย่างง่ายถ้ากำหนดให้จุดรองรับ A เป็นแบบที่เลื่อนเมื่อมีแรงปฏิกิริยา A_y เท่ากับ 1 หน่วยกระทำคานจะมีการเสียรูปแสดงดังรูปที่ 8.30 (ข) แนวเส้นการเสียรูปของคานดังกล่าวคือเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ของแรงปฏิกิริยา A_y นั่นเอง แสดงดังรูปที่ 8.30 (ค)



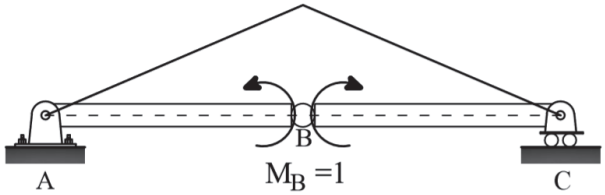
พิจารณารูปที่ 8.31 (ก) ถ้ากำหนดให้จุดรองรับ C เป็นแบบที่เลื่อนเมื่อมีแรงปฏิกิริยา C_y เท่ากับ 1 หน่วยกระทำคานจะมีการเสียรูปซึ่งแนวเส้นการเสียรูปของคานดังกล่าวคือเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ของแรงปฏิกิริยา C_y นั่นเองแสดงดังรูปที่ 8.31 (ข)



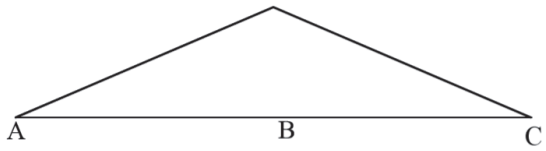
พิจารณารูปที่ 8.32 (ก) ถ้ากำหนดจุด B เป็นแบบที่เลื่อนเมื่อมีแรงเฉือน V_B เท่ากับ 1 หน่วยกระทำคานที่จุด B จะมีการเสียรูปซึ่งแนวเส้นการเสียรูปของคานดังกล่าวคือเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ของแรงเฉือน V_B นั่นเองแสดงดังรูปที่ 8.32 (ข)



พิจารณารูปที่ 8.32 (ก) ถ้ากำหนดจุด B เป็นแบบ hinge เมื่อมีโมเมนต์ดัด M_B เท่ากับ 1 หน่วยกระทำคานที่จุด B จะมีการเสียรูปซึ่งแนวเส้นการเสียรูปของคานดังกล่าวคือเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ของโมเมนต์ดัด M_B นั่นเองแสดงดังรูปที่ 8.32 (ข)



(ก)

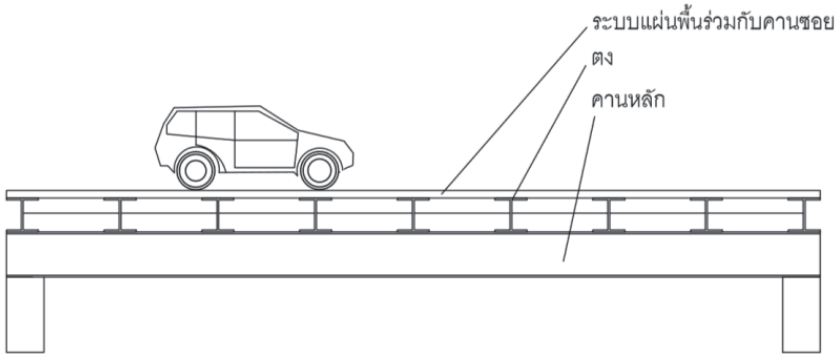


อินฟลูเอ็นซไลน : M_B

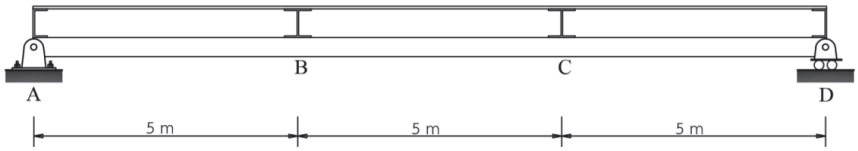
(ข)

8.3 อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น (Influence Lines for Girders With Floor Systems)

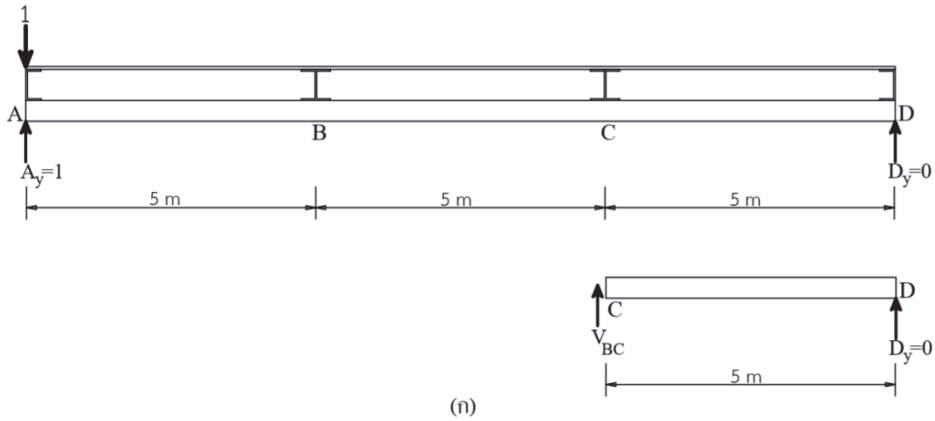
ตามที่อธิบายมาข้างต้นจะเป็นการสร้างแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งที่มีการเคลื่อนที่ของน้ำหนัก 1 หน่วย ในหัวข้อนี้จะเป็นการอธิบายการสร้างแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนของสร้างสะพานหรือโครงสร้างอาคารที่มีระบบแผ่นพื้นร่วมกับคานซอย (Stringer-Floor) ถ่ายเทน้ำหนักบรรทุกแบบจุดหรือน้ำบรรทุกแบบกระจายลงสู่ตง (Floor Beam) จากนั้นน้ำหนักจะถูกถ่ายเทลงบนคานหลัก (Girder)ในลักษณะน้ำหนักแบบจุด ซึ่งที่คานหลักก็จะถ่ายน้ำหนักทั้งหมดลงสู่จุดรองรับ แสดงโครงสร้างดังกล่าวตามรูป เมื่อมองในมุมมองของการคำนวณ จะแสดงได้ในรูปที่ 8.41



ตัวอย่าง จงเขียนแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์สำหรับแรงเฉือนช่วง BC และแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ของโมเมนต์ดัดที่จุด B ของคานหลักซึ่งมีระบบแผ่นพื้นแสดงดังรูป



วิธีทำ



รูปที่ 8.43

พิจารณารูป 8.43 (ก) เมื่อแรง 1 หน่วยกระทำที่จุด A

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_A = 0 \qquad D_y(15) - 1(0) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$D_y = 0$$

สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum Fy = 0 \qquad D_y + A_y - 1 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

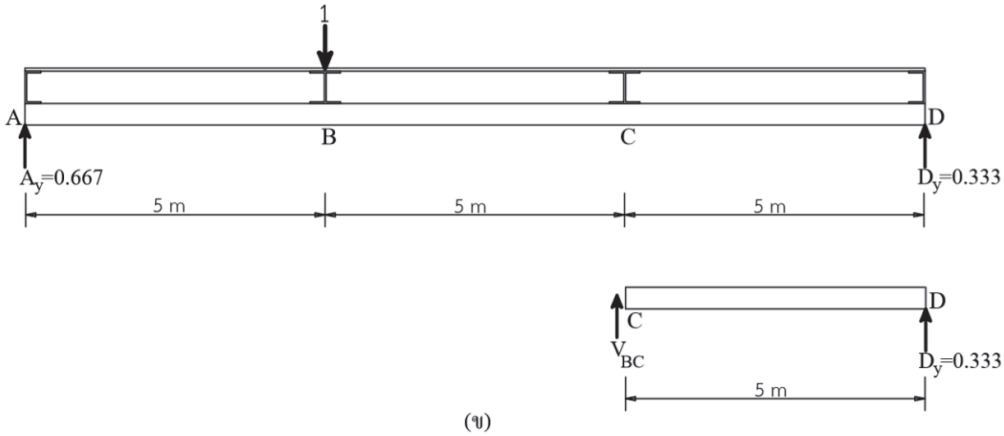
$$A_y = 1$$

หาค่าอินฟลูเอ็นซ์ไลนของ V_{BC} สร้างสมการสมดุล (ก2) คิดที่ภาคตัดคานด้านขวามือ

$$\sum Fy = 0 \qquad V_{BC} + D_y = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$V_{BC} = 0$$



พิจารณารูป 8.43 (ข) เมื่อแรง 1 หน่วยกระทำที่จุด B

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_A = 0 \quad \circlearrowright \qquad D_y(15) - 1(5) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$D_y = 0.333$$

สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad D_y + A_y - 1 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$A_y = 0.667$$

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของ V_{BC} สร้างสมการสมดุล (ก2) คิดที่ภาคตัดคานด้านขวามือ

$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad V_{BC} + D_y = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$V_{BC} = -0.333$$

พิจารณารูป8.43(ค) เมื่อแรง 1 หน่วยกระทำที่จุด C

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_A = 0 \quad \circlearrowright \qquad D_y(15) - 1(10) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$D_y = 0.667$$

สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad D_y + A_y - 1 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

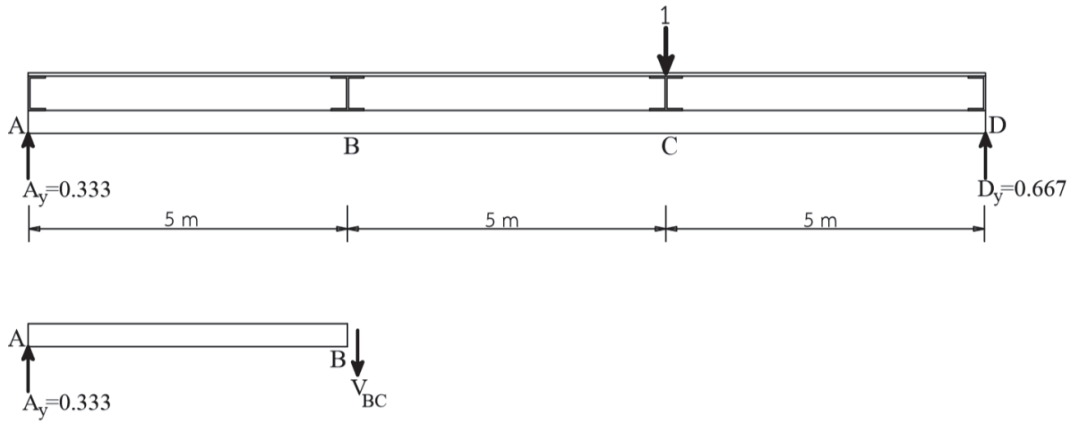
$$A_y = 0.333$$

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของ V_{BC} สร้างสมการสมดุล (ก2) คิดที่ภาคตัดคานด้านซ้ายมือ

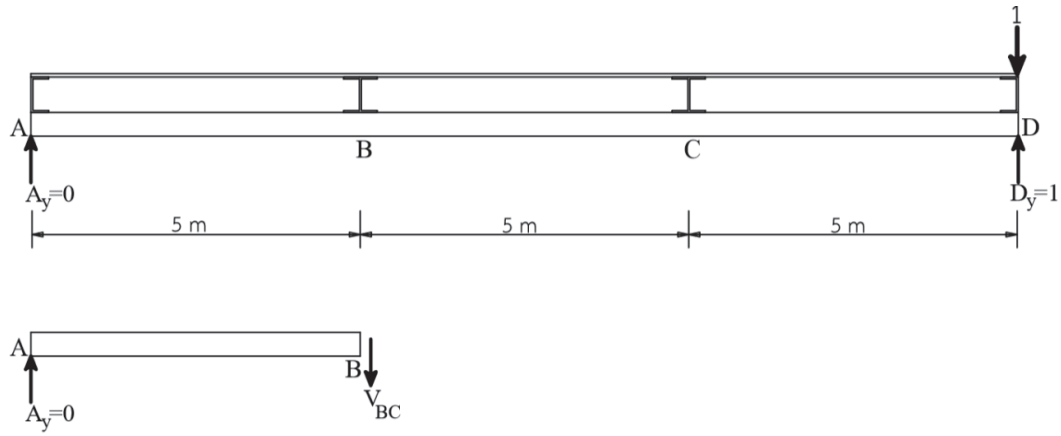
$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad -V_{BC} + A_y = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$V_{BC} = 0.333$$



(ค)



(ง)

พิจารณารูป 8.43 (ง) เมื่อแรง 1 หน่วยกระทำที่จุด D

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_A = 0 \qquad D_y(15) - 1(15) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$D_y = 1$$

สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum Fy = 0 \uparrow \qquad D_y + A_y - 1 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$A_y = 0$$

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของ V_{BC} สร้างสมการสมดุล (ก2) คิดที่ภาคตัดคานด้านซ้ายมือ

$$\sum Fy = 0 \uparrow \qquad -V_{BC} + A_y = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

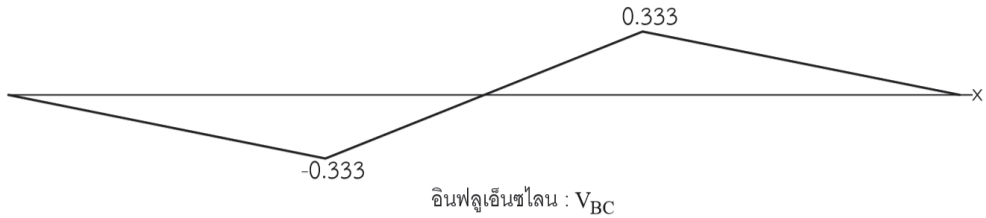
แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2)

$$V_{BC} = 0$$

สรุป อินฟลูเอ็นซไลนของ V_{BC}

ตำแหน่งแรง 1 หน่วย	A	B	C	D
ค่าอินฟลูเอ็นซไลน	0	-0.333	0.333	0

เขียนแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ ของแรงเฉือนช่วง BC



รูปที่ 8.44

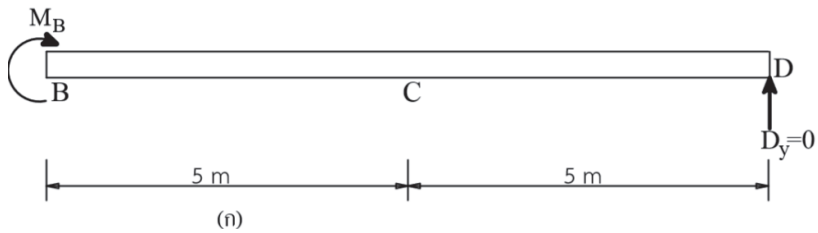
พิจารณารูป 8.45 (ก) เมื่อแรง 1 หน่วยกระทำที่จุด A

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของ M_B สร้างสมการสมดุล (ก3) คิดที่ภาคตัดขวามือ

$$\sum M_B = 0 \qquad -M_B + 0(10) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$M_B = 0$$



รูปที่ 8.45

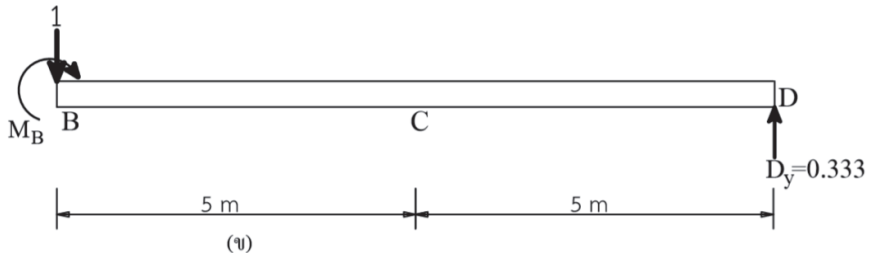
พิจารณารูป 8.45 (ข) เมื่อแรง 1 หน่วยกระทำที่จุด B

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของ M_B สร้างสมการสมดุล (ก3) คิดที่ภาคตัดขวามือ

$$\sum M_B = 0 \qquad -M_B + 0.333(10) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$M_B = 3.330$$



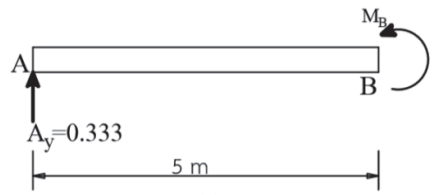
พิจารณารูป8.45(ค) เมื่อแรง 1 หน่วยกระทำที่จุด C

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของ M_B สร้างสมการสมดุล (ก3) คิดที่ภาคตัดซ้ายมือ

$$\sum M_B = 0 \qquad M_B - 0.333(5) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$M_B = 1.665$$



(ค)

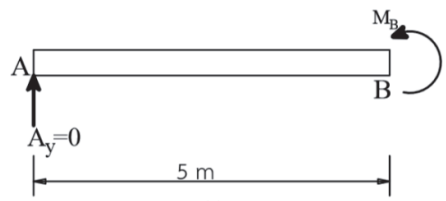
พิจารณารูป 8.45 (ง) เมื่อแรง 1 หน่วยกระทำที่จุด D

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนของ M_B สร้างสมการสมดุล (ก3) คิดที่ภาคตัดซ้ายมือ

$$\sum M_B = 0 \qquad M_B - 0(5) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3)

$$M_B = 0$$

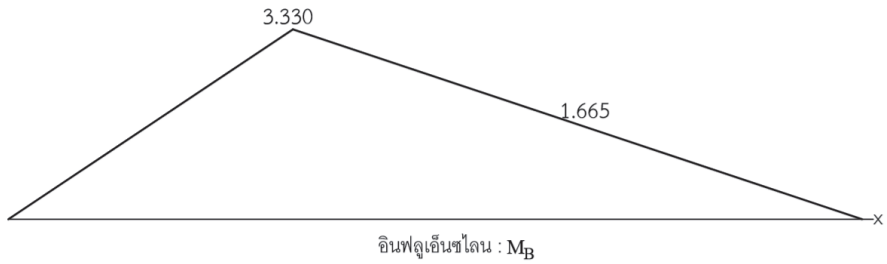


(ง)

สรุป อินฟลูเอ็นซไลนของ M_B

ตำแหน่งแรง 1 หน่วย	A	B	C	D
ค่าอินฟลูเอ็นซไลน	0	3.330	1.665	0

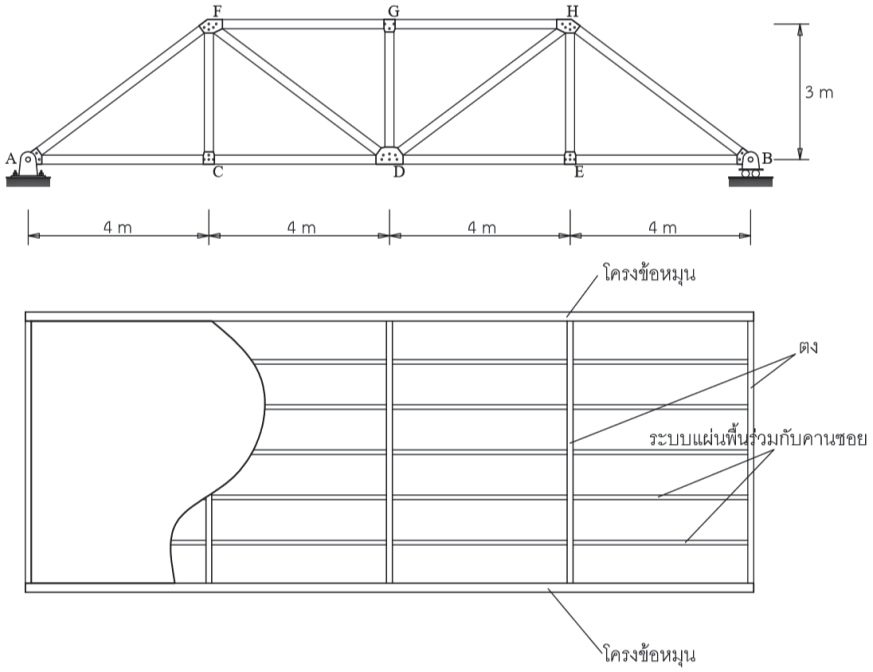
เขียนแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลน์ ของ M_B



รูปที่ 8.46

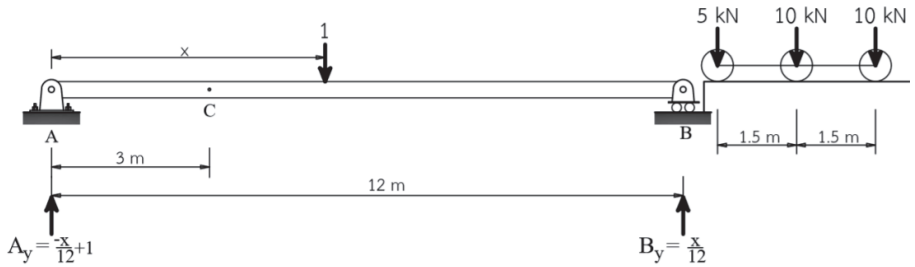
8.4 อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน (Influence Lines for Trusses)

ในหัวข้อนี้จะเป็นการอธิบายการสร้างแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนของสร้างสะพานที่มีระบบแผ่นพื้นร่วมกับคานซอย (Stringer-Floor) ถ่ายเทน้ำหนักบรรทุกแบบจุดหรือน้ำบรรทุกแบบกระจายลงสู่ตง (Floor Beam) จากนั้นน้ำหนักจะถูกถ่ายเทลงบนคานหลัก (Girder)ในลักษณะน้ำหนักแบบจุด แต่คานหลักในที่นี้จะเป็นโครงข้อหมุน แสดงโครงสร้างแนวระดับและระนาบดังกล่าวตามรูปที่



8.5 ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด (Maximum Influence Lines a Series of Concentrated Load)

เนื้อหาในหัวข้อนี้จะเป็นการอธิบายการหาค่าอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากการจัดวางน้ำหนักบรรทุกแบบจุด หรือเรียกอีกอย่างว่าชุดของน้ำหนักบรรทุก ซึ่งจำลองมาจากล้อรถยนต์ที่วิ่งบนสะพานหรือล้อรถไฟ โดยจะถือว่าเป็นน้ำหนักบรรทุกจร การคำนวณหาค่าสูงสุดหาได้จากการนำขนาดของแรงที่กระทำต่อโครงสร้างจริงคูณด้วยจุดสูงสุดของแผนภาพอินฟลูเอ็นซไลน



รูปที่ 8.65

พิจารณารูปที่ 8.65 แสดงคานช่วงเดียวความยาว 12 เมตร คำนวณหาฟังก์ชันอินฟลูเอ็นซไลนของแรงปฏิกิริยาได้ว่า $A_y = -\frac{x}{12} + 1$ และ $B_y = \frac{x}{12}$ คำนวณหาอินฟลูเอ็นซไลนแรงเฉือนที่จุด C

เมื่อน้ำหนัก 1 หน่วย กระทำอยู่ช่วง A-C หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนที่คานช่วง CB

สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad V_C + \frac{x}{12} = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2) อินฟลูเอ็นซไลนของ A_y

$$V_C = -\frac{x}{12} \qquad \text{ใช้สำหรับช่วง} \qquad 0 \le x \le 3$$

เมื่อน้ำหนัก 1 หน่วย กระทำอยู่ช่วง C-B หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนที่คานช่วง AC

สร้างสมการสมดุล (ก2)

$$\sum Fy = 0 \quad \uparrow \qquad -V_C - \frac{x}{12} + 1 = 0 \quad kN \qquad (ก2)$$

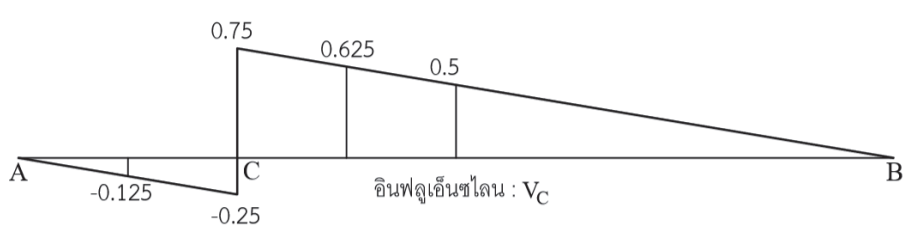
แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก2) อินฟลูเอ็นซไลนของ A_y

$$V_C = -\frac{x}{12} + 1 \quad \text{ใช้สำหรับช่วง} \qquad 3 \le x \le 12$$

สรุป อินฟลูเอ็นซไลนของ V_C

x	0	0.15	3	4.5	6	12
$V_C = -\frac{x}{12}$	0	-0.125	-0.25			
$V_C = -\frac{x}{12} + 1$			0.75	0.625	0.5	0

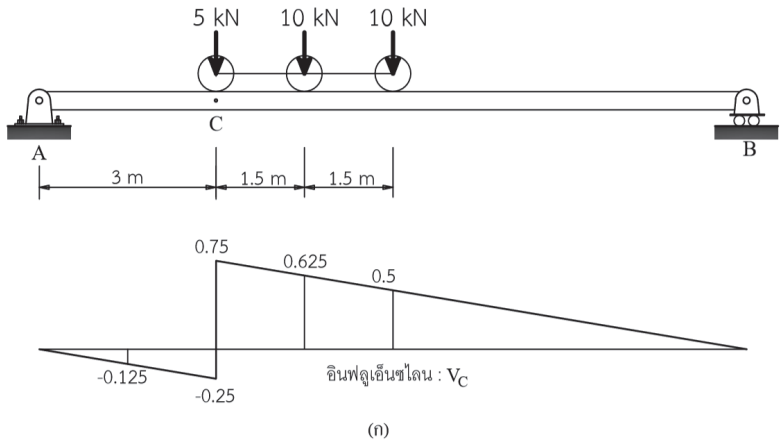
แผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนของ V_C แสดงดังรูปที่ 8.66



รูปที่ 8.66

ต่อไปจะเป็นการแสดงวิธีการหาค่าแรงเฉือนสูงสุดในกรณีชุดน้ำหนักแบบจุด ที่จุด C โดยเราจะทำการเคลื่อนชุดน้ำหนักเข้ามาหาจุด C แบ่งเป็น 3 กรณี ได้แก่

กรณีที่ 1 แรง 5 kN กระทำที่จุด C แสดงดังรูปที่ 8.67 (ก)



(ก)

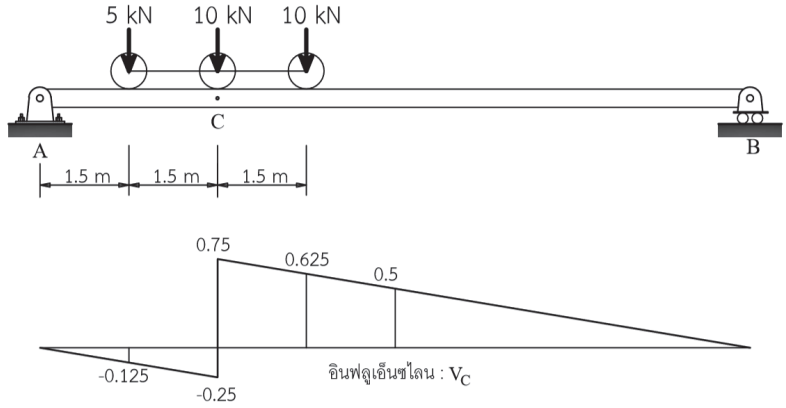
รูปที่ 8.67

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลน์การเคลื่อนชุดน้ำหนัก ในกรณีที่ 1 ได้ว่า

$$V_{C_1} = 5(0.75) + 10(0.625) + 10(0.5)$$

$$V_{C_1} = 15 \text{ kN}$$

กรณีที่ 2 แรง 10 kN (แรงตัวกลาง) กระทำที่จุด C แสดงดังรูปที่ 8.67 (ข)



(ข)

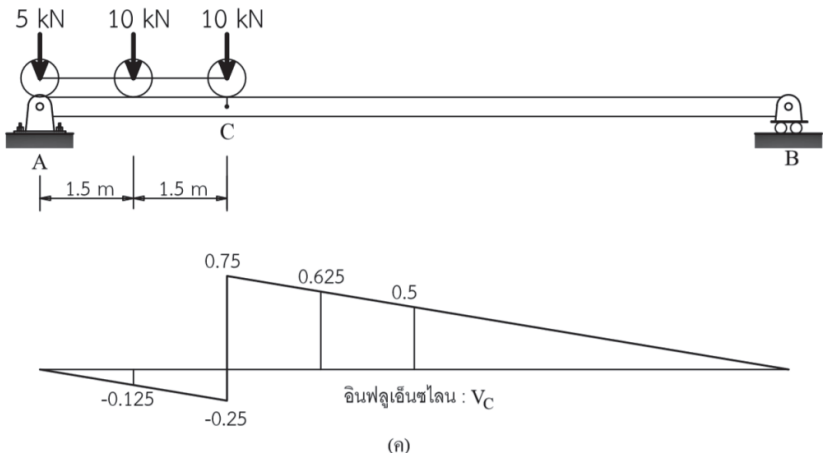
รูปที่ 8.67

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลน์การเคลื่อนชุดน้ำหนัก ในกรณีที่ 2 ได้ว่า

$$V_{C_2} = 5(-0.125) + 10(0.75) + 10(0.625)$$

$$V_{C_2} = 13.125 \text{ kN}$$

กรณีที่ 3 แรง 10 kN (แรงขวามือสุด) กระทำที่จุด C แสดงดังรูปที่ 8.67 (ค)



รูปที่ 8.67

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลน์การเคลื่อนชุดน้ำหนัก ในกรณีที่ 3 ได้ว่า

$$V_{C_3} = 5(0) + 10(-0.125) + 10(0.75)$$

$$V_{C_3} = 6.25 \text{ kN}$$

สรุป ค่าแรงเฉือนที่มากที่สุดในจุด C กรณีน้ำหนักกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด ได้แก่กรณี 2 อย่างไรก็ตาม ถ้าเราจะต้องหาค่าสูงสุดของแรงเฉือนที่มากที่สุดสำหรับน้ำหนักกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุดเราจะต้องทำการเดาค่าจุดใดๆบนความยาวคาน แล้วหาค่าอินฟลูเอ็นซไลน ซึ่งจะต้องเป็นการเดาที่หลายๆจุดให้ได้มาซึ่งจุดที่เกิดแรงเฉือนสูงสุดจริงๆ ซึ่งการคำนวณมือจะยุ่งยากมาก ดังนั้นในการทำงานจริงวิศวกรสมัยใหม่จึงมักใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เข้าช่วย

ต่อไปจะเป็นการแสดงวิธีการหาค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดในกรณีชุดน้ำหนักแบบจุด ที่จุด C ซึ่งก่อนอื่นเราต้องเขียนแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนของโมเมนต์ดัดที่จุด C ก่อน

เมื่อน้ำหนัก 1 หน่วย กระทำอยู่ช่วง A-C หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนที่คานช่วง CB

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_C = 0 \qquad -M_C + \frac{x}{12}(9) = 0 \quad (\text{kN} \cdot \text{m}) \qquad \text{(ก3)}$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3) อินฟลูเอ็นซไลนของ M_C

$$M_C = 0.75x \qquad \text{ใช้สำหรับช่วง} \qquad 0 \le x \le 3$$

เมื่อน้ำหนัก 1 หน่วย กระทำอยู่ช่วง C-B หาค่าอินฟลูเอ็นซไลนที่คานช่วง AC

สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_C = 0 \qquad M_C - \left(1 - \frac{x}{12}\right)(3) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

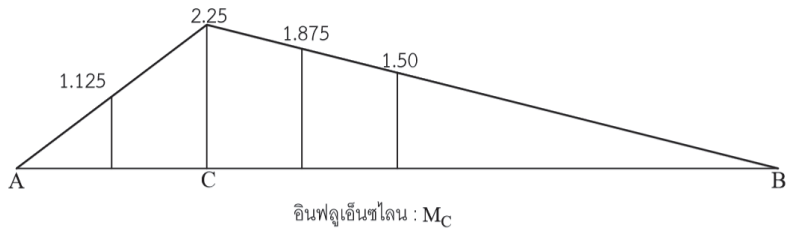
แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3) อินฟลูเอ็นซไลนของ M_C

$$M_C = -0.25x + 3 \quad \text{ใช้สำหรับช่วง} \quad 3 \le x \le 12$$

สรุป อินฟลูเอ็นซไลนของ M_C

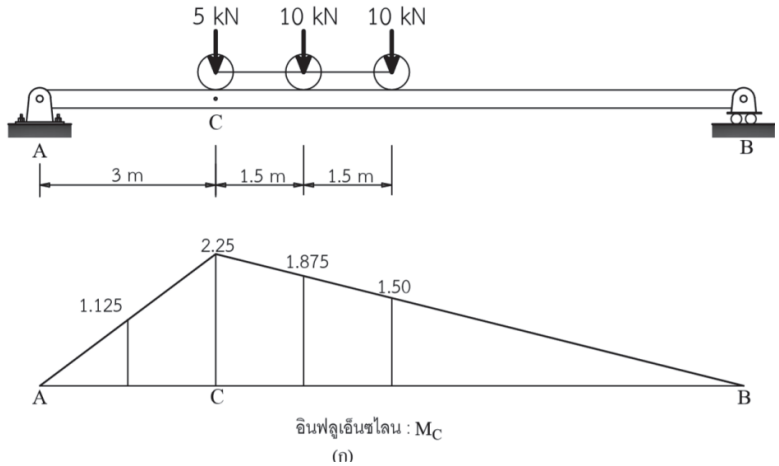
x	0	1.5	3	4.5	6	12
$M_C = 0.75x$	0	1.125	2.25			
$M_C = -0.25x + 3$			2.25	1.875	1.5	0

แผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนของ M_C แสดงดังรูปที่ 8.68



รูปที่ 8.68

กรณีที่ 1 แรง 5 kN กระทำที่จุด C แสดงดังรูปที่ 8.69 (ก)



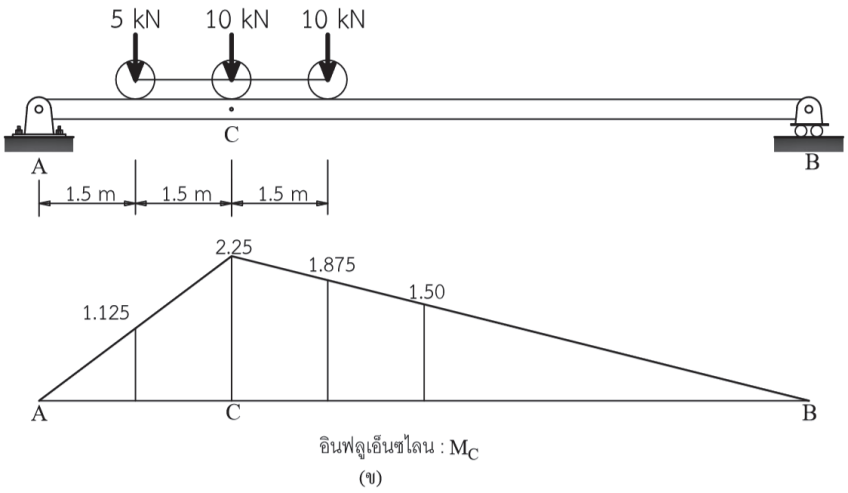
รูปที่ 8.69

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลน์การเคลื่อนชุดน้ำหนัก ในกรณีที่ 1 ได้ว่า

$$M_{C_1} = 5(2.25) + 10(1.875) + 10(1.50)$$

$$M_{C_1} = 45\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

กรณีที่ 2 แรง 10 kN (แรงตัวกลาง) กระทำที่จุด C แสดงดังรูปที่ 8.69 (ข)



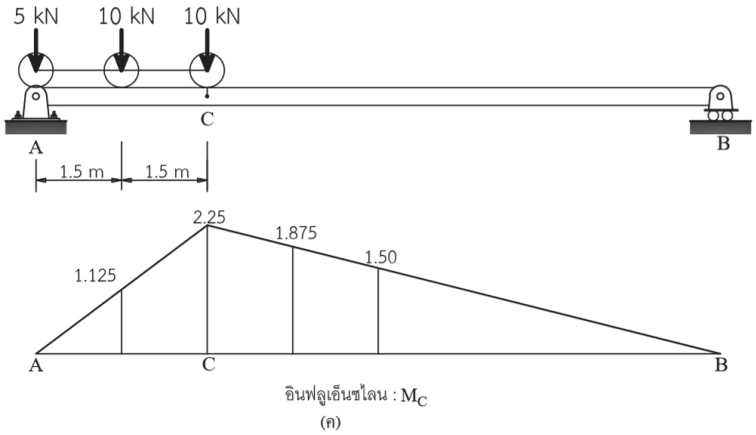
รูปที่ 8.69

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลน์การเคลื่อนชุดน้ำหนัก ในกรณีที่ 2 ได้ว่า

$$M_{C_2} = 5(1.125) + 10(2.25) + 10(1.875)$$

$$M_{C_2} = 46.875\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

กรณีที่ 3แรง 10 kN (แรงขวามือ) กระทำที่จุด C แสดงดังรูปที่ 8.69 (ค)



รูปที่ 8.69

หาค่าอินฟลูเอ็นซไลน์การเคลื่อนชุดน้ำหนัก ในกรณีที่ 3 ได้ว่า

$$M_{C_3} = 5(0) + 10(1.125) + 10(2.25)$$

$$M_{C_3} = 33.75 \ \ kN \cdot m$$

สรุป ค่าโมเมนต์ดัดมากที่สุดในจุด C กรณีน้ำหนักกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด ได้แก่กรณี 2 อย่างไรก็ตาม ถ้าเราจะต้องหาค่าสูงสุดของโมเมนต์ดัดที่มากที่สุดสำหรับน้ำหนักกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุดเราจะต้องทำการเดาค่าจุดใดๆบนความยาวคาน แล้วหาค่าอินฟลูเอ็นซไลน ซึ่งจะต้องเป็นการเดาที่หลายๆจุดให้ได้มาซึ่งจุดที่เกิดโมเมนต์ดัดสูงสุดจริงๆ ซึ่งการคำนวณมือจะยุ่งยากมาก ดังนั้นในการทำงานจริงวิศวกรสมัยใหม่จึงมักใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เข้าช่วยเช่นเดียวกันกับการหาแรงเฉือน

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องอินฟลูเอ็นซไลน
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 8

ขั้นสอน

3. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 8 มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับอินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้วิธีสมการสมดุล หลักการของ MULLER-BRESLAU'S อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด

4. นักเรียนทำแบบทดสอบหน่วยที่ 8 ในหนังสือแบบเรียนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 8 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 8
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 8
2. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 8 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 8 เรื่องอินฟลูเอ็นซไลน

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 8 เรื่องอินฟลูเอ็นซไลน

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 8 อินฟลูเอ็นซไลน

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล

บทที่ 8 อินฟลูเอ็นซไลน

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301	**วิทยาลัย** .....
ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**.....	**ครู** .....

ที่	**รายการประเมิน**	***คะแนนแบบทดสอบ**		****คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้**		***ข้อที่**	****ข้อที่**
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	อินฟลูเอ็นซไลนของคานและโครงข้อแข็งโดยใช้สมการสมดุล						
2	หลักการของ MULLER-BRESLAU'S						
3	อินฟลูเอ็นซไลนของคานหลักที่รองรับระบบพื้น						
4	อินฟลูเอ็นซไลนของโครงข้อหมุน						
5	ค่าสูงสุดของแผนภาพเส้นอินฟลูเอ็นซไลนที่เกิดจากแรงกระทำแบบชุดน้ำหนักแบบจุด						
6							
7							
8							
9							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
10	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
11	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				**100**		**รวม**	

	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9	หน่วยที่ 9
	ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง	เวลาเรียนรวม 54 ชม.
	ชื่อหน่วย อินฟลูเอ็นซไลน	สอนครั้งที่ 18/18
ชื่อเรื่อง อินฟลูเอ็นซไลน		จำนวน 3 คาบ

1. หัวข้อเรื่อง

1.1 เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด

1.2 เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ

2. สาระสำคัญ

เคเบิล (Cables) สำหรับงานวิศวกรรมจะทำหน้าที่รับและส่งถ่ายแรงจากชิ้นส่วนหนึ่งไปยังอีกชิ้นส่วนหนึ่ง โดยจะมีข้อสมมติฐานว่าเคเบิลเองจะไม่เกิดการขยายตัว เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำร่วมกับน้ำหนักของตัวเคเบิลเองที่มีค่าน้อยมาก เคเบิลที่ปลายสุดทั้งสองข้างจะถูกยึดรั้งด้วยจุดรองรับแบบหมุด ตัวเคเบิลเองเมื่อรับน้ำหนักจะมีการเบี่ยงเบนออกไปจากแนวเส้นตรงเดิม(Chord) เรียกว่าการตกท้องช้าง (sag) และเนื่องจากเคเบิลมีความอ่อนตัว (Flexible) จึงไม่สามารถต้านทานโมเมนต์ดัดและแรงอัดได้ ดังนั้นที่ปลายรูปอิสระจึงมีแรงต้านทานเป็นแรงดึง T เพียงอย่างเดียว

หรือ $$T = \frac{H}{\cos\theta_A}$$

ในกรณีของสะพานแขวนที่มีช่วงความยาวของจุดรองรับมากๆ เคเบิลจะรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกร่วมกับน้ำหนักของตัวเอง ในโครงสร้างสะพานแขวนตัวแผ่นพื้นสะพานจะถูกแขวนจากชุดของตัวแขวน (Hanger) ที่มีระยะห่างเท่ากันโยงยึดกับเคเบิลที่แขวนอยู่กับหอสูงหรือจุดรองรับ ซึ่งการโค้งตัวของเคเบิลจะสมมติให้เป็นโค้งแบบพาราโบลิค การคำนวณหาค่าระยะต่างๆ ของเคเบิลและจุดรองรับ จะใช้สมการสมดุลเข้าช่วย

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด และเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ

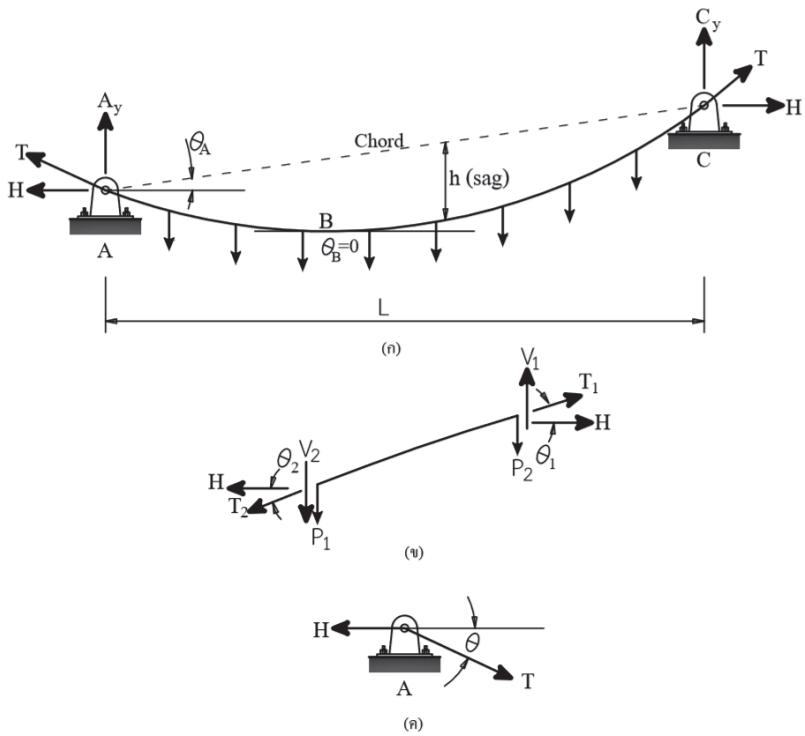
2. ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคำนวณหาค่าแรงภายในของเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด และแรงภายในของเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ

3. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการเรียนเรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด และเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ

4. สาระการเรียนรู้

4.1 เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด (Cable to Concentrated Load)

พิจารณารูปที่ (ก) เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำร่วมกับน้ำหนักของตัวเคเบิลเองที่มีค่าน้อยมาก เคเบิลที่ปลายสุดทั้งสองข้างจะถูกยึดรั้งด้วยจุดรองรับแบบหมุดซึ่งห่างกันเป็นระยะ L แต่อยู่ต่างระดับกัน โดยทำมุม θ_A กับแนวระดับ ซึ่งที่จุดรองรับจะมีแรงปฏิกิริยาเกิดขึ้นคือแรงต้านทานในแนวดิ่ง หรือ A_y , C_y , และในแนวระดับ H ซึ่งทั้งหมดจะเป็นผลเนื่องจากแรงดึง T ตัวเคเบิลเองเมื่อรับน้ำหนักจะมีการเบี่ยงเบนออกไปจากแนวเส้นตรงเดิม(Chord) มีระยะเท่ากับ h เรียกว่าการตกท้องช้าง (sag)



พิจารณารูปที่ 9.1 (ข) ตัดชิ้นส่วนเล็กๆ ของเคเบิลเขียนรูปอิสระของเคเบิล ซึ่งพิจารณาให้เป็นเส้นตรง มีแรงภายในเกิดขึ้นที่ปลายทั้งสองด้านแต่เนื่องจากเคเบิลมีความอ่อนตัว (Flexible) จึงไม่สามารถต้านทานโมเมนต์ดัดและแรงอัดได้ ดังนั้นที่ปลายรูปอิสระจึงมีแรงต้านทานเป็นแรงดึง T เพียงอย่างเดียว

เมื่อพิจารณาจุดรองรับ A แสดงดังรูปอิสระ 9.1(ค) จะมีค่าความชัน θ_A เขียนสมการสมดุล (ก1)

$$\sum Fx = 0 \longrightarrow \quad -H + T\cos\theta_A = 0 \quad kN \qquad (ก1)$$

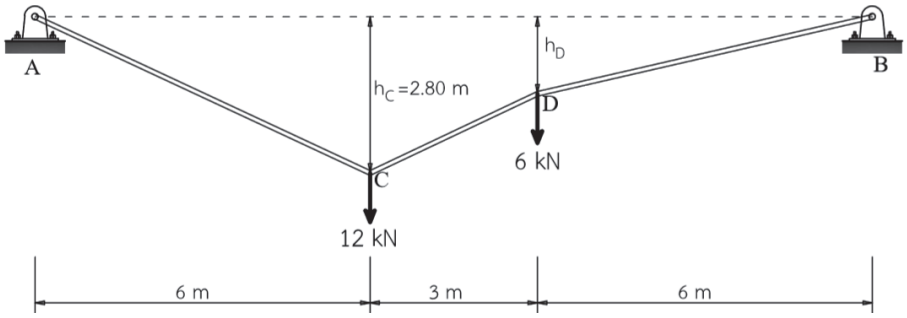
หรือ

$$T = \frac{H}{\cos\theta_A} \qquad (9.1)$$

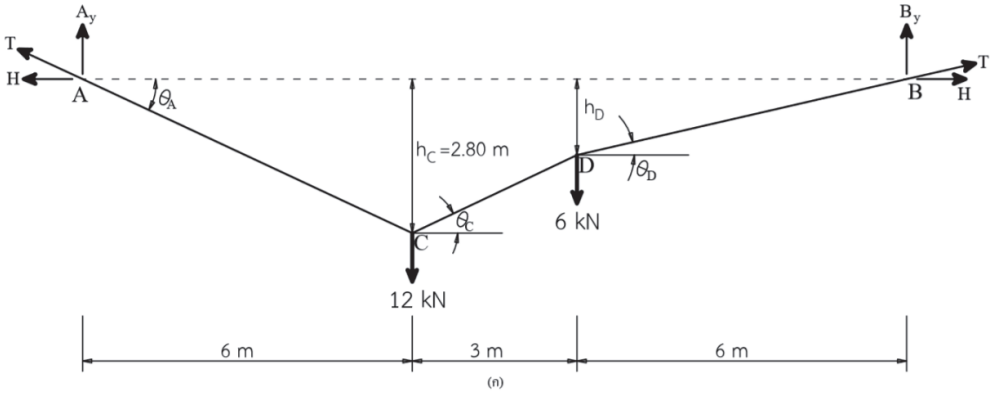
ในกรณีที่ค่าความลาดชันเป็นศูนย์ เช่นที่จุด B จะได้ว่า

$$T = H \qquad (9.2)$$

ตัวอย่างที่ 9.1 จงคำนวณหาแรงดึงภายในของแต่ละชิ้นส่วนย่อยของเคเบิล แสดงดังรูป



วิธีทำ เขียนรูปอิสระ แสดงดังรูปที่ 9.3 (ก)



สร้างสมการสมดุล (ก3) (ก2)

$$\sum M_A = 0 \qquad (B_y)(15) - 6(9) - 12(6) = 0 \quad (\mathrm{kN \cdot m}) \qquad \text{(ก3)}$$

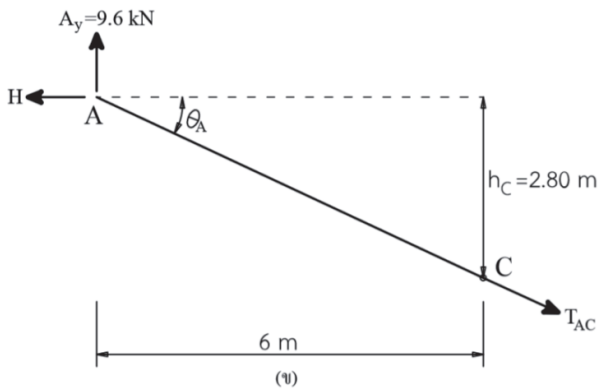
$$\sum Fy = 0 \qquad A_y + B_y - 12 - 6 = 0 \quad \mathrm{kN} \qquad \text{(ก2)}$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร (ก3) (ก2) ตามลำดับ

$B_y = 8.4 \quad \mathrm{kN}$ **ตอบ**

$A_y = 9.6 \quad \mathrm{kN}$ **ตอบ**

พิจารณารูปที่ 9.3 (ข)



สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_C = 0 \qquad 9.6(6) - H(2.80) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร

$$H = 20.571 \ \ kN$$

ซึ่งจะมีค่าเท่ากับแรง H ที่จุดรองรับด้านซ้ายมือ

จากตรีโกณมิติ $\tan\theta_A = \frac{2.80}{6}$

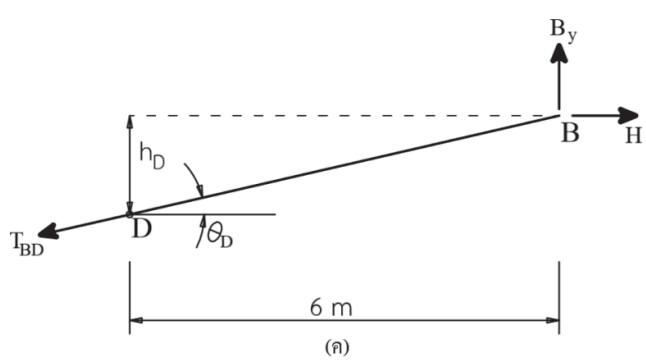
$$\theta_A = 25.017^\circ$$

จากสมการ (9.1) $T_{AC} = \frac{H}{\cos\theta_A}$

ดังนั้น $T_{AC} = \frac{20.571}{\cos(25.017^\circ)}$

$T_{AC} = 22.701$ kN **ตอบ**

พิจารณารูปที่ 9.3 (ค)



สร้างสมการสมดุล (ก3)

$$\sum M_D = 0 \qquad B_y(6) - H(h_D) = 0 \quad (kN \cdot m) \qquad (ก3)$$

แก้สมการหาค่าตัวแปร

$$h_D = \frac{8.4(6)}{20.571}$$

$$h_D = 2.450 \text{ m}$$

จากตรีโกณมิติ $\tan\theta_D = \frac{2.450}{6}$

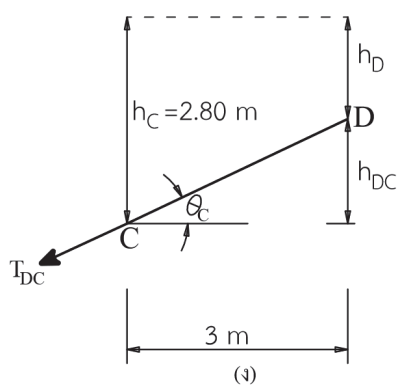
$$\theta_D = 22.212^\circ$$

จากสมการ (9.1) $T_{BD} = \frac{H}{\cos\theta_D}$

ดังนั้น $T_{BD} = \frac{20.571}{\cos(22.212^\circ)}$

$T_{BD} = 22.220 \text{ kN}$ **ตอบ**

พิจารณารูปที่ 9.3 (ง)



(ง)

จากตรีโกณมิติ $\tan\theta_C = \frac{2.80-2.450}{3}$

$$\theta_C = 6.654^\circ$$

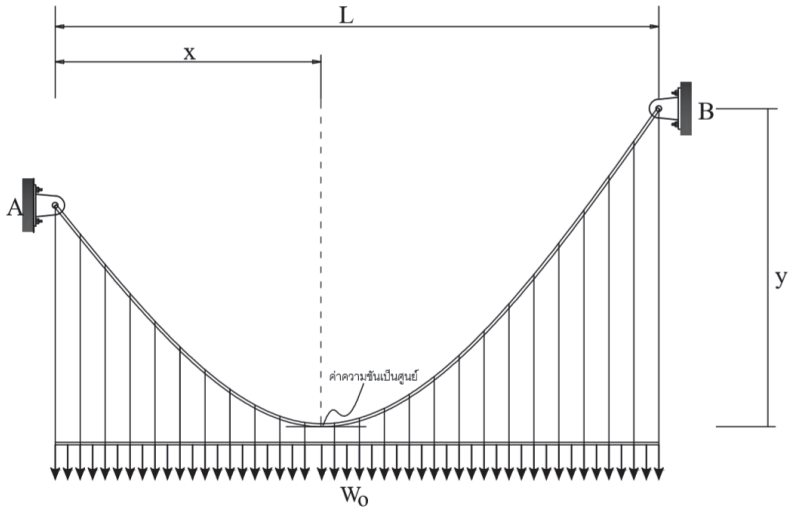
จากสมการ (9.1) $T_{DC} = \frac{H}{\cos\theta_C}$

ดังนั้น $T_{DC} = \frac{20.571}{\cos(6.654^\circ)}$

$T_{DC} = 20.571 \text{ kN}$ **ตอบ**

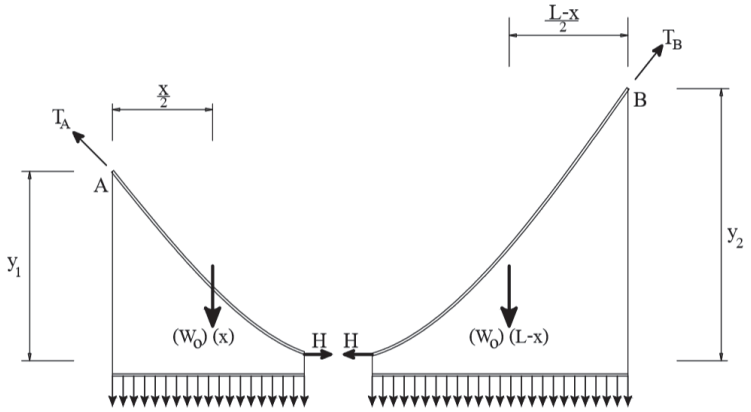
9.2 เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ (Cable to Uniform Distributed Load)

ในกรณีของสะพานแขวนที่มีช่วงความยาวของจุดรองรับมากๆ เคเบิลจะรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกร่วมกับน้ำหนักของตัวเอง พิจารณารูปที่ 9.4 สะพานแขวนซึ่งแผ่นพื้นสะพานจะถูกแขวนจากชุดของตัวแขวน (Hanger) ที่มีระยะห่างเท่ากันโยงยึดกับเคเบิลที่แขวนอยู่กับหอสูงหรือจุดรองรับ ซึ่งการโค้งตัวของเคเบิลจะสมมติให้เป็นโค้งแบบพาราโบลิค ซึ่งค่าระยะต่างๆ เช่น ระยะห่างของจุดรองรับ L ความยาวช่วง ระยะการตกท้องช้างสูงสุด วิศวกรจะเป็นคนคำนวณออกแบบโดยใช้อินฟลูเอ็นซไลน เข้าช่วยหา



รูปที่ 9.4

ในการโค้งตัวของเคเบิลจะมีตำแหน่งที่ค่าความชันเป็นศูนย์ ให้เป็นระยะ x ซึ่งตรงจุดนี้เคเบิลจะไม่มีการรับแรงในแนวดิ่งแต่จะรับเพียงแนวนอน คือ H เราสามารถหาค่าตัวแปรเหล่านี้ที่ไม่รู้ค่าได้จากการใช้สมการสมดุล ที่จุดรองรับ และทำน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายให้เป็นน้ำหนักบรรทุกแบบจุด พิจารณารูปที่ 9.5 ประกอบ



รูปที่ 9.5

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับสาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องเคเบิล
2. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 9

ขั้นสอน

2. ครูอธิบายเนื้อหาและให้ความรู้ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 9 มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด และเคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ

ขั้นสรุปและการประยุกต์

5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 9 พร้อมกับสรุปบทเรียนร่วมกัน

6. สื่อการเรียนรู้

6.1 หนังสือเรียนรายวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (3100-0301) ผู้แต่ง นายเอกชัย รัตนโน

6.2 **Aslam Kassimali**, 2005, **Structural Analysis**, Third Edition, Southern lllinois University, Copyright by Nelson, a division of Thomson Canada Limited, Printed in the United States.

6.3 **Kenneth M. Leet. Chia-Ming Uang. Joel T.Lanning. Anne M. Gilbert,** 2018, **Fundamentals of Structural Analysis**, Fifth Edition, Northeastern University, Published by McGraw-Hill Education.

6.4 **R.C. Hibbeler**, 2012, **Structural Analysis**, Eighth Edition, Published by Prentice-Hall,

6.5 **Ronald E. Shaeffer**, 1998, **Elementary Structures for Architects and Builders**, Third Edition, School of Architecture Florida A & M University, Prentice-Hall International (UK) Limited, London.

7. การวัดผลประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 9
3. สังเกตและประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 9
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้หน่วยที่ 9 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 60% ขึ้นไป
3. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ/งานที่มอบหมาย

8.1 กิจกรรมเสนอแนะ

8.1.1 ให้นักศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติม นอกเหนือจากเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมาทางอินเตอร์เน็ต

8.1.2 ให้นักศึกษาสังเกตสิ่งรอบตัว ทั้งในวิทยาลัยฯ และภายนอก ว่ามีสิ่งใดบ้างที่สัมพันธ์กับเนื้อหาบทเรียนที่เรียนมา

8.2 งานที่มอบหมาย

8.2.1 แบบทดสอบที่ 9 เรื่องเคเบิล

8.2.2 แบบประเมินผลการเรียนรู้บทที่ 9 เรื่องเคเบิล

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลการเรียนของนักเรียน/ผลการสอนของครู/ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ตัวแทนนักเรียน

ลงชื่อ.....

(.....)

ครูผู้สอน

การประเมินผล บทที่ 9 เคเบิล

คำชี้แจง : คะแนนรวมต่อบท 100 คะแนนเต็ม

1. แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน
3. ประเมินจิตพิสัยตามสภาพจริง 20 คะแนน

แบบประเมินผล

บทที่ 9 เคเบิล

ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง รหัสวิชา 3100-0301				**วิทยาลัย**			
ชื่อ-สกุล..... **ระดับ**.....				**ครู**			
ที่	**รายการประเมิน**	***คะแนนแบบทดสอบ**		****คะแนนแบบประเมินผลการเรียนรู้**		***ข้อที่**	****ข้อที่**
		คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้	คะแนนเต็ม	คะแนนทำได้		
1	เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบจุด						
2	เคเบิลรับน้ำหนักบรรทุกแบบกระจายสม่ำเสมอ						
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
รวมคะแนนด้านทักษะ		60		20			
13	ความขยันหมั่นเพียร ความวิริยะอุตสาหะ			10			
14	ความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์สุจริต			10			
รวมคะแนนด้านจิตพิสัย				20			
รวมคะแนนทั้งหมด				100		**รวม**	